# โครงข่ายระดับของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

**ธีระ ลาภิศชยางกูล**[1]
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี บางมด ทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140

## บทคัดย่อ

งานวิจัยเรื่องโครงข่ายระดับของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีนี้ เป็นการศึกษาเพื่อหาค่าระดับของหมุดหลักฐานทางดิ่งจากการทำระดับสามสายใยแบบไปและกลับ จากหมุดหลักฐานทั้งหมดภายในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน การรังวัดได้ทำการโยงยึดเข้ากับหมุดหลักฐานของกรมแผนที่ทหารซึ่งทราบค่าระดับน้ำทะเลปานกลางของประเทศที่หมุดหลักฐาน 533 บริเวณโรงเรียนนาหลวง ซึ่งหมุดหลักฐานทางดิ่งจำนวน 12 หมุดจะทำการเดินระดับแบบสามสายใยและนำค่าความต่างระดับแต่ละสายการระดับมาปรับแก้ ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไข

ผลจากการคำนวณพบว่าจากโครงข่ายระดับที่เกิดจากวงรอบระดับจำนวน 6 วงรอบจะมีค่าความผิดในแต่ละวงรอบอยู่ระหว่าง 1 - 5 มม. และค่าความต่างระดับที่ได้จากการเดินเมื่อเปรียบเทียบกับที่ทำการปรับแก้มีค่าความผิดพลาดไม่เกิน 1 - 2 มม. โดยการปฏิบัติงานจะใช้วิธีการอ่านค่าระดับแบบสามสายใยและกล้องระดับที่มีความละเอียดในระดับงานชั้นที่ 3 จึงทำให้ผลของค่าระดับที่ได้จะอยู่ในเกณฑ์ของงานชั้นที่ 3 ซึ่งมีความถูกต้องและเหมาะสมที่จะใช้เป็นหมุดอ้างอิงในการทำงานระดับและแผนที่ในมหาวิทยาลัยและพื้นที่รอบๆ ข้างต่อไปในอนาคต

[1] *อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา*

# The Leveling Network of King Mongkut's University of Technology Thonburi

**Theera Laphitchayangkul**[1]
King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod,Toongkru, Bangkok 10140

## Abstract

This research is to study a Leveling Network of King Mongkut's University of Technology Thonburi to find the elevations of benchmarks by three-wire leveling with double run type. All benchmarks are located all over the areas of two campuses i.e., King Mongkut's University of Technology Thonburi at Tungkru and Bang Kuntien. The leveling is connected to the benchmark 533 of the Royal Thai Survey Department (RTSD) at Nalaung School. The data of all twelve benchmarks are processed by Least Squares adjustment with condition equation.

The results show that Leveling Network of 6 loops have errors within 5 mm per loop. The differences of elevations adjusted by Dell's method and by Least Square Method with condition equation are within 1-2 mm. Using use three-wire leveling by Double run type and Third order equipments, the results are accurate enough to be a reference point for future leveling as well as for updating contour maps in the campuses and surrounding areas.

[1] *Lecturer, Department of Civil Engineering.*

## 1. บทนำ

จากหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS บริเวณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน ที่ได้จัดทำขึ้นและมีค่าพิกัดทางราบถูกต้องในระดับมิลลิเมตร แต่ยังขาดค่าพิกัดทางดิ่งซึ่งยังไม่ถูกต้องตามมาตรฐานว่าจะอยู่ในชั้นงานใดของงานระดับเนื่องจากค่าพิกัดทางดิ่งที่ได้จากเครื่องรับจีพีเอสได้อ้างอิงค่าระดับจากพื้นหลักฐานสมมติที่เรียกว่า พื้นผิวรูปทรงรี (Ellipsoid) แทนจากพื้นหลักฐานระดับน้ำทะเลปานกลาง ซึ่งทำให้มีค่าระดับที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้นจึงต้องมีการเดินระดับระหว่างหมุดหลักฐานจากหมุดอ้างอิงของกรมแผนที่ทหารที่มีความถูกต้องสูงเพื่อให้หมุดหลักฐานในมหาลัยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน ทราบค่าระดับและใช้เป็นหมุดอ้างอิงในพื้นที่บริเวณใกล้เคียงได้อย่างถูกต้อง โดยในการทำงานครั้งนี้จะใช้วิธีการเดินระดับสามสายใย (Three-Wire Leveling) แบบเดินระดับไปและกลับ โดยอ้างอิงตามเกณฑ์มาตรฐานการทำงานโครงข่ายระดับของอเมริกาของหน่วยงาน Federal Geodetic Control Committee (FGCC) [1] ดังนั้นในโครงงานนี้จะทำการหาค่าระดับของหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS ที่อยู่ในบริเวณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน อ้างอิงจากพื้นหลักฐานระดับน้ำทะเลปานกลางและปรับแก้ค่าระดับ ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไขทำให้ได้ค่าพิกัดของหมุดหลักฐานทั้งทางราบและทางดิ่ง (E, N, h) และสามารถนำไปอ้างอิงในการทำงานอื่นๆได้อย่างถูกต้อง

## 2. วัตถุประสงค์

1. เพื่อหาค่าความต่างระดับระหว่างหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS ภายในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน

2. เพื่อกำหนดค่าระดับของหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS ภายในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน อ้างอิงจากพื้นหลักฐานระดับน้ำทะเลปานกลาง

## 3. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ค่าระดับของหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS ภายในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีวิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน

2. สามารถนำหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS นำไปใช้เป็นหมุดหลักฐานการระดับในการอ้างอิงงานระดับหรืองานก่อสร้าง บริเวณภายในและภายนอกมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีวิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียนได้อย่างถูกต้อง

3. ได้หมุดหลักฐานการระดับที่มีความถูกต้องตามชั้นงานที่ 3

## 4. ลักษณะและการออกแบบของโครงข่ายระดับ

ในการรังวัดหาค่าระดับของหมุดหลักฐานจะกำหนดหมุดหลักฐานที่ใช้สำหรับเป็นหมุดอ้างอิงค่าระดับที่เป็นหมุดหลักฐานดาวเทียมระบบ GPS ภายในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน ซึ่งมีค่าพิกัดทางราบ (E, N) แล้วจำนวน 11 หมุด เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องจึงต้องทำการรังวัดโยงยึดเป็นโครงข่าย โดยการสร้างรูปวงรอบหลายวงเชื่อมต่อกันเป็นโครงข่าย ซึ่งจะสามารถตรวจสอบการบรรจบของวงรอบย่อยแต่ละวงได้และวงรอบใหญ่ได้เช่นกัน และมีหมุด TBM1 และ BM 533 เป็นหมุดหลักฐานที่อยู่นอกมหาวิทยาลัยฯ ซึ่งหมุด BM 533 เป็นหมุดของกรมแผนที่ทหารซึ่งทราบค่าระดับ ส่วนหมุด TBM1 เป็นหมุดที่สร้างขึ้นเพื่อให้รูปโครงข่ายระดับมีลักษณะทางเรขาคณิตที่เหมาะสมเป็นวงรอบย่อยที่มีเส้นเชื่อมต่อกันระหว่างหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS ของทั้งสองมหาวิทยาลัยที่ไม่ทราบค่าระดับ

