การระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ ด้วยเทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์

เดชา พวงดาวเรือง[1]

มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์ หนองแขม กรุงเทพฯ 10160

บทคัดย่อ

อนุกรมฟูริเยร์คืออนุกรมอนันต์ที่ประกอบด้วยเทอมไซน์และโคไซน์ที่ใช้แทนฟังก์ชันหรือสัญญาณรายคาบใดๆ การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์อาศัยการอินทิเกรตฟังก์ชันรายคาบที่สนใจ ปัญหาคือบางฟังก์ชันรายคาบไม่สามารถให้ผลเฉลยรูปแบบปิด (Closed-form solution) จากการอินทิเกรตได้ บทความนี้นำเสนอการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์สำหรับฟังก์ชันรายคาบด้วยเทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์ ซึ่งประกอบด้วย จีนเนติกอัลกอริทึม (Genetic algorithm, GA) การค้นหาแบบตาบู (Tabu search, TS) และการค้นหาแบบตาบูเชิงปรับตัว (Adaptive Tabu search, ATS) ด้วยเทคนิคการค้นหาที่นำเสนอ ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ของฟังก์ชันรายคาบ สามารถคำนวณได้โดยง่ายและมีความถูกต้องสูง รายละเอียดและผลการระบุเอกลักษณ์ได้รับการนำเสนอและอภิปรายไว้ในบทความ

คำสำคัญ : อนุกรมฟูริเยร์ / เทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์ / จีนเนติกอัลกอริทึม / การค้นหาแบบตาบู / การค้นหาแบบตาบูเชิงปรับตัว

---

[1] *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า*

อีเมล์: dp@sau.ac.th

Identification of Fourier Coefficients using AI Search Techniques

Deacha Puangdownreong[1]
South-East Asia University, Nongkham, Bangkok 10160

Abstract

The Fourier series consisting of sine and cosine terms is an infinite series representing periodic functions or signals. The Fourier coefficients can be calculated by integrating the periodic function of interest. Unfortunately, some periodic functions cannot give the closed-form solution by integrating. This paper proposes the application of AI search techniques to identify the Fourier coefficients. The AI search technique used in this work consists of Genetic algorithm (GA), Tabu search (TS), and adaptive Tabu search (ATS). With the proposed techniques, the Fourier coefficients of periodic functions can be easily and accurately obtained. Details and results are shown and discussed in this paper.

Keywords : Fourier Series / AI Search Technique / Genetic Algorithm / Tabu Search / Adaptive Tabu Search

[1] *Assistant Professor, Department of Electrical Engineering.*
Email: dp@sau.ac.th

1. บทนำ

อนุกรมฟูริเยร์ (Fourier series) คืออนุกรมอนันต์ที่ใช้อธิบายฟังก์ชันหรือสัญญาณรายคาบใดๆ อนุกรมดังกล่าวประกอบไปด้วยนิพจน์ไซน์และโคไซน์ นิพจน์ดังกล่าวแสดงถึงสเป็กตรัม (spectrum) หรือฮาร์มอนิก (harmonic) ของฟังก์ชันหรือสัญญาณที่พิจารณา ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์สามารถคำนวณได้จากการอินทิเกรตฟังก์ชันรายคาบที่สนใจ ในกรณีที่ฟังก์ชันรายคาบมีความซับซ้อน การอินทิเกรตเพื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์จะมีความยุ่งยากมาก และในบางกรณีอาจไม่สามารถคำนวณได้ เนื่องจากผลเฉลยไม่เป็นผลเฉลยในรูปแบบปิด (closed-form solution)

ปัจจุบันได้มีการนำเอาเทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์มาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางวิศวกรรมอย่างกว้างขวาง เทคนิคการค้นหาที่ได้รับความนิยมได้แก่ จีนเนติกอัลกอริทึม (GA) การค้นหาแบบตาบู (TS) และการค้นหาแบบตาบูเชิงปรับตัว (ATS) ปัญหาทางวิศวกรรมที่ใช้เทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์ดังกล่าวเพื่อแก้ปัญหาได้มีรายงานไว้มากมาย ยกตัวอย่างเช่น ระบบไฟฟ้ากำลัง [1-2] ระบบควบคุม [3-4] การระบุเอกลักษณ์ระบบ [5] การระบุเอกลักษณ์ฮาร์มอนิก [6] การประมวลผลภาพ [7] การขนส่ง [8] และการแพทย์ [9] เป็นต้น

บทความนี้ได้ประยุกต์เทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์อันได้แก่ GA TS และ ATS เพื่อระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์สำหรับฟังก์ชันรายคาบที่มีผลเฉลยในรูปแบบปิด และไม่มีผลเฉลยในรูปแบบปิด ผลการค้นหาคำตอบทำให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ที่มีความถูกต้องเชิงตัวเลขสูง นอกจากนี้แนวทางดังกล่าวยังทำให้ลดภาระ ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่มีความยุ่งยากซับซ้อน และยังสามารถประยุกต์ใช้ระบุเอกลักษณ์ฮาร์มอนิกของสัญญาณรายคาบที่สนใจได้อีกด้วย

2. อนุกรมฟูริเยร์

จากทฤษฎีบทของฟูริเยร์ [10-11] ฟังก์ชันรายคาบใดๆ สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (1) เมื่อ n คือจำนวนเต็ม และ T คือคาบของฟังก์ชัน ฟังก์ชันรายคาบสามารถอธิบายได้ด้วยอนุกรมฟูริเยร์ดังสมการที่ (2)

$$f(t) = f(t+nT) \tag{1}$$

$$\begin{aligned} f(t) = a_0 &+ a_1\cos\omega_0 t + b_1\sin\omega_0 t \\ &+ a_2\cos 2\omega_0 t + b_2\sin 2\omega_0 t \\ &+ a_3\cos 3\omega_0 t + b_3\sin 3\omega_0 t + \cdots \end{aligned} \tag{2}$$

อนุกรมฟูริเยร์ดังแสดงในสมการที่ (2) สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ดังสมการที่ (3)

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos n\omega_0 t + b_n\sin n\omega_0 t\right) \tag{3}$$

เมื่อ a_0 คือองค์ประกอบของค่าคงที่ (หรือสัญญาณไฟฟ้ากระแสตรง) ที่ไม่แปรผันตามความถี่ และ $\omega_0 = 2\pi / T$ คือความถี่มูลฐาน (fundamental frequency)

$a_0, a_n,$ และ b_n คือค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ที่สามารถคำนวณได้จากการอินทิเกรตฟังก์ชันรายคาบ $f(t)$ ดังแสดงในสมการที่ (4)-(6) ตามลำดับ เมื่อ $n = 1, 2, 3,...$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt \tag{4}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos n\omega_0 t dt \;\; t \tag{5}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin n\omega_0 t dt \tag{6}$$

