

การคำนวณการออกแบบ ใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบผกผัน (ภาคการคำนวณ)

ทองศักดิ์ อำนวยเกียรติ¹ และ วันชัย อัครภูษิตกุล²

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี บางมด ทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอวิธีการออกแบบใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบผกผันของการไหลแบบสามมิติ ขั้นตอนการออกแบบเริ่มจากการกำหนดรูปร่างของใบพัดในเบื้องต้น เพื่อใช้ในการคำนวณหาความเร็วในการคำนวณนี้ความเร็วจะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ ความเร็วเฉลี่ยในแนวเส้นรอบวงและความเร็วพิริออดิก จากนั้นนำค่าการไหลที่ได้มาคำนวณหาพื้นผิวของใบพัดที่สัมผัส (tangence) กับเวกเตอร์ความเร็วที่ใบพัดสมการการไหลที่ได้อยู่ในรูปของ สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย แบบอิลิปติกแบบสองมิติ ซึ่งนำไปใช้ในการปรับปรุงหารูปร่างของใบพัด โดยสามารถหาคำตอบได้ด้วยวิธีไฟไนต์ดีฟเฟอร์เรนต

จุดมุ่งหมายของการศึกษานี้เพื่อพัฒนาเทคนิคการคำนวณการออกแบบใบพัดแบบผกผันที่มีประสิทธิภาพ มีความแม่นยำ และสามารถนำไปใช้คำนวณในเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (personal computer) ได้ ผลการคำนวณ ในการออกแบบชุดใบพัดรอบวงแหวน (annular cascade) ที่หยุดนิ่งหรือหมุน ซึ่งรัศมีของใบพัดจากภายนอกและภายในมีค่าคงที่ ผลการคำนวณที่ได้แสดงให้เห็นถึงความจำเป็นในการปรับปรุงการออกแบบให้เป็นแบบสามมิติ นอกจากนี้ยังพบว่าความเร็วในการได้คำตอบขึ้นอยู่กับกำหนดจำนวนใบพัด และอัตราส่วน hub-tip

¹ นักศึกษาปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

² ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

Inverse Design Calculations for Turbomachinery Blades (Numerical Method)

Thanongsak Amphonkiat ¹ and Wanchai Asvapoositkul ²

King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod, Toongkru, Bangkok 10140

Abstract

The computational method of a three dimensional inverse design for turbomachinery blades is presented. The solution is obtained by initiating blade shapes on which the flow field is computed. This flow field is splited into two parts, circumferentially averaged and periodic components. The blade shape is then determined by making fluid velocity vectors tangential to the blade surface. The equations obtained to describe the fluid flow on blade surfaces show the approximations involved in second order elliptic partial differential equations. These lead to a correct solution of the blade shape in an iteration manner. The equations are solved numerically by using finite difference approximation.

The purpose of this study is to develop an inverse design calculation that is efficient, accurate and simple to implement especially on a personal computer. Computational results on thin blade profiles in a fixed or rotating cascade in an annular of constant inner and outer radius reveal the necessity to update the calculation in three dimensional manner. The convergences of the solutions are generally affected by the number of blades and hup-tip ratio.

¹ Graduate Student, Department of Mechanical Engineering.

² Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering.

บทนำ

บทความที่นำเสนอนี้ เป็นการออกแบบใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบผกผันสามมิติ ซึ่งเป็นผลงานต่อเนื่องจากที่เคยนำเสนอ [1]

สภาวะการไหลของของไหลที่ไหลผ่านในช่องระหว่างใบพัดของเครื่องจักรเทอร์โบส่วนใหญ่เป็นแบบสามมิติ ดังนั้นการออกแบบใบพัดเพื่อให้ได้สภาวะการไหลที่ตรงกับความต้องการและได้ประสิทธิภาพการทำงานที่สูงขึ้น จะต้องกำหนดเป็นแบบสามมิติเช่นเดียวกัน การออกแบบใบพัดที่สามารถกำหนดรูปร่างของใบพัดที่สอดคล้องกับสภาวะการไหลของของไหลตามที่ต้องการคือการออกแบบแบบผกผัน การออกแบบด้วยวิธีนี้ได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เช่นวิธีของ Hawthorn และคณะ [2] โดยได้เสนอแนวทางการแก้ปัญหาไว้สองวิธีคือ วิธีแรกอาศัยกรรมวิธีของ Biot-Savart และวิธีที่สองซึ่งเหมาะสำหรับการไหลแบบ steady rotation flow คือวิธีของ Clebsch's formulation ซึ่งวิธีสุดท้ายนี้มีความง่ายในการพัฒนาต่อไปกับการไหลแบบสามมิติ และของไหลแบบอัดตัวได้

Tan และคณะ [3] ได้พัฒนาผลงานของ Hawthorne [2] กับการออกแบบใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบ ที่ไหลในแนวแกน (axial flow) แบบสามมิติ และได้มีการนำไปประยุกต์กับการไหลของของไหลแบบอัดตัวได้ (ในช่วงการไหลแบบ ซับโซนิค, subsonic) ของเครื่องจักรเทอร์โบแบบไหลในแนวรัศมี (radial) และในแนวผสม (mixed flow) โดย Zangeneh [4] เนื่องจากรูปร่างของใบพัดในเครื่องจักรดังกล่าวมีความซับซ้อน อีกทั้งยังช่วยลดความผิดพลาดจากการคำนวณ จึงมีการเปลี่ยนรูปแกน (transform) จากแกนทางกายภาพ (physical) ที่มีกริดไม่คงที่ ไปเป็นแกนการคำนวณ (computational) ที่มีกริดคงที่ จากนั้นหาคำตอบโดยวิธีไฟไนต์ดีฟเฟอร์เรนซ์