### 4.1 การเลือกตำแหน่งเพื่อสร้างหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS และทางดิ่ง [2]

บริเวณที่จะการกำหนดตำแหน่งทำการก่อสร้างหมุดหลักฐานได้นั้นจะต้องเป็นพื้นที่โล่งไม่มีสิ่งกีดขวางในระดับที่สูงเกิน 15 ° จากแนวระนาบ ไม่มีแนวสายไฟฟ้าแรงสูงหรือสถานีส่งสัญญาณโทรคมนาคมอยู่ในบริเวณใกล้เคียงสำหรับหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS ส่วนหมุด

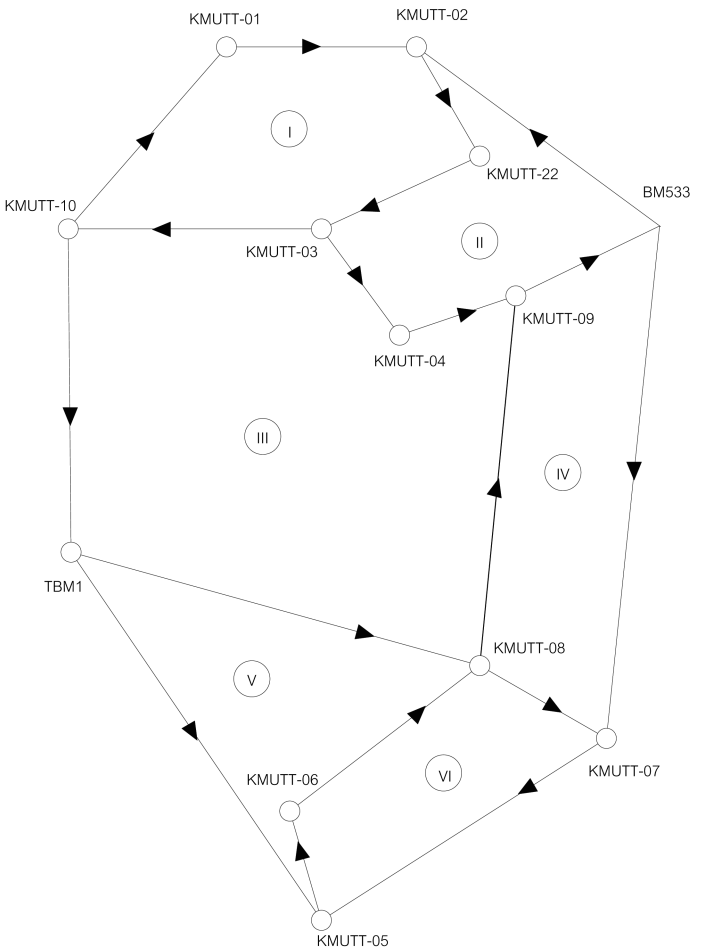
หลักฐานทางดิ่งจะต้องเป็นพื้นที่โล่งและมีสภาพหมุดที่มั่นคง นอกจากนี้ตำแหน่งของหมุดหลักฐานทั้งสองที่จะทำการก่อสร้างควรอยู่ในบริเวณที่ปลอดภัย ไม่มีการรื้อถอนหรือย้ายตำแหน่ง และไม่สูญหายได้ง่าย

### 4.2 ลักษณะของโครงข่ายระดับ

จากการกำหนดหมุดเลือกตำแหน่งและกำหนดหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS เพื่อใช้เป็นหมุดหลักฐานทางดิ่ง โดยเส้นทางเดินวงรอบระดับเป็นเส้นเชื่อมระหว่างหมุดหลักฐานแต่ละหมุดที่แทนแนวการเดินระดับซึ่งในการทำงานครั้งนี้จะประกอบไปด้วยวงรอบย่อยทั้งหมด 6 วงรอบและมีทิศทางการเดินระดับตามลูกศรดังรูปที่ 1

## 5. ขั้นตอนการทำงานและตรวจสอบโครงข่ายระดับ

หลังจากการกำหนดหมุดหลักฐานสำหรับการเดินระดับและจำนวนวงรอบที่ต้องเดินระดับก็จะทำการเดินระดับจากเส้นวงรอบที่กำหนด แล้วจึงคำนวณหาค่าระดับของแต่ละหมุดแล้วตรวจสอบผลการคำนวณ จากนั้นจึงทำการปรับแก้ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไข ซึ่งมีรายละเอียดต่างๆ ของการทำงานเป็นดังนี้




**รูปที่ 1** ลักษณะโครงข่ายวงรอบระดับ

### 5.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทำงาน

1. กล้องระดับรุ่น NAK2 จำนวน 1 เครื่อง พร้อมกับขากล้อง

2. ไม้วัดระดับจำนวน 2 อันชนิดธรรมดา

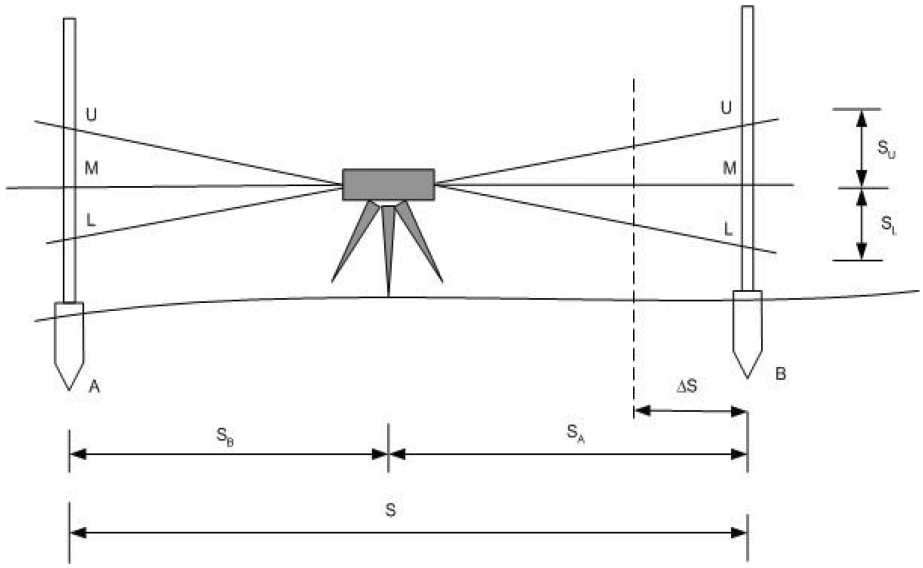
3. อุปกรณ์ประกอบอื่นๆ เช่น Foot Plat, ร่ม, ตะปู, ค้อน, สีกระป๋อง