จากสมการที่ (4)-(6) จะเห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ $a_0, a_n,$ และ b_n สามารถคำนวณได้จากอินทิเกรตฟังก์ชันรายคาบ ในกรณีที่การอินทิเกรตไม่สามารถให้ผลเฉลยในรูปแบบปิดได้ การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ดังกล่าวจะประสบปัญหา การคำนวณอาจต้องพึ่งพาคุณสมบัติพิเศษหรือเทคนิคเฉพาะเข้าช่วย ซึ่งจะเพิ่มความยุ่งยากมากยิ่งขึ้น หรืออาจแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิคการคำนวณเชิงเลขสำหรับการอินทิเกรต ซึ่งอาจพบกับปัญหาในเรื่องความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการคำนวณเชิงเลขที่ใช้ ในบทความนี้จึงได้ประยุกต์เทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์เพื่อระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ $a_0, a_n,$ และ b_n ดังรายละเอียดต่อไป

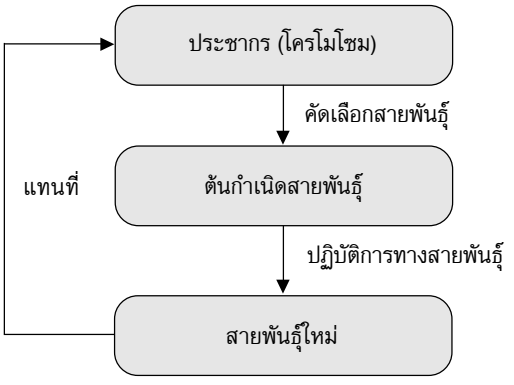
3. เทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์

เทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์ที่ใช้ในบทความนี้ได้แก่ จีนเนติกอัลกอริทึม (GA) การค้นหาแบบตาบู (TS) และการค้นหาแบบตาบูเชิงปรับตัว (ATS) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.1 จีนเนติกอัลกอริทึม (GA)

จีนเนติกอัลกอริทึม [12-14] หรือ GA เป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดโดยอาศัยหลักการคัดเลือกแบบธรรมชาติและปฏิบัติการทางสายพันธุ์ อัลกอริทึมของ GA จะมีวิวัฒนาการในการค้นหาคำตอบที่ดีขึ้นเรื่อยๆ จากรุ่นหนึ่งไปสู่รุ่นหนึ่ง เช่นเดียวกับวิวัฒนาการของสิ่งมีชีวิต องค์ประกอบของวัฏจักร GA ดังแสดงในรูปที่ 1 ประกอบด้วย ประชากร ต้นกำเนิดสายพันธุ์ และสายพันธุ์ใหม่

- **ประชากร (population)** ประกอบด้วยกลุ่มของโครโมโซม (chromosome) ที่เกิดจากการรวมตัวของยีน (gene) ซึ่งถือเป็นกลุ่มของคำตอบที่ต้องการค้นหา
- **ต้นกำเนิดสายพันธุ์ (parents)** เป็นกลุ่มประชากรที่ได้รับการคัดเลือกให้เป็นต้นกำเนิดสายพันธุ์
- **สายพันธุ์ใหม่ (offspring)** เป็นประชากรรุ่นใหม่ที่ได้รับการส่งทอดสายพันธุ์ที่ดีมาจากต้นกำเนิดสายพันธุ์ และจะทำหน้าที่เป็นต้นกำเนิดสายพันธุ์ให้กับสายพันธุ์ใหม่ในรุ่นถัดไป



รูปที่ 1 วัฏจักร GA

จากรูปที่ 1 ปฏิบัติการของ GA ประกอบด้วยการคัดเลือกสายพันธุ์ ปฏิบัติการทางสายพันธุ์ และการแทนที่

- **การคัดเลือกสายพันธุ์ (selection)** คือกระบวนการคัดเลือกประชากรที่มีคุณสมบัติที่ดีให้เป็นต้นกำเนิดสายพันธุ์ ซึ่งโดยปกติจะประเมินด้วยค่าความเหมาะสม (fitness value) ที่สัมพันธ์กับปัญหาที่สนใจ โดยจะได้รับการกำหนดให้เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function)
- **ปฏิบัติการทางสายพันธุ์ (genetic operation)** คือกระบวนการเปลี่ยนแปลงโครโมโซมและยีนเพื่อให้มีคุณสมบัติที่ดีขึ้น โดยทั่วไปจะประกอบด้วยการรวมตัว (crossover) และการกลายพันธุ์ (mutation)
- **การแทนที่ (replacement)** คือกระบวนการแทนต้นกำเนิดสายพันธุ์เดิมด้วยสายพันธุ์ใหม่ที่มีคุณสมบัติที่ดีกว่า

อัลกอริทึมของ GA ประกอบด้วย

(1) สร้างประชากรโดยการสุ่ม (random)

(2) ประเมินโครโมโซมของประชากรทั้งหมดโดยอาศัยฟังก์ชันวัตถุประสงค์

(3) คำนวณค่าความเหมาะสมของประชากร

(4) คัดเลือกโครโมโซมบางกลุ่มมาเป็นต้นกำเนิดสายพันธุ์

(5) สร้างสายพันธุ์ใหม่ด้วยการดำเนินการทางสายพันธุ์ ซึ่งประกอบด้วยการรวมตัว และการกลายพันธุ์

(6) คำนวณค่าความเหมาะสมของประชากรสายพันธุ์ใหม่

(7) แทนที่ประชากรเดิมด้วยสายพันธุ์ใหม่ แล้วย้อนกลับไปยัง (2)

ด้วยกลไกวิวัฒนาการเช่นเดียวกับสิ่งมีชีวิต อัลกอริทึมของ GA จะดำเนินการไปเรื่อยๆ ทำให้พบคำตอบที่ดีขึ้น จากคำตอบวงแคบเฉพาะถิ่น (local solution) ไปยังคำตอบวงกว้าง (global solution) อัลกอริทึมของ GA จะยุติเมื่อเงื่อนไขการยุติการค้นหาสอดคล้อง โดยทั่วไปจะอาศัยเงื่อนไขเกี่ยวกับจำนวนรุ่นที่ต้องการ หรือค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับ คำตอบที่ดีที่สุดที่พบคือโครโมโซมที่ดีที่สุดในกลุ่มของประชากรนั่นเอง รายละเอียดของ GA ผู้อ่านที่สนใจสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก [12-14]

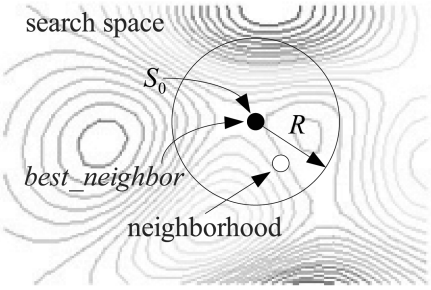
3.2 การค้นหาแบบตาบู (TS)

การค้นหาแบบตาบู [15-17] หรือ TS เป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่เหมาะที่สุดในปัญหาแบบไม่ต่อเนื่องเชิงผสม