Dang [5] ใช้วิธีที่คล้ายคลึงกับวิธีดังกล่าวข้างต้น โดยการใช่วิธีไฟไนต์วอลุ่ม (finite-volume) ช่วยในการหาคำตอบของสมการ เทคนิคการออกแบบดังกล่าวต่อมาได้มีการนำผลกระทบจากความหนาของใบพัดเข้ามาใช้ในการคำนวณ โดย Dang [6] การไหลของของไหลระหว่างใบพัดหาได้โดยการแก้สมการออยเลอร์ (Euler) ด้วยวิธีก้าวตามเวลา แบบรุ่งคูตตา ไฟไนต์วอลุ่ม (finite-volume Runge-Kutta time-stepping scheme) คำตอบที่ได้จะนำไปใช้ในการหารูปร่างของใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบผกผัน จากนั้นจะทำการวนหาคำตอบระหว่างระบบทั้งสองจนได้รูปร่างของใบพัด และสภาวะการไหลที่ steady

บทความนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนการออกแบบใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบสามมิติ โดยใช้ทฤษฎีของ Hawthorne เป็นหลัก โดยสมมุติให้ของไหลไม่มีความหนืด และไม่คิดความหนาของใบพัด ในขั้นนี้จะเป็นการพัฒนาขั้นตอนในการออกแบบภาคการคำนวณ โดยเริ่มจากการใช้รูปร่างของใบพัดที่ง่ายและไม่ซับซ้อน เช่นในใบพัดแบบไหลตามแกน จากนั้นจึงใช้กับใบพัดที่มีความซับซ้อนมากขึ้น โครงการนี้เป็นขั้นตอนแรกในการที่จะเพิ่มศักยภาพของการออกแบบใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบผกผัน โดยสำรวจความเป็นไปได้ที่จะพัฒนาเทคนิคการหาคำตอบ ที่ง่ายและเหมาะสมกับการนำผลกระทบจากการไหลของของไหลที่มีความหนืดเข้ามาใช้ในการคำนวณ

ทฤษฎีการออกแบบแบบผกผัน

ทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบแบบผกผัน 3 มิติ มีลักษณะเช่นเดียวกับแบบ 2 มิติ [1] เพียงแต่ในการนำเสนอ ครั้งนี้จะใช้ระบบแกนแบบ Cylindrical coordinates (r, θ, z) เนื่องจากมีความเหมาะสมในการคำนวณ โดยให้แกน z อยู่ในแนวแกนเพลลาของใบพัด และหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ ω

รูปร่างของใบพัดในระบบแกน cylindrical เมื่อให้ a คือพื้นที่ผิวของใบพัดจะได้ว่า

$$a = \int f(r, z) = \pm n \frac{2\pi}{B} \quad (1)$$

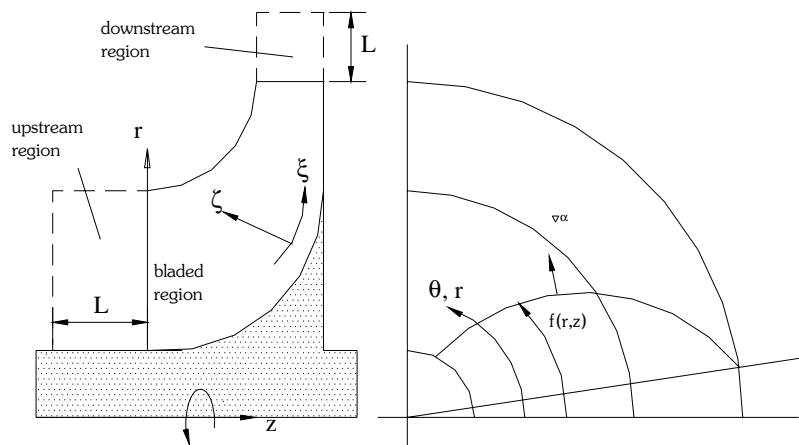
โดย n มีค่าเท่ากับศูนย์ หรือเป็นเลขจำนวนเต็ม

f คือมุมโค้งของใบพัด (blade wrap angle)

ในการออกแบบได้กำหนดค่าเฉลี่ยในแนวเส้นรอบวง ดังนียมต่อไปนี้

$$\bar{A}(r, z) = \frac{B}{2\pi} \int_0^{2\pi} A(r, \theta, z) d\theta \quad (2)$$

โดย A คือตัวแปรใดๆ



รูปที่ 1 ระบบแกนที่ใช้ในการคำนวณ [5]

จากสภาวะที่กำหนดว่าไม่มีความเร็วในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวของใบพัด เราสามารถเขียนได้ว่า

$$W_{bl} \cdot \nabla \alpha = 0 \quad (3)$$

โดยที่ $\tilde{N}a$ คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับพื้นผิวของใบพัด และ

$$W_{bl} = \frac{1}{2} (W^+ + W^-) \quad (4)$$

โดย W_{bl} คือความเร็วสัมพัทธ์ที่พื้นผิวของใบพัด มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของความเร็วที่พื้นผิวด้านบน W^+ และด้านล่าง W^-

ในการออกแบบใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบผกผัน เราจะใช้ค่าเฉลี่ยนี้ไปใช้ในกระบวนการสร้างรูปร่างของใบพัด โดยกำหนดว่า ความเร็วนี้จะสัมพันธ์ที่จุดใดๆ บนพื้นผิวของใบพัด

สมการการไหล

ในการวิเคราะห์นี้ เราจะแบ่งความเร็วออกเป็นสองส่วนคือ ความเร็วเฉลี่ยในแนวเส้นรอบวงและความเร็วในเทอมของค่าพรีออดิก ในการหาคำตอบของสมการการไหลจะแยกหาในแต่ละส่วน ดังนี้

$$V_{bl} = \bar{V}_{bl} + \hat{V}_{bl} \quad (5)$$

จาก Clebsch formulation [2]-[4] สำหรับการไหลแบบ steady rotational flow เวกเตอร์ความเร็ว จะประกอบด้วยส่วนของ potential และ rotational ดังนั้นจึงอาจเขียนอยู่ในรูป ดังนี้

$$v = \nabla\phi + r\bar{v}_\theta \nabla\alpha - S(\alpha) \nabla r\bar{v}_\theta \quad (6)$$