4. เครื่องมือและอุปกรณ์สำนักงานสำหรับคำนวณ
   - คอมพิวเตอร์ Pentium IV 1.8 GHz.
   - ซอฟต์แวร์โปรแกรม Mathematica

### 5.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 5.2.1 การทำระดับสามสายใย

การทำระดับสามสายใยเป็นการหาค่าระดับแบบหนึ่งในงานสำรวจโดยการเดินระดับและอ่านค่าระดับบนไม้วัดระดับจากสามสายใยของกล้องระดับ คือ สายใยบน สายใยกลางและสายใยล่าง ซึ่งจะทำให้การทำงานระดับสามารถตรวจสอบและขจัดความผิดพลาดเนื่องจากความโค้งของโลก [3] การหักเหของแสงและความผิดเนื่องจากสายใยเอียงได้น่าเชื่อถือมากกว่าการทำระดับแบบสายใยเดียว [4] อีกทั้งยังสามารถที่จะหาระยะทางระหว่างกล้องไปยังไม้วัดระดับได้จากผลต่างของสายใยบนและล่าง ดังนั้นในการเดินระดับที่ต้องอ่านค่าจากไม้วัดระดับทั้งสองฝั่งคือ Back sight (BS) และ Fore sight (FS) ระยะทางระหว่าง BS และ FS จะต้องใกล้เคียงกัน และผลต่างของค่าสายใยบนลบสายกลางและสายใยกลางลบสายใยล่างจะต้องมีค่าไม่เกินจากข้อกำหนดตามมาตรฐานของ Federal Geodetic Control Committee (FGCC) [1] ดังรูปที่ 2




**รูปที่ 2** การทำระดับสามสายใยด้วยกล้องระดับ

#### 5.2.2 วิธีการลีสท์สแควร์

วิธีการลีสท์สแควร์ (Least Squares) ไม่ใช่การเฉลี่ยค่าเพื่อหาค่าที่ดีที่สุดแต่เป็นการปรับแก้ค่าตามหลักและวิธีการเพื่อให้ค่าที่ดีที่สุด แล้วทำให้งานนั้นมีความผิดพลาดน้อยที่สุดจากผลรวมกำลังสองของค่าเศษเหลือน้อยที่สุด ซึ่งเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้มากในงานทางด้านวิศวกรรม โดยทางด้านการสำรวจและการทำแผนที่ ไม่ว่าจะเป็นงานทางด้านการระดับ (Leveling) ภาพถ่ายทางอากาศ (Photogrammetry) การทำวงรอบ (Traverse) เป็นต้น จะนำไปใช้ในการปรับแก้ข้อมูลทางด้านสำรวจที่มีจำนวนมากเพื่อหาค่าที่ต้องการ แต่วิธีการนี้สามารถนำไปประยุกต์ให้เข้ากับงานอื่นๆ ได้ ถ้าเข้าใจถึงวิธีการ หลักการและตัวแปรที่จะนำมาแทนค่า อีกทั้งแบบจำลองที่ใช้ซึ่งได้กล่าวถึงแล้วในเรื่อง การวัดและแบบจำลอง [5] ก็จะสามารถนำมาใช้กับในงานอื่นๆ ได้ถ้างานนั้นเกี่ยวเนื่องกับข้อมูลมากกว่าจำนวนต่ำสุดที่จำเป็นของค่าที่ต้องการทราบเพื่อ

คาดคะเนจากข้อมูลของตัวอย่างที่ทำการสังเกต

โดยวิธีการลีสท์สแควร์ที่จะกล่าวถึงนี้จะมีอยู่ด้วยกัน 3 วิธี [6] [7] ซึ่งจะมีความเหมาะสมกับงานแต่ละแบบและผลที่ต้องการซึ่งจะขึ้นอยู่กับผู้ใช้ว่าต้องการอะไรจากข้อมูลที่ได้รับจากการปรับแก้แล้ว ได้แก่

1) แบบสมการทั่วไป (General Equation)

เป็นสมการพื้นฐานของการปรับแก้วิธีการลีสท์สแควร์ทั้งสองแบบที่จะกล่าวต่อไป คือ แบบสมการเงื่อนไขและแบบสมการค่าสังเกต วิธีนี้รูปแบบของฟังก์ชันจะประกอบไปด้วยเซ็ทของค่าสังเกตและเซ็ทของค่าพารามิเตอร์รวมกัน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์คือ

$$F(L_a,X_a) = 0 \quad \textbf{(1)}$$

จากรูปแบบสมการในการปรับแก้ด้วยวิธีจึงให้ผลของค่าสังเกตและค่าพารามิเตอร์ที่ทำการปรับแก้พร้อมกัน ดังนั้นในการทำงานจะต้องทำการตั้งสมการและเมตริกซ์ของสังเกตและพารามิเตอร์สำหรับในการคำนวณ ทำให้มีความยุ่งยากมากกว่า

2) แบบสมการเงื่อนไข (Condition Equation)

ในกรณีที่เรากำจัดตัวพารามิเตอร์ออกไปในสมการทำให้รูปแบบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ลดรูปลงเหลือสมการ

$$F(L_a) = 0 \quad \textbf{(2)}$$

โดยสมการดังกล่าวเรียกว่าสมการเงื่อนไขที่เหมาะสำหรับงานที่ต้องการปรับแก้เพื่อหาค่าสังเกต ($L_a$) ให้เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนด โดยไม่สนใจค่าพารามิเตอร์ ($X_a$) ในการประมวลผล

3) แบบสมการค่าสังเกต (Observation Equation)