ผสาน อัลกอริทึมของ TS อาศัยกระบวนการค้นหาค่าใกล้เคียง (neighborhood search) และรายชื่อตาบู (Tabu list, TL) ซึ่งจะทำหน้าที่เก็บคำตอบในอดีต คำตอบใน TL สามารถใช้ประโยชน์ในกรณีการค้นหาเกิดการล็อกโดยคำตอบวงแคบเฉพาะถิ่นโดยอาศัยเกณฑ์ปรารถนา (aspiration criteria, AC) กระบวนการค้นหาจะเคลื่อนที่แบบดีเทอร์มินิสติก ซึ่งจะถูกกำหนดไว้อย่างมีแบบแผน โดยทั่วไปจะถูกกำกับไว้ด้วยเงื่อนไขความคงอยู่ล่าสุด (recency) และเงื่อนไขความซ้ำ (frequency) นอกจากนี้ TS ยังมีกลไกที่ทำหน้าที่เพิ่มสมรรถนะการค้นหาคำตอบอีกสองกลไกด้วยกันคือ กลไกความเข้มข้น (intensification) และกลไกความหลากหลาย (diversification) อัลกอริทึมของ TS ประกอบด้วย

(1) กำหนดขอบเขตปริภูมิการค้นหา (search space), รัศมีการค้นหา (R) , ตัวนับ (counter), TL, และเกณฑ์ยุติการค้นหา (termination criteria, TC)

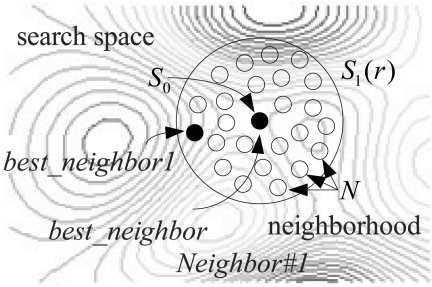
(2) สุ่มเลือกคำตอบเริ่มต้น, S_0 , ภายในปริภูมิการค้นหา โดยกำหนดให้ S_0 มีค่าเป็น *best_neighbor* ปัจจุบัน ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 สุ่มเลือกคำตอบเริ่มต้น, S_0

(3) ผลิตค่าใกล้เคียง (neighborhood) แบบสุ่มรอบคำตอบเริ่มต้น, S_0 , ภายในปริภูมิ การค้นหารัศมี R จำนวน N ตัว แล้วเก็บไว้ในเซต $S_1(r)$ ดังแสดงในรูปที่ 3

(4) ประเมินค่าใกล้เคียงด้วยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยกำหนดให้ S_1 คือค่าใกล้เคียงที่ทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าน้อยที่สุด และให้ S_1 มีค่าเป็น *best_neighbor1* ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 ผลิตค่าใกล้เคียงแบบสุ่ม

(5) ถ้า $S_1 < S_0$ ทำการเก็บ S_0 ไว้ใน TL จากนั้นปรับค่า $S_0 = S_1$ ไม่เช่นนั้นแล้วให้ทำการเก็บ S_1 ไว้ใน TL แทน ดังแสดงในรูปที่ 4-6

(6) ตรวจสอบ TC ถ้า TC สอดคล้อง ให้ยุติการค้นหา ค่า S_0 คือคำตอบที่ดีที่สุด ไม่เช่นนั้นให้ปรับเพิ่มค่าตัวนับ แล้ววนกลับไปยัง (3) เพื่อดำเนินการค้นหาในรอบต่อไป

อัลกอริทึมของ TS จะยุติการค้นหาเมื่อ TC สอดคล้อง โดยทั่วไปจะอาศัยเงื่อนไขเกี่ยวกับจำนวนรอบการค้นหาที่ต้องการ หรือค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับคำตอบที่ดีที่สุด ที่พบคือคำตอบที่เหมาะสม (optimum solution) หรือคำตอบวงกว้าง สำหรับรายละเอียดของ TS ผู้อ่านที่สนใจสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก [15-17]

3.3 การค้นหาแบบตาบูเชิงปรับตัว (ATS)

การค้นหาแบบตาบูเชิงปรับตัว [18-19] หรือ ATS เป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่เหมาะที่สุดที่พัฒนามาจาก TS โดยมีกลไกเพิ่มเติมได้แก่ กลไกย้อนรอยการค้นหา (backtracking mechanism) เพื่อแก้ปัญหาการล็อกโดยคำตอบวงแคบเฉพาะถิ่น และกลไกปรับรัศมีการค้นหา (adaptive radius mechanism) เพื่อเพิ่มความเร็วให้กับกระบวนการค้นหาคำตอบ อัลกอริทึมของ ATS ประกอบด้วย

(1) กำหนดขอบเขตปริภูมิการค้นหา, R , ตัวนับ, TL, และ TC

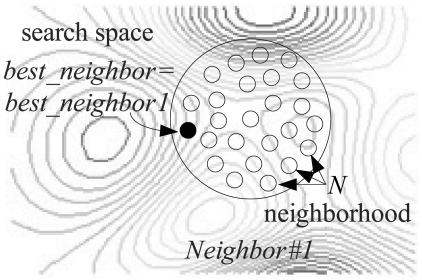
(2) สุ่มเลือกคำตอบเริ่มต้น, S_0 , ภายในปริภูมิการค้นหา โดยกำหนดให้ S_0 มีค่าเป็น *best_neighbor*

ปัจจุบัน ดังแสดงในรูปที่ 2

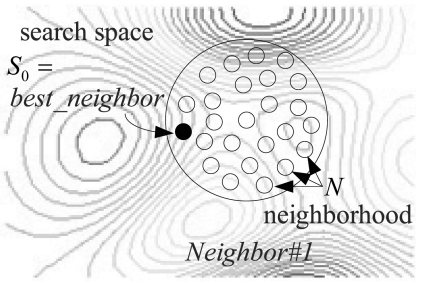
(3) ผลิตค่าใกล้เคียงแบบสุ่มรอบคำตอบเริ่มต้น, S_0, ภายในปริภูมิการค้นหารัศมี R จำนวน N ตัว แล้วเก็บไว้ในเซต $S_1(r)$ ดังแสดงในรูปที่ 3

(4) ประเมินค่าใกล้เคียงด้วยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยกำหนดให้ S_1 คือค่าใกล้เคียง ที่ทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าน้อยที่สุด และให้ S_1 มีค่าเป็น *best_neighbor1* ดังแสดงในรูปที่ 3

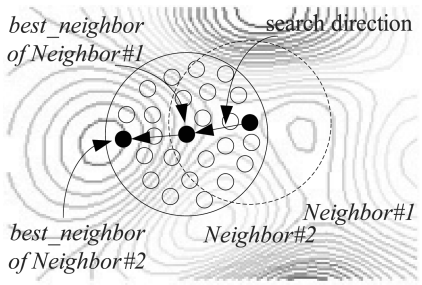
(5) ถ้า $S_1 < S_0$ ทำการเก็บ S_0 ไว้ใน TL จากนั้นปรับค่า $S_0 = S_1$ ไม่เช่นนั้นแล้ว ให้ทำการเก็บ S_1 ไว้ใน TL แทน ดังแสดงในรูปที่ 4-6