โดย ฟังก์ชัน $f = f(r, \alpha, z)$ คือส่วนของ potential ของเวกเตอร์ความเร็ว และเทอมที่เหลือคือส่วนของ rotational ของเวกเตอร์ความเร็ว ส่วน $S(\alpha)$ คือ พรีออดิก ของฟังก์ชันฟันเลื่อย (sawtooth)

$$S(\alpha) = \text{Re} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{inB\alpha}}{inB} \quad (7)$$

เมื่อ curl สมการ (9) จะได้ bound vorticity ที่เกิดขึ้นที่ผิวของใบพัดสามารถเขียนอยู่ในเทอมของ periodic delta function

$$\Omega = \nabla \times v = (\nabla r\bar{v}_\theta \times \nabla\alpha) \delta_p(\alpha) \quad (8)$$

โดยที่

$$\delta_p(\alpha) = \text{Re} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{inB\alpha} \quad (9)$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ bound vorticity สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\bar{\Omega} = \nabla \times \bar{V} = \nabla r\bar{v}_\theta \times \nabla\alpha \quad (10)$$

สำหรับการไหลภายในใบพัด สมการความเร็วเฉลี่ยที่สอดคล้องกับสมการ (10) คือ

$$\bar{V} = \nabla\phi_0(r, z) + r\bar{v}_\theta \nabla\alpha = e_r \bar{v}_r + e_\theta \bar{v}_\theta + e_z \bar{v}_z \quad (11)$$

โดย $f_0(r, z)$ คือค่าฟังก์ชันโพเทนเชียลของความเร็วเฉลี่ย และสำหรับความเร็วในเทอมของค่าพรีออดิก

$$\hat{V} = \nabla\phi(r, \theta, z) - S(\alpha)\nabla r\bar{v}_\theta \quad (12)$$

โดย $f(r, \theta, z)$ คือค่าฟังก์ชันโพเทนเชียล ของความเร็วพริออδικ

สมการการไหลต่อเนื่องของการไหลในแต่ละส่วนสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\text{ความเร็วเฉลี่ย : } \nabla \cdot \bar{W} = 0 \quad (13)$$

$$\text{ความเร็วพริออδικ : } \nabla \cdot \hat{V} = 0 \quad (14)$$

จากสมการข้างต้น สามารถวิเคราะห์หาความเร็วในแต่ละส่วนได้ดังต่อไปนี้

สมการการไหลเฉลี่ย

การหาความเร็วเฉลี่ยสามารถหาได้จากฟังก์ชันกระแสแบบสโตกส์ ค่าฟังก์ชันกระแสแบบสโตกส์ ψ ที่สอดคล้องกับสมการไหลต่อเนื่อง สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\bar{v}_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \bar{v}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (15)$$

โดย $\psi = \psi(r, z)$ ในการหาค่าฟังก์ชันกระแสนั้นสามารถพิจารณา vorticity ในแนวสัมผัสจากสมการ (10) ดังนี้

$$\bar{\Omega}_\theta = \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial z} - \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} \quad (16)$$

จากสมการ (10) จะได้ว่า

$$\bar{\Omega}_\theta = e_\theta \cdot (\nabla r \bar{v}_\theta \times \nabla \alpha) \quad (17)$$

ใช้สมการ (15) ในสมการ (16) และจากสมการ (17) และเมื่อจัดรูปสมการแล้วจะได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -r \left[\frac{\partial r \bar{v}_\theta}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\partial r \bar{v}_\theta}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial r} \right] \quad (18)$$

สมการ (18) นี้เหมาะสำหรับภายในบริเวณของใบพัด และส่วนบริเวณที่นอกเหนือจากบริเวณดังกล่าวทอมทางขวามือมีค่าเท่ากับศูนย์

สภาวะขอบเขตกำหนดได้ดังนี้ที่ผนังต้องไม่มีการไหลผ่านหรือ

$$\bar{V} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (19)$$

เมื่อ \mathbf{n} คือ unit vector ที่ตั้งฉากกับผนัง

บริเวณที่ไกลจากทางเข้าด้านหน้ามาก ๆ (far upstream) ที่บริเวณดังกล่าวค่าความเร็วเฉลี่ยหาได้จากข้อกำหนดในการออกแบบ จะเขียนได้ดังนี้

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial L} = \bar{V}_{-\infty} \cdot \mathbf{n} \quad (20)$$

โดย L คือระยะตลอดช่วงบริเวณที่ไกลจากทางเข้าด้านหน้ามาก ๆ (ดูรูปที่ 1) และ \mathbf{n} คือ unit vector ที่ตั้งฉากกับระยะนี้ และที่บริเวณที่ไกลจากทางออกด้านท้ายมาก ๆ ที่บริเวณดังกล่าวการไหลเป็นแบบสม่ำเสมอ ดังนั้นจะเขียนได้ว่า

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial L} = \bar{V}_{\infty} \cdot \mathbf{n} \quad (21)$$

สมการการไหลพรีออดิค

จากสมการ (12) และสมการ (14) จะได้

$$\nabla^2 \phi(r, \theta, z) = S(\alpha) \nabla^2 r \bar{v}_\theta + S'(\alpha) (\nabla \alpha \cdot \nabla r \bar{v}_\theta) \quad (22)$$

$$\text{หรือ } \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = S(\alpha) [\nabla^2 r \bar{v}_\theta] - S'(\alpha) \left[\frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial r \bar{v}_\theta}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial r \bar{v}_\theta}{\partial z} \right] \quad (23)$$

ฟังก์ชันโพเทนเชียลเขียน ϕ สามารถพิจารณาในรูปอนุกรมฟูเรียร์ได้ดังนี้

$$\phi(r, \theta, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(r, z) e^{inB\theta} \quad (24)$$