กรณีที่มีการปรับแก้ค่าสังเกตเพียงค่าเดียวในแต่ละสมการโดยค่าสังเกตเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกรณีนี้เขียนได้เป็น

$$L_a = F(X_a) \quad \textbf{(3)}$$

ลักษณะของรูปแบบในการประมวลผลจะเช่นเดียวกับแบบสมการเงื่อนไข แต่จะคำนึงถึงค่าพารามิเตอร์มาใช้ในการประมวลผลเป็นหลัก ดังนั้นสมการที่เกิดขึ้นจะเป็นเงื่อนไขจากจำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบ

ในส่วนของการทำงานวิจัยครั้งนี้จะใช้วิธีการคำนวณปรับแก้วงรอบระดับแบบสมการเงื่อนไขในรูปของ $F(L_a) = 0$ ที่สามารถเขียนในรูป

$$F(L_b+V) = 0$$

จากการแทนค่าด้วย $L_b$ ทำให้ตัวเลขไม่เป็นศูนย์เรียกว่า ค่าคลาดบรรจบ (misclosure) ซึ่งแทนด้วย W, $F(L_b) = W$ ซึ่งทั้งสมการ $F(L_a) = 0$ และ $F(L_b+V) = 0$ ต่างก็เป็นสมการเชิงเส้นและสามารถเขียนในรูปของ

$$F(L_b)+BV = 0 \text{ หรือ } BV+W = 0 \quad \textbf{(4)}$$

โดย

B เป็นสัมประสิทธิ์เมตริกซ์ของ V มีขนาด r x n และ

$V = (L_a-L_b)$ ซึ่ง $L_a$ เป็นเซ็ทของค่าสังเกตที่ปรับแก้แล้วและ $L_b$ เป็นเซ็ทของค่าสังเกตจากการทำงาน

u = จำนวนพารามิเตอร์

n = จำนวนค่าสังเกต

r = จำนวนสมการเงื่อนไข (n-u)

### 5.3 วิธีรังวัดในสนาม

การรังวัดในสนามเพื่อหาค่าระดับของหมุดหลักฐานดาวเทียม GPS นั้นจะใช้การเดินระดับแบบสามสายใยแบบเดินระดับไปและกลับในแต่ละสายการระดับซึ่งวิธีนี้สามารถหาระยะทางในการเดินระดับและตรวจสอบความถูกต้องของสายใยจากผลต่างของสายใยบนลบสายกลางและสายใยกลางลบสายใยล่างให้ถูกต้องตามข้อกำหนดได้ ซึ่งการเดินระดับจะเริ่มจากหมุดหลักฐานของกรมแผนที่ทหารที่หมุดหลักฐาน BM 533 มีค่าระดับเท่ากับ 1.26552 ม. เข้าสู่หมุดหลักฐานภายในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน แต่ละหมุดและในการทำงานความต่างของสายใยบน-กลางและกลาง-ล่างจะต้องเท่ากับศูนย์ โดยเดินระดับแบบเดินระดับไป-กลับและระยะห่างจากกล้องถึงไม้วัดระดับเท่ากับ 70-90 เมตร ซึ่งมีผลต่างของระยะ BS และ FS ไม่เกิน 10 เมตรในการเดินระดับ จากการเดินระดับในแต่ละสายการระดับจะได้ค่าความต่างระดับแต่ละเส้นของวงรอบระดับเพื่อนำไปหาค่าความผิดรวมแต่ละวงรอบแล้วตรวจสอบว่าอยู่ในงานชั้นใดของข้อกำหนดเมื่อ

เปรียบเทียบกับระยะทางทั้งหมดของวงรอบ ผลของความผิดแต่ละวงรอบจะถูกทำการปรับแก้ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไข

### 5.4 การปรับแก้โครงข่ายระดับด้วยวิธีการลีสท์สแควร์

การปรับแก้โครงข่ายของหมุดหลักฐานทางดิ่งในการศึกษาครั้งนี้จะใช้วิธีการปรับแก้แบบลีสท์สแควร์เพื่อปรับแก้ค่าความต่างระดับระหว่างหมุดหลักฐานในแต่ละสายการระดับ

ในการปรับแก้วิธีการนี้จะนำค่าความต่างระดับของแต่ละหมุดหลักฐานและระยะทางมาใช้ในการปรับแก้ โดยการสร้างสมการตามเงื่อนไขที่กำหนดในแต่ละวงรอบที่มีหมุดหลักฐานที่ไม่ทราบค่าระดับ (u) จำนวน 12 หมุด และจำนวนค่าสังเกต (n) ที่เป็นค่าความต่างระดับแต่ละสายการระดับระหว่าง 2 หมุดจากการเดินระดับเท่ากับ 18 ค่า ดังนั้นจำนวนสมการที่ต้องใช้ในการปรับแก้ (r) จะเท่ากับ 6 สมการ ซึ่งวิธีการปรับแก้จะใช้ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไขในการปรับแก้จากการเขียนโปรแกรม Mathematica สำหรับทำการคำนวณและประมวลผลหาค่าระดับของแต่ละหมุด ซึ่งจากสมการเป็นลักษณะแบบเชิงเส้นจึงทำการปรับแก้ครั้งเดียวและแสดงความถูกต้องจากของค่าเศษเหลือจาก $V^TPV$ เท่ากับหรือใกล้เคียงศูนย์

## 6. ลักษณะของสมการเงื่อนไขของการคำนวณปรับแก้ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์

จากลักษณะของโครงข่ายระดับดังรูปที่ 1 ที่ทำการเดินระดับจะแบ่งออกเป็น 6 วงรอบจากจำนวนหมุดหลักฐานทั้งหมด 13 หมุด โดยมีหมุดที่ไม่ทราบค่าระดับจำนวน 12 หมุดและทราบค่าระดับจำนวน 1 หมุด ส่วนค่าความต่างระดับที่ทำการเดินระดับมีจำนวน 18 ค่า ดังนั้นในการสร้างสมการเพื่อตั้งเป็นเงื่อนไขจึงมีจำนวนเท่ากับ 18-12 = 6 สมการ ซึ่งการปรับแก้จะอยู่ในรูปสมการผลรวมของค่าความต่างระดับแต่ละสายในแต่ละวงรอบเมื่อรวมกันต้องเท่ากับศูนย์ดังสมการ 5-10 ลักษณะของวงรอบแต่ละวงดังรูปที่ 3

$$L12+L11+L17+L18-L8 = 0 \quad \textbf{(5)}$$

$$L15+L16+L18-L8-L13-L14 = 0 \quad \textbf{(6)}$$

$$L6+L7+L9+L14+L13+L12 = 0 \quad \textbf{(7)}$$

$$L4-L10-L15-L9 = 0 \quad \textbf{(8)}$$

$$L5+L2+L3-L7 = 0 \quad \textbf{(9)}$$

$$L1+L2+L3+L4 = 0 \quad \textbf{(10)}$$

จากสมการทั้ง 6 สมการจะนำไปปรับแก้ความต่างระดับระหว่างหมุดหลักฐานด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไข ซึ่งเมื่อปรับแก้เรียบร้อยผลรวมของความต่างระดับของวงรอบย่อยต้องเท่ากับศูนย์