รูปที่ 4 เปรียบเทียบค่าใกล้เคียง



รูปที่ 5 ปรับค่าคำตอบเริ่มต้นใหม่



รูปที่ 6 ผลิตค่าใกล้เคียงแบบสุ่มรอบใหม่

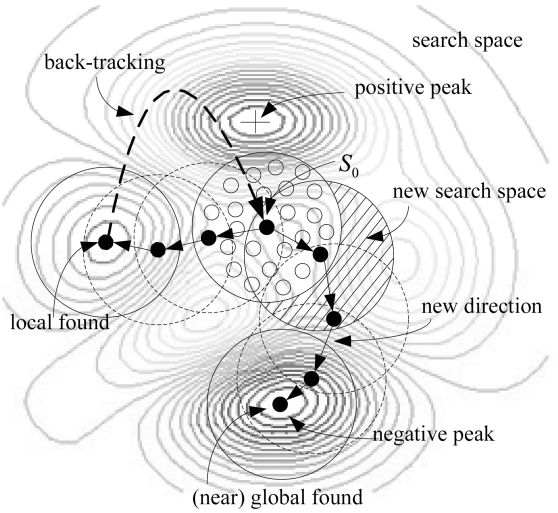
(6) เรียกใช้กลไกย้อนรอยการค้นหา เมื่อกระบวนการค้นหาเกิดการล็อกโดยคำตอบ วงแคบเฉพาะถิ่น ดังแสดงในรูปที่ 7

(7) ตรวจสอบ TC ถ้า TC สอดคล้อง ให้ยุติการค้นหา ค่า S_0 คือคำตอบที่ดีที่สุด ไม่เช่นนั้นให้ทำขั้นตอนต่อไป

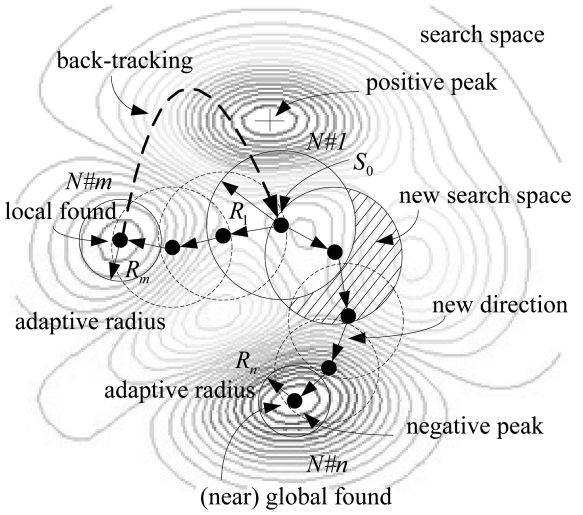
(8) เรียกใช้กลไกปรับรัศมีการค้นหา เมื่อกระบวนการค้นหาเข้าใกล้คำตอบ ดังแสดงในรูปที่ 8

(9) ปรับเพิ่มค่าตัวนับ แล้ววนกลับไปยัง (3) เพื่อดำเนินกระบวนการค้นหาในรอบต่อไป

เช่นเดียวกับ TS อัลกอริทึมของ ATS จะยุติการค้นหาเมื่อ TC สอดคล้อง โดยทั่วไปจะอาศัยเงื่อนไขเกี่ยวกับจำนวนรอบการค้นหาที่ต้องการ หรือค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับ คำตอบที่ดีที่สุดที่พบคือคำตอบที่เหมาะสม หรือคำตอบวงกว้างนั่นเอง สำหรับรายละเอียดของ ATS ผู้อ่านที่สนใจสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก [18-19]



รูปที่ 7 กลไกย้อนรอยการค้นหา



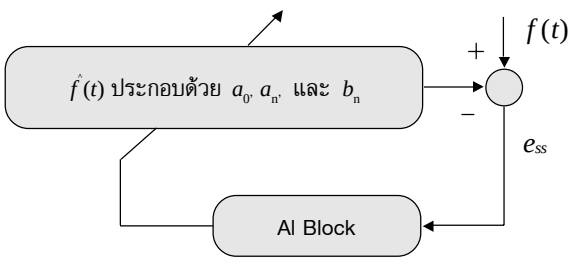
รูปที่ 8 กลไกปรับรัศมีการค้นหา

4. การระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์

แนวทางการประยุกต์เทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์เพื่อระบุเอกลักษณ์ ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์แสดงด้วยแผนภาพดังรูปที่ 9 ฟังก์ชัน $\hat{f}(t)$ ที่ประกอบไปด้วยค่าสัมประสิทธิ์ a_0, a_n, และ b_n ที่ได้จากการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์หรือ AI จะถูกเปรียบเทียบกับฟังก์ชัน $f(t)$ เพื่อคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนแบบผลรวมกำลังสอง (sum square error) หรือ e_{ss} ดังสมการที่ (7)

$$e_{ss} = \sum_{i=1}^{T} \left(f(i) - \hat{f}(i) \right)^2 \qquad \textbf{(7)}$$

ค่า e_{ss} จะถูกส่งไปยัง AI (AI block) เพื่อทำให้มีค่า น้อยที่สุด (minimized) ซึ่งมีนัยว่า $\hat{f}(t)$ จะมีความใกล้เคียงกับ $f(t)$ มากที่สุด นั่นหมายความว่าค่าสัมประสิทธิ์ a_0, a_n, และ b_n ที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์มีความถูกต้อง



รูปที่ 9 กลไกการระบุเอกลักษณ์โดย AI

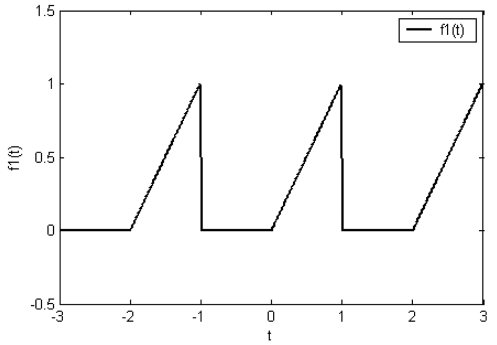
แนวทางดังกล่าวมีความคล้ายคลึงกับงานที่ปรากฏใน [20-21] กล่าวคืองานใน [20] เป็นการนำเอา GA มาทำงานร่วมกับเครือข่ายประสาทเทียมเพื่อค้นหาค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ แต่กระบวนการค้นหายังค่อนข้างยุ่งยาก ส่วนงานใน [21] เป็นการนำเอา GA มาค้นหาค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ของฟังก์ชันรายคาบที่เป็นเฉพาะฟังก์ชันคู่ (even function) เท่านั้น ซึ่งตามทฤษฎีบทของฟูริเยร์ได้พิสูจน์แล้วว่าฟังก์ชันคู่จะมีค่า $b_n = 0$ สำหรับในบทความนี้จะเป็นการนำเอา GA TS และ ATS มาดำเนินการระบุเอกลักษณ์ ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ของฟังก์ชันรายคาบที่มีผลเฉลยในรูปแบบปิด และไม่มีผลเฉลยในรูปแบบปิด ไม่เป็นทั้งฟังก์ชันคู่และฟังก์ชันคี่ (odd function) และเป็นฟังก์ชันคี่ เพื่อแสดงให้เห็นว่าเทคนิคดังกล่าวสามารถค้นหาค่าสัมประสิทธิ์ทั้งหมดได้อย่างมีประสิทธิภาพ