แทนสมการ (24) ลงในสมการ (23) และสมการฟังก์ชันพื้นเลื่อย (7) จะได้สมการดังนี้

$$\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_n}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial z^2} - \frac{n^2 B^2}{r^2} \phi_n = \frac{2e^{-inBf}}{inB} [\nabla^2 r \bar{v}_\theta] - 2e^{-inBf} \left[\frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial r \bar{v}_\theta}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial r \bar{v}_\theta}{\partial z} \right] \quad (25)$$

สมการที่ได้คือสมการสองมิติบนพื้นผิวของใบพัด ซึ่งลดรูปจากสมการเดิมที่เป็นแบบสามมิติ

สภาวะขอบเขตสามารถกำหนดได้ดังนี้ ที่ผนังความเร็วพรีออดิคที่ตั้งฉากกับผนังมีค่าเท่ากับศูนย์

$$\hat{V} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (26)$$

แทนค่า (12) ลงในสมการ (26) จะได้ค่าของสภาวะที่ผนังคือ

$$\frac{\partial \phi_n}{\partial n} = \frac{\partial r \bar{v}_\theta}{\partial n} \frac{e^{-inBf(r,z)}}{inB} \quad (27)$$

ที่บริเวณที่ไกลจากทางเข้าด้านหน้าและทางออกด้านหลังมากๆ ไหลจะเป็นแบบสม่ำเสมอ ค่าความเร็วพริวดิจจะหมดไปในบริเวณดังกล่าว นั่นคือ

$$f_n = 0 \quad (28)$$

การสร้างเส้นแคมเบอร์

ในการออกแบบใบพัดแบบผกผัน รูปร่างของใบพัดจะต้องสัมพันธ์กับความเร็ว ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงความเร็วจึงมีผลต่อรูปร่างของใบพัด สามารถสร้างเส้นแคมเบอร์ของใบพัดที่หมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ ω โดยการกระจายเทอมในสมการ (3) จะได้สมการดังนี้

$$(\bar{v}_z + \hat{v}_z) \frac{\partial f}{\partial z} + (\bar{v}_r + \hat{v}_r) \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{r\bar{v}_\theta}{r^2} + \frac{\hat{v}_\theta}{r} - \omega \quad (29)$$

การหาคำตอบของสมการ (29) จะต้องทราบสภาวะเริ่มต้นของ f ซึ่งเรียกว่า “stacking condition” การกำหนดตำแหน่งของ stacking ไม่จำเป็นต้องอยู่ในแนวรัศมี อาจมีรูปร่างใดๆ ก็ได้ แต่ในกรณีตำแหน่งของ stacking อยู่ในแนวรัศมี จะได้ว่า ที่ $z = z_{st}$, $f(r, z_{st}) = 0$

ขั้นตอนการหาคำตอบ

จากการวิเคราะห์ข้างต้น เราสามารถคำนวณหารูปร่างของใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบได้จากสมการ (29) เมื่อกำหนดการกระจาย $r\bar{v}_\theta$ และ meridional geometry โดยความเร็วหาได้จากการแก้สมการที่ (18) และ (25) สมการที่ (18) เป็นสมการ Poisson เทคนิคการแก้สมการโดยวิธี ไฟไนต์-ดิฟเฟอเรนซ์ ได้จาก Anderson และคณะ [7] สำหรับการแก้สมการ (25) อาจใช้เทคนิคในทำนองเดียวกัน แต่เนื่องจากสมการประกอบด้วยส่วนของค่าจริง และในส่วนของค่าจินตนาการ ดังนั้นจึงมีความเหมาะสมกว่าที่จะแยกตัวแปรออกเป็นสองส่วนดังกล่าว ก่อนที่จะแก้สมการหาคำตอบที่ฮาร์โมนิคต่างๆ รูปแบบสมการที่ได้สามารถจัดให้เป็นสมการ เมทริกซ์แบบ tridiagonal เทคนิคการแก้สมการที่รวดเร็ว และมีประสิทธิภาพคือ Thomas algorithm [7]

เมื่อได้คำตอบของการไหลก็สามารถหารูปร่างของใบพัดได้ โดยค่าประมาณของสมการ (29) ที่เหมาะสมแสดงในสมการที่ (30) ซึ่งมีค่า truncation error เท่ากับ (Dr^2, Dz)

$$\frac{(\bar{v}_z + \hat{v}_z)}{\Delta z} f_{i+1} = \frac{(\bar{v}_r + \hat{v}_r)}{2\Delta r} (f_{j-1} - f_{j+1}) + \frac{(\bar{v}_z + \hat{v}_z)}{\Delta z} f + \frac{r\bar{v}_\theta}{r^2} + \frac{\hat{v}_\theta}{r} - \omega \quad (30)$$

เนื่องจากการแก้สมการนี้ใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ปัญหาหนึ่งที่เกิดขึ้นคือกริดที่แบ่งมีค่าไม่เท่ากัน เนื่องจากความซับซ้อนทางรูปร่างของใบพัด ดังนั้นการแก้สมการด้วยวิธีดังกล่าวจึงมีความยุ่งยาก และมีผลโดยตรงกับความถูกต้องแม่นยำของคำตอบที่ได้ วิธีหนึ่งที่สามารถแก้ปัญหาเหล่านี้คือการเปลี่ยนรูปแกน (transform) จากแกนทางกายภาพ (physical) ที่มีกริดไม่คงที่ ไปเป็นแกนการคำนวณ (computational) ที่มีกริดคงที่ (การเปลี่ยนรูปแกนดูได้จาก [7]) จากนั้นหาคำตอบโดยวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ดังได้กล่าวมาแล้ว ซึ่งสามารถสรุปขั้นตอนการหาคำตอบได้ดังนี้