## 7. ผลการศึกษา

ผลจากการเดินระดับระหว่างหมุดหลักฐานทางดิ่งของกรมแผนที่ทหารภายในบริเวณของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน เมื่อนำมาประมวลผลแล้วจะได้ค่าผลต่างของค่าระดับแต่ละหมุดหลักฐานการระดับดังแสดงในรูปที่ 4 จากนั้นนำความต่างระดับของแต่ละหมุดหลักฐานทางดิ่งมารวมกันในแต่ละวงรอบระดับเพื่อหาค่าความผิดพลาดแต่ละวงรอบดังรูปที่ 3-4 แล้วจึงทำการปรับแก้ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไขได้ผลดังนี้

### 7.1 ผลของค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละสายการระดับ

ผลจากการเดินระดับแต่ละหมุดหลักฐานที่ต้องการทราบค่าจำนวนทั้งหมด 12 หมุดเพื่อนำมาคำนวณหาค่าความต่างระดับในแต่ละสายการระดับ แล้วทำการปรับแก้ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไขเพื่อหาค่าความต่างระดับแต่ละสายทั้งหมด 18 สายการระดับ ได้ผลดังตารางที่ 3 และ 4

**ตารางที่ 1** ค่าความต่างระดับแต่ละเส้นก่อนและหลังการปรับแก้

| ด้าน | ระยะทาง (กม.) | สัญลักษณ์ | ก่อนปรับแก้ (ม.) | หลังจากปรับแก้ (ม.) | ค่าความคลาดเคลื่อน (ม.) |
|---|---|---|---|---|---|
| KMUTT 07 - KMUTT 05 | 0.480 | L1 | 0.036 | 0.038 | 0.002 |
| KMUTT 05 - KMUTT 06 | 0.160 | L2 | -0.254 | -0.253 | 0.001 |
| KMUTT 06 - KMUTT 08 | 0.6216 | L3 | -0.030 | -0.028 | 0.002 |
| KMUTT 08 - KMUTT 07 | 0.0794 | L4 | 0.243 | 0.243 | 0.000 |
| TBM 1 - KMUTT 05 | 14.6066 | L5 | -0.349 | -0.349 | 0.000 |
| KMUTT 10 - TBM 1 | 27.2253 | L6 | -0.320 | -0.320 | 0.000 |
| TBM 1 - KMUTT 08 | 13.827 | L7 | -0.629 | -0.630 | -0.001 |
| KMUTT 03 - KMUTT 22 | 0.3826 | L8 | -0.106 | -0.107 | -0.001 |
| KMUTT 08 - KMUTT 09 | 26.9135 | L9 | 0.562 | 0.563 | 0.001 |
| BM 533 - KMUTT 07 | 26.9929 | L10 | 0.171 | 0.172 | 0.001 |
| KMUTT 10 - KMUTT 01 | 0.5624 | L11 | -0.834 | -0.834 | 0.000 |
| KMUTT 03 - KMUTT 10 | 0.0534 | L12 | 0.435 | 0.435 | 0.001 |
| KMUTT 04 - KMUTT 03 | 0.066 | L13 | -0.014 | -0.014 | 0.000 |
| KMUTT 09 - KMUTT 04 | 0.1904 | L14 | -0.034 | -0.034 | 0.000 |
| KMUTT 09 - BM 533 | 0.4262 | L15 | -0.493 | -0.492 | 0.001 |
| BM 533 - KMUTT 02 | 0.707 | L16 | 0.161 | 0.163 | 0.002 |
| KMUTT 01 - KMUTT 02 | 0.0632 | L17 | 0.118 | 0.118 | 0.000 |
| KMUTT 02 - KMUTT 22 | 0.1428 | L18 | 0.174 | 0.174 | 0.000 |

จากผลการปรับแก้พบว่า ในแต่ละสายการระดับพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนหลังจากการเดินระดับและจากการปรับแก้มีค่าความผิดพลาดอยู่ระหว่าง 1-2 มม. โดยในสายการระดับหมายเลข L1 และ L16 จะมีค่าความคลาดเคลื่อน 2 มม. และสายการระดับหมายเลข L2, L7 -L10, L12, L15 จะมีค่าความคลาดเคลื่อน 1 มม. ส่วนสายการระดับหมายเลขอื่นๆ มีความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์

### 7.2 ผลของค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละวงรอบ

ผลจากการนำค่าความต่างระดับระหว่างหมุดหลักฐานทางดิ่งที่ได้จากการเดินระดับจำนวนทั้งหมด 6 วงรอบ มาหาผลรวมในแต่ละวงรอบเพื่อหาค่าความคลาดเคลื่อนของวงรอบระดับที่เกิดขึ้น ซึ่งเกณฑ์มาตรฐานของค่าความผิดที่ยอมให้ของชั้นงานจากการคำนวณวงรอบระดับของแต่ละชั้นงานจะมีค่าดังตารางที่ 2 แต่จากโครงข่ายระดับที่ทำการเดินระดับในแต่ละวงรอบย่อยจะต้องได้เท่ากับศูนย์ ซึ่งผลจากการทำงานเป็นดังตารางที่ 3 และมีลักษณะดังรูปที่ 4

**ตารางที่ 2** เกณฑ์ความผิดที่ยอมให้ของงานระดับ

| ชั้นที่ 1 (มม.) | | ชั้นที่ 2 (มม.) | | ชั้นที่ 3 (มม.) |
|---|---|---|---|---|
| แบบ 1 | แบบ 2 | แบบ 1 | แบบ 2 | |
| 4 | 5 | 6 | 8 | 12 |

**ตารางที่ 3** ความผิดของแต่ละลูปจากการเดินระดับในสนาม

| ลูป | ระยะทางทั้งหมด (กม.) | ความผิด (มม.) |
|---|---|---|
| 1 | 1.2246 | -1 |
| 2 | 1.9172 | -4 |
| 3 | 68.2776 | 0 |
| 4 | 54.4120 | 3 |
| 5 | 29.2172 | -4 |
| 6 | 0.897 | -5 |

จากผลของค่าความผิดเกิดขึ้นในแต่ละวงรอบจำนวนทั้งหมด พบว่าวงรอบที่ 1 มีค่าความผิดน้อยที่สุดเท่ากับ 1 มม. สังเกตได้ว่าวงรอบที่ 3 ไม่มีค่าความผิดเลยและมีระยะทางมากที่สุด อาจจะเป็นเพราะเมื่อรวมผลต่างของค่าระดับในแต่ละสายการระดับในวงรอบแล้วค่าความผิดมีการกระจายสู่วงรอบข้างเคียง แทนหรือเป็นเพราะสภาพแวดล้อมในการทำงานด้วยจึงได้ค่าเช่นนี้ ส่วนวงรอบอื่นๆก็จะมีค่าความผิดในช่วงระหว่าง 3-5 มม.