อัลกอริทึมของ GA TS และ ATS ได้รับการพัฒนาเป็นโปรแกรมการค้นหาโดย MATLAB เพื่อระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันรายคาบจำนวน 2 ฟังก์ชัน ดังนี้

4.1 การระบุเอกลักษณ์ฟังก์ชันที่ 1

ฟังก์ชันที่ 1 หรือ $f_1(t)$ เป็นฟังก์ชันรายคาบดังสมการที่ (8) และรูปที่ 10

$$f_1(t) = \begin{cases} 0, & -1 \le t \le 0 \\ t, & 0 \le t \le +1 \end{cases} \qquad \textbf{(8)}$$



รูปที่ 10 ฟังก์ชัน $f_1(t)$

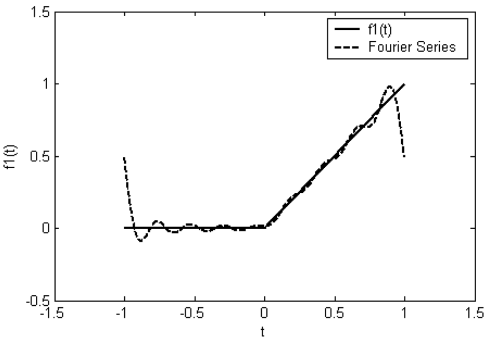
ฟังก์ชันดังกล่าวไม่เป็นทั้งฟังก์ชันคู่และฟังก์ชันคี่ มีคาบ T = 2 sec และมีอนุกรมฟูริเยร์เป็นดังสมการที่ (9)

ซึ่งผลเฉลยในรูปแบบปิดที่คำนวณได้คือ $a_0 = 1/4$, $a_n = \frac{1}{n^2\pi^2}(\cos n\pi - 1)$, และ

$b_n = -\frac{1}{n\pi}\cos n\pi$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \ldots$

$$f_1(t) = \frac{1}{4} - \frac{2}{\pi^2}\cos \pi t + \frac{1}{\pi}\sin \pi t - \frac{1}{2\pi}\sin 2\pi t - \frac{2}{9\pi^2}\cos 3\pi t + \frac{1}{3\pi}\sin 3\pi t - \frac{1}{4\pi}\sin 4\pi t - \frac{2}{25\pi^2}\cos 5\pi t + \frac{1}{5\pi}\sin 5\pi t - \frac{1}{6\pi}\sin 6\pi t - \frac{2}{49\pi^2}\cos 7\pi t + \frac{1}{7\pi}\sin 7\pi t - \frac{1}{8\pi}\sin 8\pi t - \cdots \quad \textbf{(9)}$$

เมื่อกำหนดให้ $n = 8$ แล้วนำ $f_1(t)$ ในสมการที่ (9) ไปพล็อตเพียงคาบเดียว เทียบกับ $f(t)$ ดังรูปที่ 11 จะพบว่ามีค่า $e_{ss} = 12.1710$ ซึ่งจะถูกกำหนดให้เป็น TC



รูปที่ 11 ฟังก์ชัน $f_1(t)$ จากอนุกรมฟูริเยร์

ทำการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน $\hat{f}_1(t)$ อันได้แก่ $a_0, a_1 - a_8$, และ $b_1 - b_8$ จำนวน 17 ตัว โดย GA TS และ ATS การกำหนดค่าพารามิเตอร์ภายใน GA TS และ ATS สำหรับฟังก์ชัน $\hat{f}_1(t)$ แสดงดังตารางที่ 1-3 ตามลำดับ

ตารางที่ 1 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ของ GA สำหรับการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์

ค่าพารามิเตอร์ของการค้นหา	GA	
	ฟังก์ชันที่ 1, $f_1(t)$	**ฟังก์ชันที่ 2,** $f_2(t)$
จำนวนโครโมโซม	40	40
ช่วงของโครโมโซม	$a_0 = a_n = b_n =$ [-1 + 1]	$a_0 = a_n = b_2 = b_3 = b_4 =$ $= b_5 = b_6 = b_8 =$ [-1 + 1] $b_1 =$ [+40 + 60], $b_7 =$ [-10 0]
การคัดเลือก	ทำการคัดเลือกด้วยวิธีจัดอันดับ	ทำการคัดเลือกด้วยวิธีจัดอันดับ
การสุ่มค่า	สุ่มค่าด้วยการเฟ้นสุ่มครอบจักรวาล	สุ่มค่าด้วยการเฟ้นสุ่มครอบจักรวาล
การรวมตัว	รวมตัวแบบจุดเดียวที่ระดับความน่าจะเป็น 0.8	รวมตัวแบบจุดเดียวที่ระดับความน่าจะเป็น 0.8
การกลายพันธุ์	การกลายพันธุ์ที่ระดับความน่าจะเป็น $0.8 / T$	การกลายพันธุ์ที่ระดับความน่าจะเป็น $0.8 / T$
การแทนที่	แทนที่โครโมโซมที่ให้ค่าความเหมาะสมน้อยที่สุดรุ่นละหนึ่งโครโมโซม	แทนที่โครโมโซมที่ให้ค่าความเหมาะสมน้อยที่สุดรุ่นละหนึ่งโครโมโซม
TC	ยุติการค้นหาเมื่อ $e_{ss} \le 12.1710$	ยุติการค้นหาเมื่อ $e_{ss} \le 8.7200$

ตารางที่ 2 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ของ TS สำหรับการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์

ค่าพารามิเตอร์ของการค้นหา	TS	
	ฟังก์ชันที่ 1, $f_1(t)$	ฟังก์ชันที่ 2, $f_2(t)$
ปริภูมิการค้นหา	$a_0 = a_n = b_n = [-1\ +1]$	$a_0 = a_n = b_2 = b_3 = b_4 =$ $= b_5 = b_6 = b_8 = [-1\ +1]$ $b_1 = [+40\ +60]$, $b_7 = [-10\ 0]$
รัศมีการค้นหา	กำหนดรัศมีการค้นหา $R = 0.2$ [-1 + 1] หรือ 20% ของปริภูมิการค้นหา	กำหนดรัศมีการค้นหา $R = 20\%$ ของปริภูมิการค้นหา
สุ่มค่าใกล้เคียง	สุ่มค่าใกล้เคียงที่มีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ	สุ่มค่าใกล้เคียงที่มีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ
จำนวนค่าใกล้เคียง	$N = 30$	$N = 30$
TC	ยุติการค้นหาเมื่อ $e_{ss} \le 12.1710$	ยุติการค้นหาเมื่อ $e_{ss} \le 8.7200$

ตารางที่ 3 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ของ ATS สำหรับการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์