1. กำหนดรายการระบุในการออกแบบ เช่น meridional geometry ความเร็วรอบ ความเร็วที่ทางเข้า สภาวะ stacking และการกระจายของ \bar{rv}_θ (ควรกำหนดในรูปของตัวแปรไร้มิติ)
2. การเปลี่ยนรูปแกน โดย meridional geometry ที่กำหนดจะต้องแบ่งกริดทับกับขอบที่ hub, shroud, leading edge และ trailing edge ค่ากริดเหล่านี้จะนำไปคำนวณหาค่าตัวแปรที่ใช้ในการเปลี่ยนรูปแกน
3. การกำหนดรูปร่างใบพัดเบื้องต้น ในขั้นแรกสมมุติให้ความเร็วพริวดิจมีค่าเท่ากับศูนย์และความเร็วเฉลี่ยเป็นแบบ uniform
4. แก๊สมการหาความเร็วเฉลี่ย
5. แก๊สมการหาความเร็วพริวดิจ
6. หารูปร่างใบพัดจากความเร็วที่ได้ในข้อ 4 และ 5
7. เปรียบเทียบผลที่ได้ในข้อ 6 และ 3 (หรือค่าที่เดาในเบื้องต้น) ถ้าผลต่างมากที่สุดมีค่ามากกว่าค่าความแม่นยำที่กำหนด ให้ทำการปรับค่ารูปร่างใบพัดใหม่แล้วดำเนินขั้นตอน 4-7 ไปจนกว่าจะได้ผลต่างของรูปร่างใบพัดที่กำหนดไว้กับค่าที่ได้จากการคำนวณต่ำกว่าค่าความแม่นยำที่กำหนด

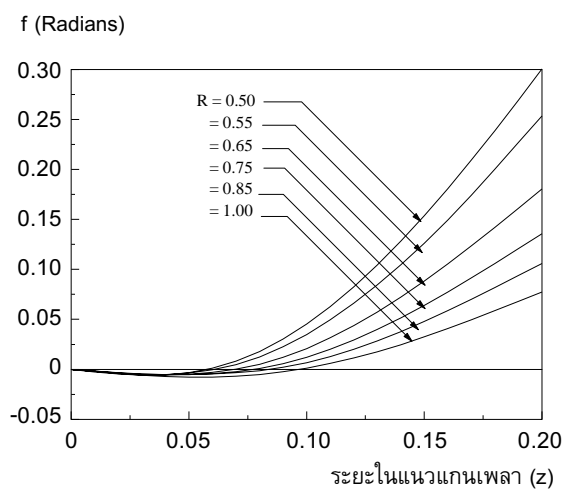
ผลการทดสอบ

เพื่อเป็นการแสดงประสิทธิภาพของเทคนิคที่นำเสนอ จึงได้มีการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล และทดสอบการคำนวณหารูปร่างของใบพัดของชุดใบพัดรอบวงแหวนที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางของ hub และ tip คงที่ ในการทดสอบนี้กำหนดภาวะที่กระทำกับใบพัดสอดคล้องกับสภาวะคุดตา (Kutta) ดังนี้

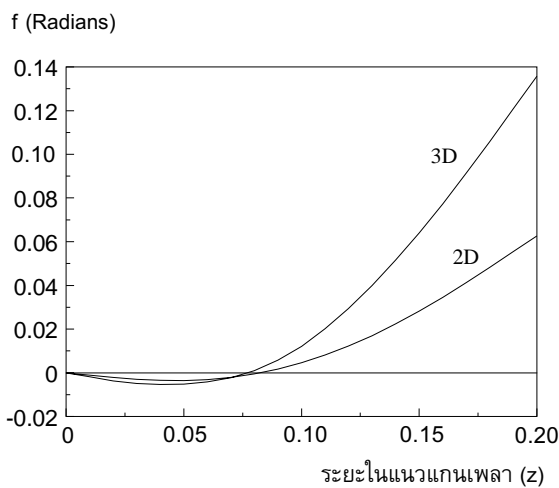
$$\frac{d(\bar{rv}_\theta)}{dz} = c_0 z(c - z)$$

โปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ใช้กริดขนาด 81x11 ในแนวแกน z และ r ตามลำดับ โดยความถูกต้องของคำตอบ (convergence criterion) ต้องต่ำกว่า 1×10^{-4} ผลการคำนวณเป็นดังต่อไปนี้

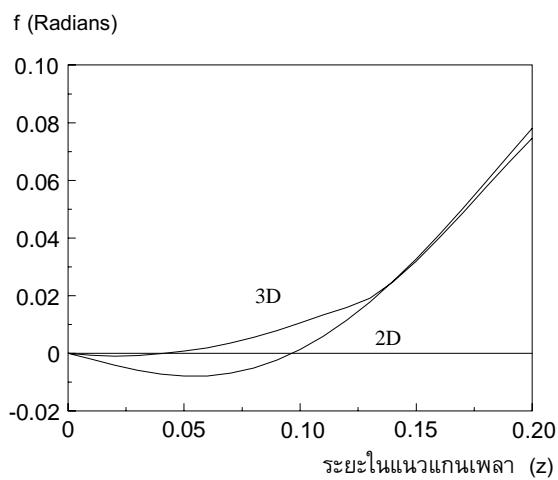
การออกแบบใบพัดของ inlet guide vane โดยกำหนดให้ อัตราส่วน hub-tip เท่ากับ 0.5, $c = 0.20$, $c_0 = 562.5$, สภาวะ stacking อยู่ในแนวรัศมี และ $z_{st} = 0$, ให้ความเร็วที่ไหลเข้าใบพัดอยู่ในแนวแกนเพลลา (นั่นคือ $rv_{\theta 1} = 0$) และจำนวนใบพัดทั้งหมดเท่ากับ 30 ใบ ผลการคำนวณรูปร่างของใบพัดที่ระยะรัศมีต่างๆแสดงในรูปที่ 2 โดยจะเห็นได้ว่ามุมของใบพัดมีค่าเป็นลบมากขึ้นเมื่อห่างจาก hub มากขึ้น ทั้งนี้เพื่อให้ได้ zero incidence ที่ทางเข้าของใบพัด การเปรียบเทียบผลการคำนวณระหว่างการคำนวณแบบสองมิติและสามมิติ แสดงในรูปที่ 3 และ 4 ที่ระยะกึ่งกลางรัศมี (mean radius) โดยจะเห็นได้ว่าความแตกต่างของรูปร่างใบพัดที่ได้ จะมีค่าน้อยลง เมื่อค่า hub-tip มีค่าสูงขึ้นเข้าใกล้ 1 อย่างไรก็ตามที่ $h = 0.99$ (รูปที่ 4) ค่าความแตกต่างระหว่างการคำนวณแบบสองมิติและสามมิติต่างกันมากขึ้นเมื่อ $z < 0.12$