### 7.3 ผลจากการปรับแก้วงรอบระดับด้วยวิธีการลีสท์แควร์

ผลจากความคลาดเคลื่อนในแต่ละวงรอบทั้งหมด 6 วงรอบด้วยกันจะนำมาทำการปรับแก้ด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไขดังตารางที่ 4 แสดงค่าความผิดแต่ละวงรอบและผลของความคลาดเคลื่อนที่เปลี่ยนแปลงจากการปรับแก้

**ตารางที่ 4** หาค่าความผิดพลาดแต่ละวงรอบของโครงข่ายระดับก่อนและหลังการปรับแก้

| ลูป | ด้าน | ค่าความต่างระดับ (ก่อนปรับแก้) | | ค่าความผิดพลาด | ค่าความต่างระดับ (หลังปรับแก้) | | ค่าความผิดพลาด |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | + | - | | + | - | |
| **I** | KMUTT 01 - KMUTT 02 | 0.118 | | | 0.118 | | |
| | KMUTT 02 - KMUTT 22 | 0.174 | | | 0.174 | | |
| | KMUTT 22 - KMUTT 03 | 0.106 | | | 0.107 | | |
| | KMUTT 03 - KMUTT 10 | 0.435 | | | 0.435 | | |
| | KMUTT 10 - KMUTT 01 | | -0.834 | | | -0.834 | |
| | **Total** | **0.833** | **-0.834** | **-0.001** | **0.834** | **-0.834** | **0.000** |
| **II** | KMUTT 22 - KMUTT 03 | 0.106 | | | 0.107 | | |
| | KMUTT 03 - KMUTT 04 | 0.014 | | | 0.014 | | |
| | KMUTT 04 - KMUTT 09 | 0.034 | | | 0.034 | | |
| | KMUTT 09 - BM 533 | | -0.493 | | | -0.492 | |
| | BM 533 - KMUTT 02 | 0.161 | | | 0.163 | | |
| | KMUTT 02 - KMUTT 22 | 0.174 | | | 0.174 | | |
| | **Total** | **0.489** | **-0.493** | **-0.004** | **0.492** | **-0.492** | **0.000** |
| **III** | KMUTT 10 - TBM 1 | | -0.320 | | | -0.320 | |
| | TBM 1 - KMUTT 08 | | -0.629 | | | -0.630 | |
| | KMUTT 08 - KMUTT 09 | 0.562 | | | 0.563 | | |
| | KMUTT 09 - KMUTT 04 | | -0.034 | | | -0.034 | |
| | KMUTT 04 - KMUTT 03 | | -0.014 | | | -0.014 | |
| | KMUTT 03 - KMUTT 10 | 0.435 | | | 0.435 | | |
| | **Total** | **0.997** | **-0.997** | **0** | **0.998** | **0.998** | **0.000** |
| **IV** | KMUTT 09 - KMUTT 08 | | -0.562 | | | -0.563 | |
| | KMUTT 08 - KMUTT 07 | 0.243 | | | 0.243 | | |
| | KMUTT 07 - BM 533 | | -0.171 | | | -0.172 | |
| | BM 533 - KMUTT 09 | 0.493 | | | 0.492 | | |
| | **Total** | **0.736** | **-0.733** | **0.003** | **0.735** | **0.735** | **0.000** |
| **V** | TBM 1 - KMUTT 05 | | -0.349 | | | -0.349 | |
| | KMUTT 05 - KMUTT 06 | | -0.254 | | | -0.253 | |
| | KMUTT 06 - KMUTT 08 | | -0.030 | | | -0.028 | |
| | KMUTT 08 - TBM 1 | 0.629 | | | 0.630 | | |
| | **Total** | **0.629** | **-0.633** | **-0.004** | **0.630** | **0.62954** | **0.000** |
| **VI** | KMUTT 07 - KMUTT 05 | 0.036 | | | 0.038 | | |
| | KMUTT 05 - KMUTT 06 | | -0.254 | | | -0.253 | |
| | KMUTT 06 - KMUTT 08 | | -0.030 | | | -0.028 | |
| | KMUTT 08 - KMUTT 07 | 0.243 | | | 0.243 | | |
| | **Total** | **0.279** | **-0.284** | **-0.005** | **0.28107** | **0.281** | **0.000** |

จากผลการปรับแก้ค่าความคลาดเคลื่อนแต่ละวงรอบด้วยวิธีการลีสท์สแควร์ทำให้แต่ละวงรอบมีค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับศูนย์และมีค่าความต่างระดับที่ถูกต้องในแต่ละวงสำหรับนำไปคำนวณหาค่าระดับแต่ละหมุดได้อย่างถูกต้อง

### 7.4 ผลจากการเปรียบเทียบเกณฑ์มาตรฐานในการทำงานโครงข่ายระดับ

สำหรับการทำงานโครงข่ายระดับนี้ใช้วิธีการเดินระดับแบบสามสายใยโดยการเดินระดับไปและกลับระหว่างหมุดหลักฐานการระดับ จะพบว่าวิธีการปฏิบัติระดับครั้งนี้จะให้ค่าระดับอยู่ในเกณฑ์ของงานชั้นที่ 3 เนื่องจากวีธีการอ่านค่าระดับใช้วิธีอ่านแบบสามสายใยและอุปกรณ์ที่ใช้ในการทำงานระดับ แต่ผลจากความคลาดเคลื่อนของวงรอบระดับแต่ละวงของโครงข่ายนี้จะพบว่ามีความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงระหว่าง 1-5 มม. ซึ่งเมื่อเทียบกับค่าความผิดที่ยอมให้จากระยะในการเดินระดับทั้งหมดของแต่ละวงรอบตามตารางที่ 3 พบว่าค่าความผิดพลาดของวงรอบระดับที่เกิดขึ้นมีความถูกต้องดีกว่าเกณฑ์ที่ยอมรับได้ในงานชั้นที่ 2