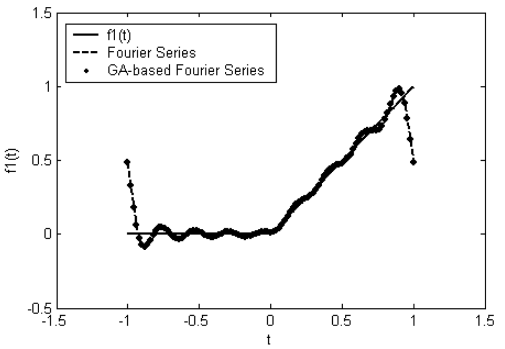
ค่าพารามิเตอร์ของการค้นหา	ATS	
	ฟังก์ชันที่ 1, $f_1(t)$	ฟังก์ชันที่ 2, $f_2(t)$
ปริภูมิการค้นหา	$a_0 = a_n = b_n = [-1\ +1]$	$a_0 = a_n = b_2 = b_3 = b_4 =$ $= b_5 = b_6 = b_8 = [-1\ +1]$ $b_1 = [+40\ +60]$, $b_7 = [-10\ 0]$
รัศมีการค้นหา	กำหนดรัศมีการค้นหา $R = 0.2$ [-1 + 1] หรือ 20% ของปริภูมิการค้นหา	กำหนดรัศมีการค้นหา $R = 20\%$ ของปริภูมิการค้นหา
กลไกย้อนรอยการค้นหา	เรียกใช้กลไกย้อนรอยการค้นหาเมื่อมีการล็อกของคำตอบจำนวน 15 ครั้ง	เรียกใช้กลไกย้อนรอยการค้นหาเมื่อมีการล็อกของคำตอบจำนวน 15 ครั้ง
กลไกปรับรัศมีการค้นหา	เรียกใช้กลไกปรับรัศมีการค้นหาเมื่อคำตอบที่พบมีค่าลดลง 100% ของคำตอบก่อนหน้า โดยทำการปรับลดรัศมีลง 20% ของรัศมีก่อนหน้า	เรียกใช้กลไกปรับรัศมีการค้นหาเมื่อคำตอบที่พบมีค่าลดลง 100% ของคำตอบก่อนหน้า โดยทำการปรับลดรัศมีลง 20% ของรัศมีก่อนหน้า
สุ่มค่าใกล้เคียง	สุ่มค่าใกล้เคียงที่มีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ	สุ่มค่าใกล้เคียงที่มีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ
จำนวนค่าใกล้เคียง	$N = 30$	$N = 30$
TC	ยุติการค้นหาเมื่อ $e_{ss} \le 12.1710$	ยุติการค้นหาเมื่อ $e_{ss} \le 8.7200$

การกำหนดจำนวนโครโมโซมและช่วงของโครโมโซมในกลไกของ GA และการกำหนดปริภูมิการค้นหาของ TS และ ATS รวมทั้งการกำหนดค่า TC ที่ใช้เป็นเกณฑ์ยุติการค้นหานั้นเป็นการกำหนดแบบศึกษาสำนึก (heuristic) ที่ตั้งอยู่บนความรู้และประสบการณ์ของผู้ใช้งานโดยตรง

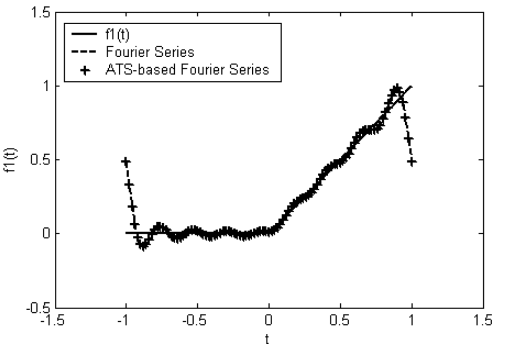
จากผลการระบุเอกลักษณ์พบว่า GA พบคำตอบในรุ่นที่ 335 ด้วยค่า $e_{ss} = 12.1710$ TS พบคำตอบในรอบการค้นหาที่ 1743 ด้วยค่า $e_{ss} = 12.1710$ และ ATS พบคำตอบในรอบการค้นหาที่ 987 ด้วยค่า $e_{ss} = 12.1710$ ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์เปรียบเทียบกับค่าจริง (ผลเฉลยในรูปแบบปิด) แสดงในตารางที่ 4 และผลการค้นหาสุดท้ายแสดงในรูปที่ 12-14 ตามลำดับ ซึ่งพบว่าค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จาก GA TS และ ATS มีความใกล้เคียงกับค่าจริงอย่างมาก และรูปกราฟที่พล็อตจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้มีความถูกต้องสูงอย่างน่าพอใจยิ่ง

ตารางที่ 4 ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน $\hat{f}_1(t)$ ที่ได้จาก GA TS และ ATS

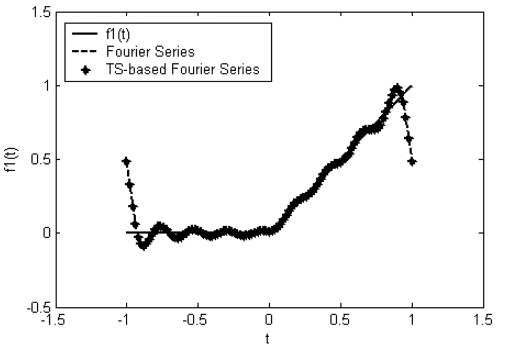
ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์สำหรับฟังก์ชันที่ 1 ที่ได้จากการอินทิเกรตเพื่อหาผลเฉลยในรูปแบบปิดและการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์									
ค่า สปส.	ผลเฉลย รูปแบบปิด	GA-based	TS-based	ATS-based	ค่า สปส.	ผลเฉลย รูปแบบปิด	GA-based	TS-based	ATS-Based
a_0	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	b_1	0.3183	0.3183	0.3183	0.3183
a_1	-0.2026	-0.2027	-0.2027	-0.2026	b_2	-0.1591	-0.1592	-0.1592	-0.1591
a_2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	b_3	0.1061	0.1061	0.1061	0.1061
a_3	-0.0225	-0.0225	-0.0226	-0.0225	b_4	-0.0796	-0.0796	-0.0797	-0.0797
a_4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	b_5	0.0637	0.0637	0.0636	0.0637
a_5	-0.0081	-0.0081	-0.0081	-0.0081	b_6	-0.0531	-0.0531	-0.0531	-0.0531
a_6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	b_7	0.0455	0.0455	0.0455	0.0455
a_7	0.0041	-0.0041	-0.0041	-0.0041	b_8	-0.0398	-0.0398	-0.0397	-0.0398
a_8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000					