รูปที่ 2 รูปร่างของใบพัด inlet guide vane ที่ $h=0.50$

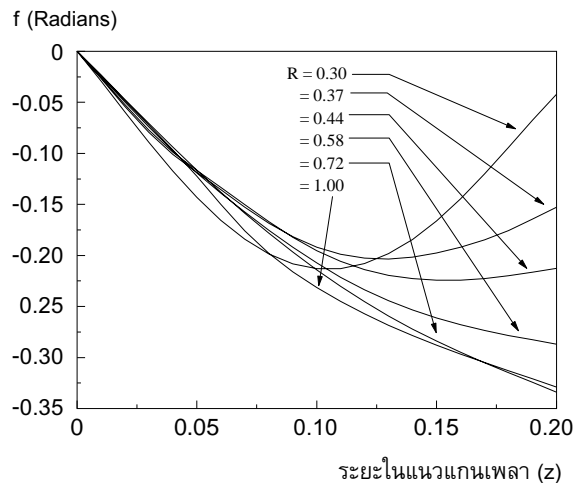


รูปที่ 3 การเปรียบเทียบ รูปร่างของใบพัด inlet guide vane ที่ระยะกึ่งกลางรัศมี ระหว่างการคำนวณแบบสามมิติกับแบบสองมิติ ที่ $h=0.50$



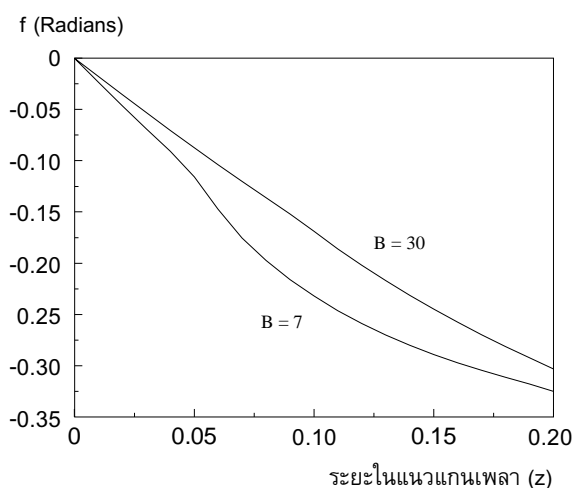
รูปที่ 4 การเปรียบเทียบ รูปร่างของใบพัด inlet guide vane ที่ระยะกึ่งกลางรัศมี ระหว่างการคำนวณแบบสามมิติกับแบบสองมิติ ที่ $h = 0.99$

ตัวอย่างที่สองในการคำนวณ เป็นการออกแบบใบพัดพัดลม (fan) แบบสามมิติ ที่มีค่าอัตราส่วน hub-tip = 0.3, $c = 0.20$, $c_0 = 120^\circ$, $z_{st} = 0$, $rv_{q1} = 0$, กำหนดให้ใบพัดหมุนด้วยค่า $w = 0.3$ ซึ่งจะได้มุมเข้าสัมพันธ์ (relative angle) ที่ปลายรัศมีใบพัดเท่ากับ -60° และจำนวนใบพัดทั้งหมดมี 7 ใบ ผลการคำนวณรูปร่างของใบพัดที่ระยะรัศมีต่างๆ แสดงในรูปที่ 5



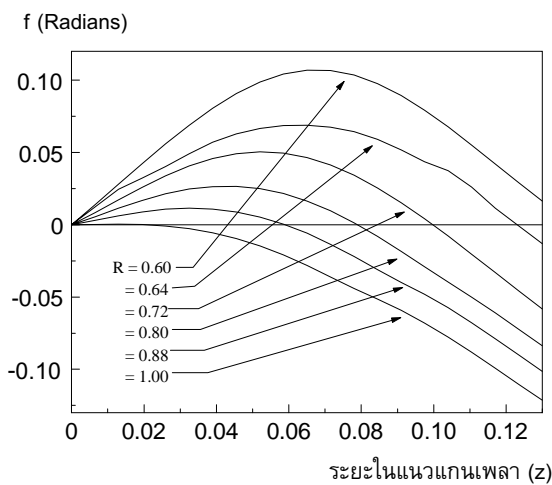
รูปที่ 5 รูปร่างของใบพัด พัดลม ที่มีจำนวนใบพัด 7 ใบ

เมื่อเพิ่มจำนวนใบพัดให้มากขึ้น เช่น 30 ใบ พบว่าการวนเข้าหาคำตอบ (convergence) ของการคำนวณจะเร็วมากขึ้น และค่าความเร็วในทอมของฟิรูดิต จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ส่วนความแตกต่างของรูปร่างของใบพัดที่ได้ที่ระยะกึ่งกลางรัศมี (mean radius) มีความแตกต่างมากขึ้นเมื่อความแตกต่างในจำนวนใบพัดที่ใช้ในการคำนวณมีค่ามากขึ้น รูปที่ 6 เปรียบเทียบรูปร่างของใบพัดที่ได้จากการคำนวณของใบพัด 7 ใบ และ 30 ใบ ที่ระยะกึ่งกลางรัศมี