## 8. สรุปผลและวิจารณ์ผล

จากการคำนวณหาค่าระดับของหมุดหลักฐานทางดิ่งจำนวน 12 หมุดที่อยู่ภายในและนอกมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วิทยาเขตทุ่งครุและวิทยาเขตบางขุนเทียน ในลักษณะของโครงข่ายระดับที่ทำการเดินระดับแบบสามสายใยโดยการเดินระดับไปและกลับ โดยอ้างอิงค่าระดับจากหมุดหลักฐานของกรมแผนที่ทหารหมุดหลักฐานระดับที่ 533 บริเวณโรงเรียนนาหลวงแล้วทำการปรับแก้ค่าความต่างระดับระหว่างหมุดหลักฐานจำนวน 18 เส้นด้วยวิธีการลีสท์สแควร์แบบสมการเงื่อนไข พบว่าผลจากทำโครงข่ายระดับที่มีจำนวน 6 ลูป พบว่าค่าความผิดของลูปที่ 1 และ 3 มีค่าอยู่ระหว่าง 0-1 มม. ส่วนลูปที่ 2,4-6 มีค่าอยู่ระหว่าง 3-5 มม. ส่วนลูปที่ 6 ที่มีค่าความผิด 5 มม. จากค่าความผิดที่ยอมให้ของชั้นงานดังแสดงในตารางที่ 2 พบว่าผลที่ได้จากการทำงานแสดงให้เห็นว่าค่าความต่างระดับที่ได้จากการเดินระดับไปและกลับและอ่านค่าระดับด้วยวิธีการสามสายใยให้ค่าความถูกต้องของค่าความต่างระดับที่ทำให้ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้อยู่ในเกณฑ์ของงานชั้นที่ 2 แต่ตามข้อกำหนดในการปฏิบัติงานตามมาตรฐาน [1] ทำให้งานโครงข่ายระดับครั้งนี้อยู่ในเกณฑ์ของงานชั้นที่ 3 ดังนั้นการนำค่าระดับแต่ละหมุดหลักฐานสามารถนำไปใช้ในการทำงานได้อย่างถูกต้องและได้มาตรฐานตามข้อกำหนดกับพื้นภูมิประเทศที่เป็นที่ราบในบริเวณใกล้เคียง ในการทำงานด้านต่างๆ เช่น งานสำรวจชั้นสูง งานสำรวจระนาบราบ งานก่อสร้างขนาดใหญ่และงานสารสนเทศทางภูมิศาสตร์ เป็นต้น

## 9. กิตติกรรมประกาศ

ในการทำโครงงานวิจัยนี้ คณะผู้วิจัยต้องขอขอบคุณกรมแผนที่ทหาร ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลค่าพิกัดทางดิ่งของหมุดหลักฐาน ตลอดจนนิสิตในโครงงาน ซึ่งได้แก่ นายนพพล มณีวงษ์ นายบดินทร์ เลิศสิริประภา นางสาวณัชชา บวรวราภรณ์ และนายพร้อมพงศ์ ผุงเพิ่มตระกูล ที่มีส่วนให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไว้ ณ โอกาสนี้

## 10. เอกสารอ้างอิง

1. Rear Adm. and John D. Bossler, 1984, *Standards and Specifications for Geodetic Control Networks,* Federal Geodetic Control Committee (FGCC), National Geodetic Survey, NOAA, United States, pp. 18-20

2. ธีระ ลิลิตวรางกูร กิติเดช สันติชัยอนันต์ และธนัช สุขวิมลเสรี, *2548, การกำหนดพิกัดตำแหน่งหมุดหลักฐานดาวเทียมระบบ GPS ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี,* วารสารวิจัยและพัฒนา มจธ., ปีที่ 28, ฉบับที่ 2, หน้า 239-253

3. ยรรยง ทรัพย์สุขอำนวย, *2537, วิชาการสำรวจ,* พิมพ์ครั้งที่ 9, กรุงเทพฯ, หน้า 441-452

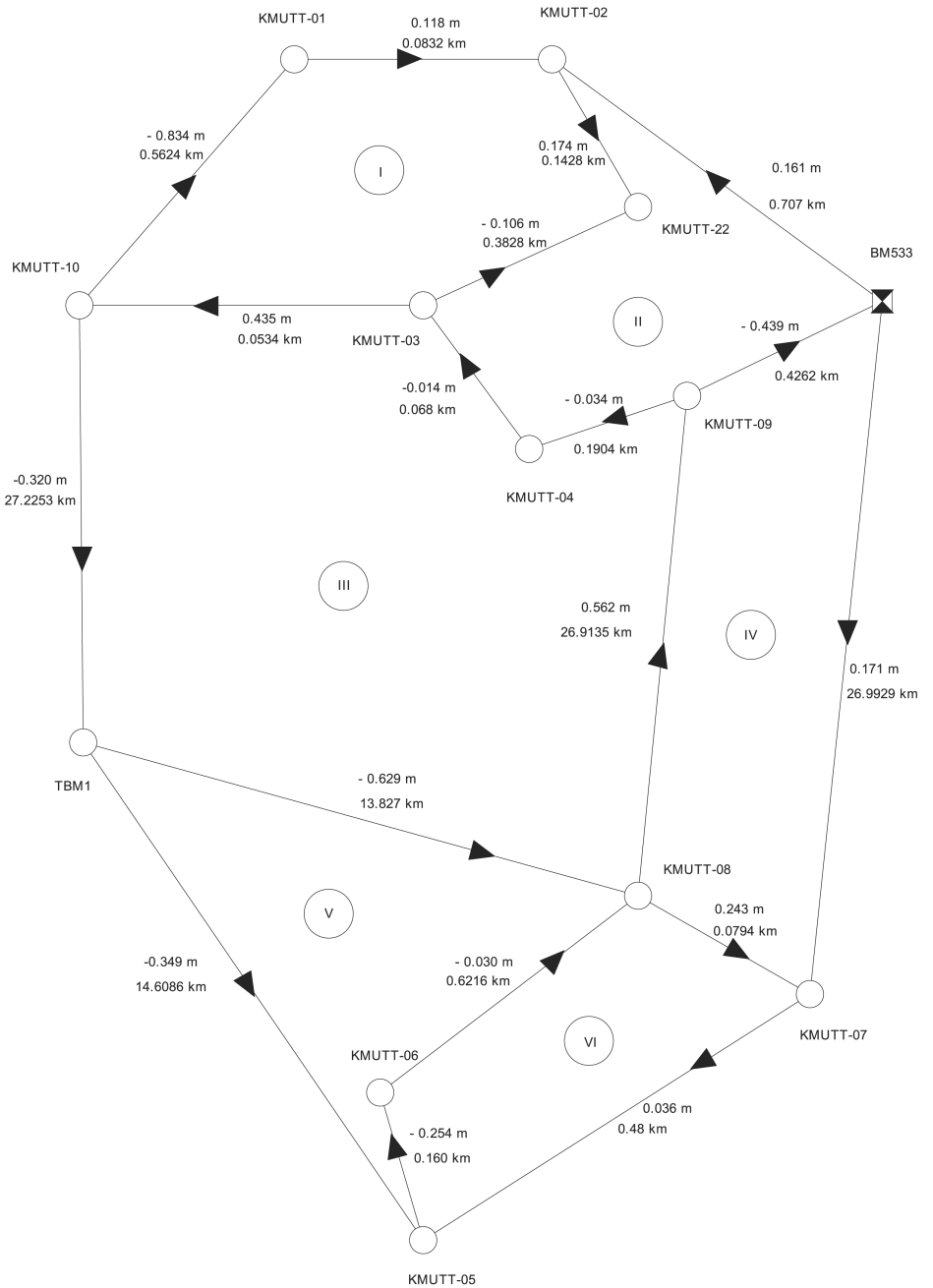
4. James M. Anderson and Edward M. Mikhail, 1998, *Surveying : Theory and Practice*, McGrew Hill, USA, No. 7, pp. 219-220