รูปที่ 12 ฟังก์ชัน $\hat{f}_1(t)$ จาก GA



รูปที่ 14 ฟังก์ชัน $\hat{f}_1(t)$ จาก ATS



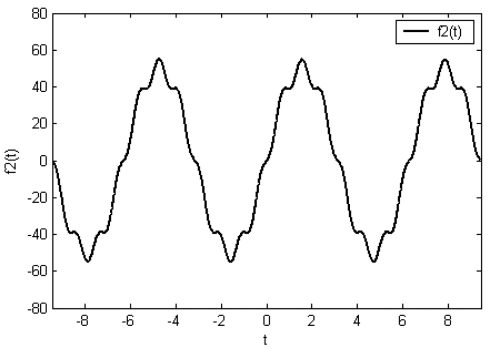
รูปที่ 13 ฟังก์ชัน $\hat{f}_1(t)$ จาก TS

4.2 การระบุเอกลักษณ์ฟังก์ชันที่ 2

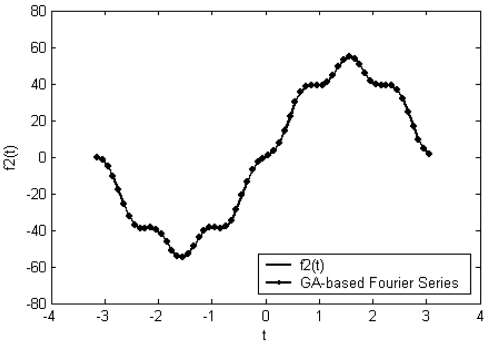
ฟังก์ชันที่ 2 หรือ $f_2(t)$ เป็นฟังก์ชันรายคาบ ดังแสดงในรูปที่ 15 ฟังก์ชันดังกล่าว เป็นฟังก์ชันคี่ มีคาบ $T = 2\pi = 6.2832$ sec ซึ่งกำหนดให้ไม่สามารถคำนวณผลเฉลยในรูปแบบปิดได้ ดังนั้นอนุกรมฟูริเยร์ของ $f_2(t)$ จะได้จากการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์ นั่นคือ $\hat{f}_2(t)$ เมื่อกำหนดให้ $n = 8$ ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน $\hat{f}_2(t)$ อันได้แก่ a_0, a_1 - a_8, และ b_1 - b_8 จำนวน 17 ตัว จะถูกค้นหาโดย GA TS และ ATS การกำหนดค่าพารามิเตอร์ภายใน

GA TS และ ATS สำหรับฟังก์ชัน $\hat{f}_2(t)$ แสดงดังตารางที่ 1-3 ตามลำดับ และเช่นเดียวกับกรณีการระบุเอกลักษณ์ฟังก์ชันที่ 1 การกำหนดจำนวนโครโมโซมและช่วงของโครโมโซมในกลไกของ GA และการกำหนดปริภูมิการค้นหาของ TS และ ATS รวมทั้งการกำหนดค่า TC ที่ใช้เป็นเกณฑ์ยุติการค้นหานั้นเป็นการกำหนดแบบศึกษาสำนึก

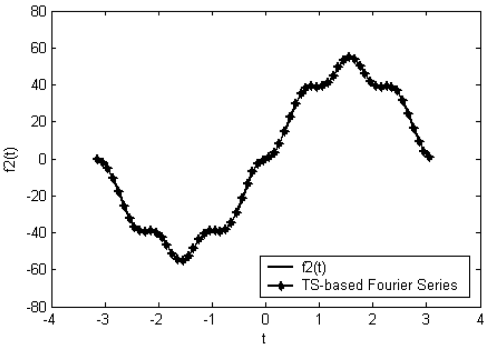
จากผลการระบุเอกลักษณ์พบว่า GA พบคำตอบในรุ่นที่ 484 ด้วยค่า $e_{ss} = 8.7110$ TS พบคำตอบในรอบการค้นหาที่ 2576 ด้วยค่า $e_{ss} = 8.7098$ และ ATS พบคำตอบในรอบ การค้นหาที่ 1197 ด้วยค่า $e_{ss} = 8.7070$ ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้แสดงในตารางที่ 5 และผลการค้นหาสุดท้ายแสดงในรูปที่ 16-18 ตามลำดับ ซึ่งพบว่าทั้ง GA, TS, และ ATS สามารถค้นหาค่า b_1 และ b_7 ได้ใกล้เคียงกันมาก ทั้งนี้เพราะ $f_2(t)$ ในรูปที่ 15 มีองค์ประกอบเฉพาะเทอม b_n อันดับที่ 1 และ 7 (ฮาร์มอนิกที่ 1 และ 7) เท่านั้น ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ที่เหลือได้แก่ a_0 - a_8, b_2- b_6, และ b_8 เมื่อพิจารณาจากนัยสำคัญแล้วจะมีค่าเป็นศูนย์จากรูปที่ 16-18 ซึ่งเป็นรูปกราฟที่พล็อตจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการระบุเอกลักษณ์จะเห็นได้ว่ามีความถูกต้องสูงอย่างน่าพอใจยิ่ง



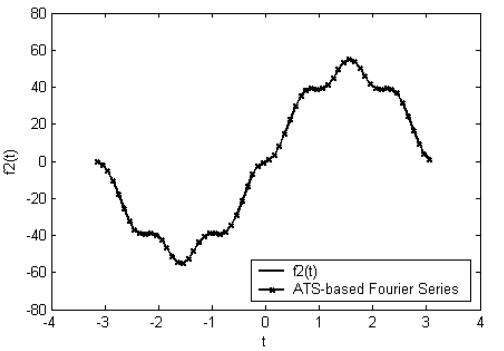
รูปที่ 15 ฟังก์ชัน $f_2(t)$



รูปที่ 16 ฟังก์ชัน $\hat{f}_2(t)$ จาก GA



รูปที่ 17 ฟังก์ชัน $\hat{f}_2(t)$ จาก TS



รูปที่ 18 ฟังก์ชัน $\hat{f}_2(t)$ จาก ATS

ตารางที่ 5 ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน $\hat{f}_2(t)$ ที่ได้จาก GA TS และ ATS

ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์สำหรับฟังก์ชันที่ 2 ที่ได้จากการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์							
ค่า สปส.	GA-based	TS-based	ATS-based	ค่า สปส.	GA-based	TS-based	ATS-Based
a_0	0.0265	0.0112	0.0064	b_1	49.9855	49.9965	49.9985
a_1	-0.0523	-0.0150	-0.0120	b_2	0.0114	0.0078	-0.0320
a_2	-0.0876	-0.0461	-0.0336	b_3	0.0175	0.0171	0.0167
a_3	0.0550	-0.0011	-0.0220	b_4	0.0218	0.0366	0.0514
a_4	0.0115	0.0053	-0.0335	b_5	-0.0073	-0.0024	-0.0012
a_5	-0.0070	0.0148	0.1351	b_6	-0.0274	0.0144	0.0276
a_6	0.0244	0.0102	-0.0349	b_7	-4.9926	-4.9963	-4.9992
a_7	-0.0247	-0.0159	-0.0011	b_8	-0.0971	-0.0662	0.0152
a_8	0.0088	-0.0064	-0.0153				

จากการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันที่ 1 และ 2 พบว่า GA TS และ ATS สามารถค้นหาค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ได้อย่างถูกต้องและมีความแม่นยำเชิงตัวเลขสูง ซึ่งทำให้ช่วยลดความยุ่งยากในการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลเฉลยรูปแบบปิด

อย่างไรก็ตาม บทความนี้มิได้นำเสนอการเปรียบเทียบสมรรถนะการค้นหาคำตอบระหว่าง GA TS และ ATS ที่แสดงออกมาในรูปของความเร็วในการค้นหา เพื่อระบุว่าวิธีการใดดีที่สุด ทั้งนี้เพราะในการทดสอบไม่ได้มีการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ภายในของ GA (ได้แก่ชนิดและขนาดของโครโมโซม วิธีการคัดเลือก การแทนที่ และปฏิบัติการทางสายพันธุ์) TS (ได้แก่ รัศมีการค้นหา และจำนวนค่าใกล้เคียง) และ ATS (ได้แก่ รัศมีการค้นหา จำนวนค่าใกล้เคียง การย้อนรอยการค้นหา และการปรับลดรัศมีการค้นหา) พารามิเตอร์ภายในดังกล่าวส่งผลกับสมรรถนะการค้นหาโดยตรง อีกทั้งยังขึ้นกับปัญหาที่สนใจ (problem-dependent) อีกด้วย บทความนี้ได้แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ด้วยเทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์ อันได้แก่ GA TS และ ATS เพื่อลดภาระความยุ่งยากในการคำนวณทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ

5. สรุป

บทความนี้นำเสนอการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์สำหรับฟังก์ชันรายคาบด้วยเทคนิคการค้นหาแบบปัญญาประดิษฐ์ ซึ่งประกอบด้วย จีนเนติกอัลกอริทึม (GA) การค้นหาแบบตาบู (TS) และการค้นหาแบบตาบูเชิงปรับตัว (ATS) ดำเนินการระบุเอกลักษณ์ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันรายคาบจำนวน 2 ฟังก์ชัน ได้แก่ ฟังก์ชันที่มีผลเฉลยในรูปแบบปิด (ฟังก์ชันที่ 1) และฟังก์ชันที่ไม่มีผลเฉลยในรูปแบบปิด (ฟังก์ชันที่ 2) จากผลการระบุเอกลักษณ์พบว่า GA TS และ ATS สามารถค้นหาค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูริเยร์ของฟังก์ชันที่ 1 และ 2 ได้อย่างถูกต้องและมีความแม่นยำเชิงตัวเลขสูง แนวทางดังกล่าวช่วยลดความยุ่งยากในการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลเฉลยรูปแบบปิด และยังสามารถประยุกต์ใช้เพื่อการระบุเอกลักษณ์ฮาร์มอนิกของสัญญาณรายคาบที่สนใจได้อีกด้วย

6. เอกสารอ้างอิง

1. Wong, Y. K., Chung, T. S., and Lai, W. M., 2000, “Application of Genetic Algorithm in Reactive Power/Voltage Control Problem,”

International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, Vol. 2, pp. 486-490.

2. Kulworawanichpong, T. and Sujitjorn, S., 2002, "Optimal Power Flow using Tabu Search," *IEEE Power Engineering Review,* Vol. 22, No. 6, pp. 37-40.

3. Bedwani, W. A. and Ismail, O.M., 2001, "Genetic Optimization of Variable Structure PID Control System," *ACS/IEEE International Conference on Computer Systems and Applications,* pp. 27-30.

4. Puangdownreong, D., Kulworawanichpong, T., Sujitjorn, S., and Kulworawanichpong, T-W., 2003, "Design of a PIDA Controller based on the Adaptive Tabu Search Method," *EECON26,* pp. 889-894.

5. Puangdownreong, D., Areerak, K-N., Srikaew, A., Sujitjorn, S., and Totarong, P., 2002, "System Identification via Adaptive Tabu Search," *IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT'02),* Vol. 2, pp. 915-920.

6. Kulworawanichpong, T., Areerak, K-P., Areerak, K-N., and Sujitjorn, S., 2004, "Harmonic Identification for Active Power Filters via Adaptive Tabu Search Method," *LNCS (Lecture Notes in Computer Science),* Springer-Verlag Heidelberg, Vol. 3215, pp. 687-694.

7. Lo Bosco, G., 2001, "A Genetic Algorithm for Image Segmentation," *Proceeding of 11th International Conference on Image Analysis and Processing,* pp. 262-266.

8. Srinivasan, D., Rucy Long, C., and Young Peng, P., 2001, "Hybrid Fuzzy Logic - Genetic Algorithm Technique for Automated Detection of Traffic Incidents on Freeways," *Proceeding of 2001 IEEE Intelligent Transportation Systems,* pp. 352-357.

9. Meesad, P. and Yen, G.G., 2001, "A Hybrid Intelligent System for Medical Diagnosis," *Proceeding of International Joint Conference on Neural Network,* Vol. 4, pp. 2558-2563.

10. Kreyszig, E., 1999, *Advanced Engineering Mathematics,* 8th edition, John Wiley & Sons, Inc.

11. Alexander, C. H. and Sadiku, M. N. O., 2004, *Fundamentals of Electric Circuits,* 2nd edition, McGraw-Hill.

12. H. Holland, H., 1975, *Adaptation in Natural and Artificial Systems,* Ann Arbor, the University of Michigan Press.

13. Goldberg, D.E., 1989, *Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning,* Addison-Wesley Publishing.

14. Srikaew, A., 2002, "Genetic Algorithm - part I," *Suranaree Journal of Science and Technology,* Vol. 9, No. 1, pp. 69-83.

15. Glover, F., 1986, "Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence," *Computers and Operations Research,* Vol. 13, pp. 533-549.

16. Glover, F., 1989, 1990, "Tabu Search - part I&II," *ORSA Journal on Computing,* Vol. 1&2, pp. 190-206 and pp. 4-32.

17. Glover, F., 1994, "Tabu Search for Nonlinear and Parametric Optimization (with Links to Genetic Algorithms)," *Discrete Applied Mathematics,* Vol. 49, pp. 231-255.

18. Puangdownreong, D., Kulworawanichpong, T., and Sujitjorn, S., 2004, "Finite Convergence and Performance Evaluation of Adaptive Tabu Search," *LNCS (Lecture Notes in Computer Science),* Springer-Verlag Heidelberg, Vol. 3215,

pp. 710-717.

19. Kulworawanichpong, T., Puangdownreong, D., and Sujitjorn, S., 2004, "Finite Convergence of Adaptive Tabu Search", *ASEAN Journal on Science and Technology for Development,* Vol. 21, No. 2&3, pp. 103-115.

20. Yang, Q., Lin, F., Zhang, G., and Jiang, J., 2000, "The Application of Computational Intelligent to Fourier Transformation," *The 7th IEEE International Conference on Electronic, Circuits, and Systems,* Vol. 1, pp. 178-181.

21. Srikaew, A., 2002, "Genetic Algorithm - part II: How to Search for Fourier Coefficients," *Suranaree Journal of Science and Technology,* Vol. 9, No. 2, pp. 139-146.