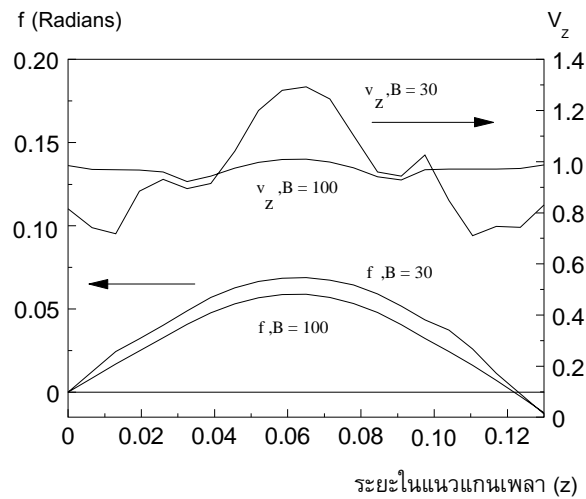
รูปที่ 6 รูปร่างของใบพัด พัดลม ที่มีจำนวนใบพัด 7 ใบ และ 30 ใบ ที่ระยะกึ่งกลางรัศมี

ตัวอย่างสุดท้าย แสดงการคำนวณใบพัด ของกังหัน (turbine) โดยให้มีความเร็วในแนวแกน α ที่ขอบทางเข้าของใบพัด และกำหนดให้ $rv_{\alpha 1} = 1.20$ มุมที่ทางเข้าและทางออกเปลี่ยนแปลงไป 90° (ที่ทางเข้า $\gg 60^\circ$, และที่ทางออก $\gg -60^\circ$) ค่าอัตราส่วน hub-tip = 0.60, ระยะในแนวแกนเพลา $c = 0.13$, $c_0 = -3037.5$, $z_{st} = 0$ และใบพัดหมุนด้วย $w = 5/3$ จากการคำนวณพบว่า การวนเข้าหาคำตอบของใบพัดนี้ค่อนข้างช้า โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อจำนวนใบพัดน้อยกว่า 20 ใบ ข้อมูลในการคำนวณนี้ Tan และคณะ [3] รายงานว่า เมื่อใช้จำนวนใบพัดระหว่าง 20 ถึง 30 ใบ การคำนวณจะไม่สามารถวนเข้าหาคำตอบได้ แต่เมื่อเพิ่มจำนวนใบพัดเข้าใกล้อินฟินิตี้ (B@ ∞) การคำนวณจะวนเข้าหาคำตอบได้ ผลที่ได้จากเทคนิคการคำนวณนี้แสดงในรูปที่ 7 โดยกำหนดให้ใบพัดทั้งหมดเท่ากับ 30 ใบ

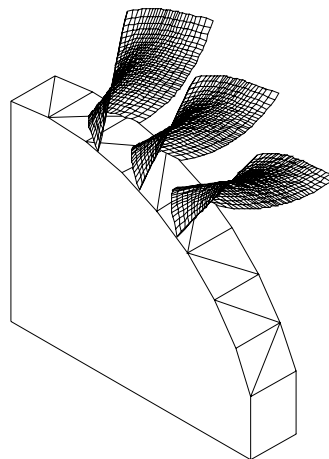


รูปที่ 7 รูปร่างของใบพัดกังหันที่มีจำนวนใบพัด 30 ใบ

จากรูปร่างของใบพัด (รูปที่ 7) จะเห็นว่าการเปลี่ยนแปลงมุมของใบพัดที่บริเวณใกล้ๆ กับโคนใบพัด (hub) มีการเปลี่ยนแปลงค่อนข้างสูง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้มีผลกระทบโดยตรงต่อความเร็วที่ใช้ในการคำนวณ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ความเร็วในแนวแกนเพลา (v_z) ซึ่งอาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้การคำนวณไม่สามารถวนเข้าหาคำตอบได้ หรือวนหาคำตอบได้ค่อนข้างช้า ซึ่งเมื่อให้จำนวนใบพัดเพิ่มขึ้นมากๆ เช่น 100 ใบ การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของใบพัดนี้จะน้อยลง ดังแสดงในรูปที่ 8 รูปร่างของใบพัดจากการคำนวณในแบบสามมิติแสดงในรูปที่ 9



รูปที่ 8 ความเร็ว v_z และ รูปร่างของใบพัดพัดลมที่มีจำนวนใบพัด 30 ใบ และ 100 ใบ ที่บริเวณใกล้กับโคนใบพัด (hub)



รูปที่ 9 แสดงภาพของใบพัดที่ได้จากการคำนวณ

สรุปผล

บทความนี้ได้กล่าวถึงทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบย้อนกลับ โดยสมมติให้เป็นการไหลแบบอัดตัวไม่ได้และไม่มีความหนืด ส่วนใบพัดมีความบางมากจนไม่คิดความหนา ที่ทางเข้าของใบพัดจะเป็นแบบ no incidence เมื่อกำหนดรายการระบุในการออกแบบ เช่น การกระจาย $r\bar{v}_\theta$ (ซึ่งมีความสัมพันธ์กับภาระที่กระทำกับใบพัด) ความเร็วรอบ และ meridional geometry รูปร่างของใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบสามารถหาได้จากวิธีวนหาคำตอบ โดยการสมมุติรูปร่างของใบพัดในเบื้องต้น จากนั้นจึงคำนวณหารูปร่างของใบพัดใหม่ที่สัมผัส (tangence) กับการไหลของของไหล ความเร็วที่ใช้ในการคำนวณแบ่งออกเป็นสองส่วน คือความเร็วเฉลี่ย และความเร็วพรีอดิคที่ได้จากการใช้ Clebsch's formulation และ สมการการไหลต่อเนื่อง