5. ธีระ ลิลิตวรางกูร, *2544, การวัดและแบบจำลอง,* วารสารเทคโนโลยีสุรนารี, ปีที่ 8, ฉบับที่ 4, หน้า 243-246

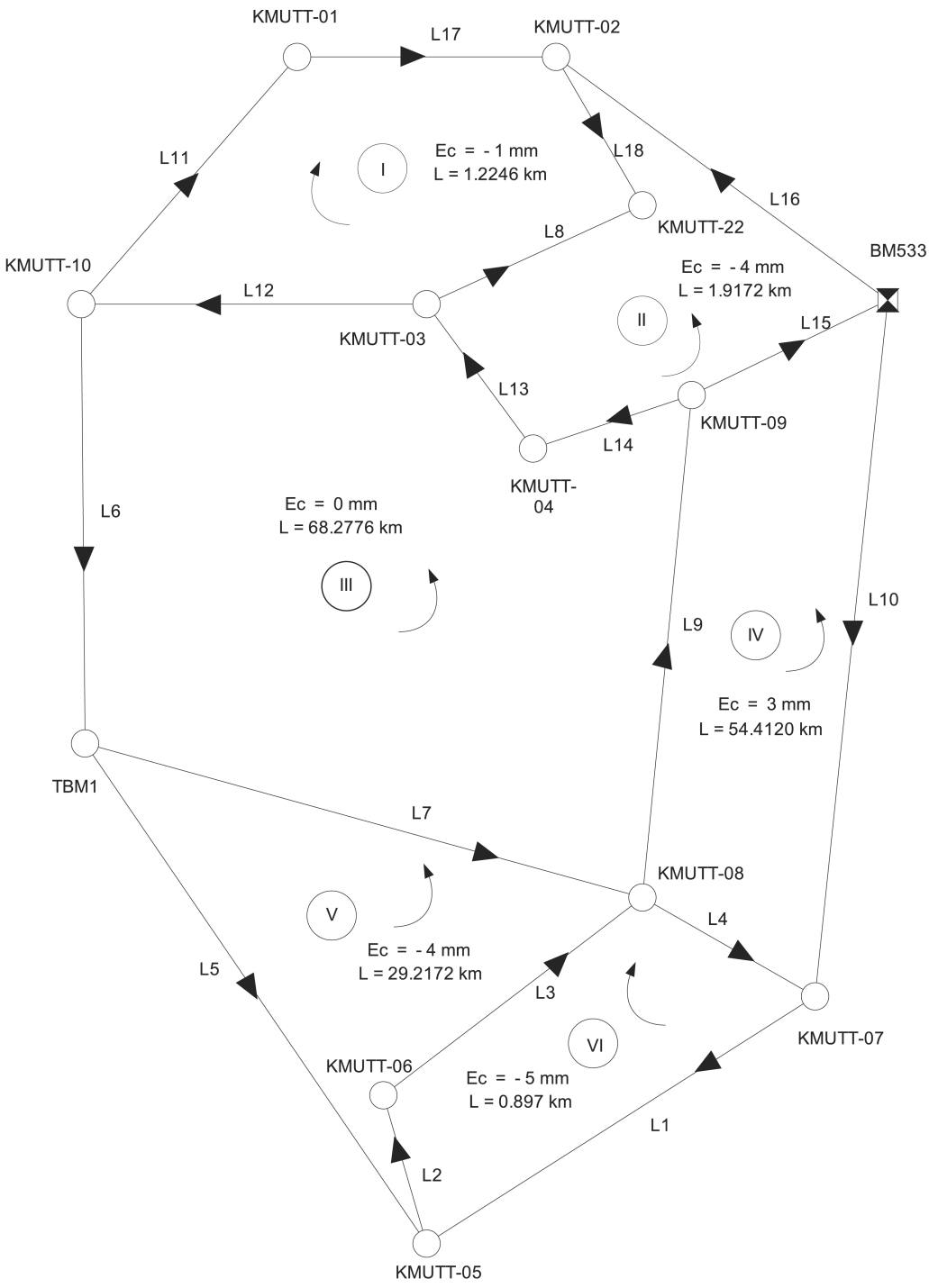
6. ธีระ ลิลิตวรางกูร, *2545, เทคนิคการปรับแก้แบบ*

*ลีสท์สแควร์*, วารสารเทคโนโลยีสุรนารี, ปีที่ 9, ฉบับที่ 1, หน้า 84-89

7. Paul R. Wolf and Charles D. Ghilani, 1997, *Adjustment Computation Statistice and Least Squares in Surveying and GIS*, JOHN WILEY & SONS INC., Canada, pp. 201-212




**รูปที่ 3** แสดงค่าความต่างระดับและระยะทางแต่ละวงรอบในโครงข่าย




**รูปที่ 4** แสดงค่าความผิดพลาดและระยะทางรวมแต่ละวงรอบในโครงข่ายก่อนการปรับแก้