การหาคำตอบของสมการที่ได้ใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ที่ง่ายและเหมาะสมกับการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังแสดงให้เห็นในตัวอย่างการคำนวณ ซึ่งประกอบไปด้วย inlet guide vane, fan blade และ turbine blade แม้ว่าการคำนวณจะแสดงเฉพาะ ในกรณีที่รัศมีของ hub และ tip มีค่าคงที่ แต่เทคนิคที่นำเสนอนี้ สามารถนำไปใช้ในการคำนวณในกรณีที่ hub และ tip มีการเปลี่ยนแปลงได้ โดยใช้วิธีการเปลี่ยนรูปแทน (transformation co-ordinates) ซึ่งรูปแบบสมการจะยังคงเหมือนเดิม เพียงแต่มีค่าสัมประสิทธิ์เพิ่มเข้ามา

ผลการเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากการคำนวณแบบสองมิติ และแบบสามมิติ แสดงให้เห็นว่า มีความจำเป็นในการปรับปรุงการออกแบบให้เป็นแบบสามมิติ แต่ค่าความแตกต่างในการคำนวณ ทั้งสองวิธีจะน้อยลง เมื่อ hub มีค่าเข้าใกล้ปลายรัศมีใบพัด ($h@ 1.0$) ความเร็วในการวนเข้าหาคำตอบ ของการคำนวณ พบว่าขึ้นอยู่กับข้อกำหนดจำนวนใบพัด โดยจะวนเข้าหาคำตอบได้เร็วขึ้น เมื่อมี จำนวนใบพัดมากๆ เช่น 40 ใบ ซึ่งการกำหนดจำนวนใบพัดนี้มีผลโดยตรงต่อรูปร่างของใบพัด และ ความเร็วของของไหลที่ไหลผ่านใบ

ข้อมูลที่ได้จากการคำนวณนี้เป็นประโยชน์อย่างมากในการปรับปรุงประสิทธิภาพการทำงานของ เครื่องจักรเทอร์โบ และช่วยในการออกแบบใบพัดให้สะดวกรวดเร็วขึ้น อีกทั้งยังสามารถใช้ข้อมูล ที่ได้จากการคำนวณช่วยในการวิเคราะห์ถึงผลที่อาจเกิดขึ้น โดยใช้ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลเบื้องต้น ในการออกแบบ แล้วนำไปประสานต่อ (link) กับวิธีการคำนวณที่ศึกษาถึงผลของความหนืดของของไหล ด้วยวิธี zonal approach เช่นวิธีที่ W. Asvapoositkul และ M. Zangeneh [8] ใช้ในการหาการเกิด ของเอนโทรปี (entropy generation) ทำให้ผู้ออกแบบทราบว่าใบพัดที่ออกแบบมีการไหลที่เปลี่ยนแปลง อย่างไรเมื่อมีผลของความหนืดของของไหลเข้ามาเกี่ยวข้อง

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ ได้รับการสนับสนุนจากทุนวิจัยพระจอมเกล้าธนบุรี ปีการศึกษา 2540 จาก มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

เอกสารอ้างอิง

1. วันชัย อัสวภูษิตกุล, 2539, "วิธีคำนวณออกแบบใบพัดเครื่องจักรเทอร์โบแบบย้อนกลับ", *วิศวกรรมสาร ฉบับวิจัยและพัฒนา*, วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย, ปีที่ 7 ฉบับที่ 1 หน้า 93-103
2. Hawthorne, W.R., Wang, C., Tan, C.S. and McCune, J.E., 1984, "Theory of Blade Design for Large Deflections: Part 1-Two-Dimensional Cascade", *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 106, pp. 346-353.

3. Tan, C.S., Hawthorne, W.R., McCune, J.E. and Wang, C., 1984, "Theory of Blade Design for Large Deflections: Part 2-Annular Cascades", *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 106, pp. 354-365.
4. Zangeneh, M., 1988, "Three-Dimensional Design of Radial-inflow Turbines", *PhD. Thesis*, Engineering Department, Cambridge University
5. Dang, T.Q., 1993, "A Fully Three-Dimensional Inverse Method for Turbomachinery Blading in Transonic Flows", *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 354-361.
6. Dang, T.Q., 1995, "Inverse Method for Turbomachine Blades Using Shock-Capturing Techniques", AIAA Paper 95-2465
7. Anderson, D., Tannehill, J.C. and Pletcher, R.H., 1984, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemishpre Publishing Corporation
8. Asvapoositkul, W. and Zangeneh, M., 1998, "A Time-marching Method for the Calculation of Non-Similar 3-D Boundary Layers on Turbomachinery Blades", *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 120, pp. 799-807

รายการสัญลักษณ์

B	จำนวนใบพัด
c	ค่าอัตราส่วน คอร์ด ต่อ รัศมี (chord/radius)
c_0	ค่าคงที่
f	มุมโค้งของใบพัด (blade wrap angle)
h	ค่าอัตราส่วน hub-tip
L	ระยะตลอดช่วงบริเวณที่ไกลจากทางเข้าด้านหน้ามากๆ
R	ระยะรัศมี
r, θ , z	cylindrical coordinate
\bar{v}_θ	ความเร็วเฉลี่ยในแนวเส้นรอบวง (circumferential)
S	ฟังก์ชันฟันเลื่อย (sawtooth)
V	ความเร็วสมบูรณ์ของของไหล
W	ความเร็วสัมพัทธ์ของของไหลเทียบกับใบพัด
a	พื้นผิวของใบพัด
d	ฟังก์ชันพีริออดิกเดลตา (periodic delta function)

f	ฟังก์ชันสเกล่า
y	ค่าฟังก์ชันกระแสแบบสโตกส์
w	ความเร็วเชิงมุม
W	bound vorticity

ตัวยก (superscript)

+	ด้านบนของพื้นผิวใบพัด (upper surface)
-	ด้านล่างของพื้นผิวใบพัด (lower surface) หรือค่าเฉลี่ยในแนวเส้นรอบวง
ü	ค่าในส่วนของฟริออดิค

ตัวห้อย (subscript)

bl	ที่พื้นผิวของใบพัด
r, φ , z	ดัชนีในแนวแกน r, φ , z