การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินาม โดยใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักตัวประมาณภาวะน่าเป็นสูงสุดและตัวประมาณเบส์

วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล [1]

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต คลองหลวง ปทุมธานี 12121

รับเมื่อ 28 กุมภาพันธ์ 2550 ตอบรับเมื่อ 25 มิถุนายน 2550

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินามโดยใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและตัวประมาณเบส์ โดยหาค่าถ่วงน้ำหนักที่ทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณมีค่าต่ำที่สุด นอกจากนี้ได้เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ และวิธีการถ่วงน้ำหนัก โดยศึกษาเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่า กำหนดขนาดตัวอย่าง 3 กลุ่ม คือ กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก (10, 20 และ 30) กลุ่มตัวอย่างขนาดกลาง (50 และ 70) และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ (100, 200 และ 500) กำหนดค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าเท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45 และ 0.50 การวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำๆ กัน 10,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.10 ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง วิธีของเบส์ ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.50 ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง วิธีการถ่วงน้ำหนัก ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าเท่ากับ 0.15 และขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าตั้งแต่ 30 หน่วยขึ้นไป

คำสำคัญ : การประมาณค่าพารามิเตอร์ / การแจกแจงทวินาม / วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด / วิธีของเบส์ / วิธีการถ่วงน้ำหนัก

[1] *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*

The Binomial Parameter Estimation by Using Weighted Method of Maximum Likelihood Estimator and Bayes Estimator

Wararit Panichkitkosolkul [1]

Thammasat University, Rangsit Center, Khlong Luang, Pathum Thani 12121

Received 28 February 2007 ; accepted 25 June 2007

Abstract

The objective of this research is to propose the binomial parameter estimation by using weighted method of Maximum Likelihood estimator and Bayes estimator. The used weighted value does the minimum variance estimator. In addition to, this research compares three binomial parameter estimation methods. Those methods are Maximum Likelihood method, Bayes method, and Weighted method. The research was considered by the mean square errors (MSE). The comparisons were done by using three levels of sample sizes (n) small (10, 20, and 30), medium (50 and 70) and large (100, 200, and 500) whereas the population proportions are 0.01, 0.03, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, and 0.50. This research used the Monte Carlo simulation method. The experiment was repeated 10,000 times for each condition. Results of the research are as follows: For all sample sizes, the MSE of Maximum Likelihood method is the lowest when the parameter (p) is not greater than 0.10. For all sample sizes, the MSE of Bayesian method is the lowest when the parameter (p) lies between 0.20 and 0.50. For the sample sizes at least 30, The MSE of Weighted method is the lowest when the parameter (p) is equal to 0.15.

Keywords : Parameter Estimation / Binomial Distribution / Maximum Likelihood Method / Bayes Method / Weighted Method

[1] *Assistant Professor, Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology.*

1. บทนำ

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) การประมาณค่าแบบจุด เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรด้วยค่าเพียงค่าเดียว โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง เช่น การประมาณรายได้เฉลี่ยของคนไทยทั้งหมดด้วยรายได้เฉลี่ยของคนไทยตัวอย่าง หรือ การประมาณค่าสัดส่วนของคนไทยที่ใช้โทรศัพท์เคลื่อนที่ด้วยสัดส่วนของคนไทยตัวอย่างที่ใช้โทรศัพท์เคลื่อนที่ เป็นต้น การประมาณค่าแบบจุดมีหลายวิธี เช่น วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญ (Ordinary least squares method) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood method) และวิธีของเบส์ (Bayes method) เป็นต้น

วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ (p) ของการแจกแจงทวินามเหมือนกัน คือ

$$\hat{p} = \frac{X}{n} \qquad \textbf{(1)}$$

ส่วนวิธีของเบส์จะมีแนวคิดแตกต่างจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด กล่าวคือ โดยทั่วไปจะถือว่าพารามิเตอร์ p เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า แต่ตามวิธีของเบส์จะถือว่าค่า p เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม P ที่มีการแจกแจงแสดงได้ในรูปการแจกแจงความน่าจะเป็น ซึ่งเรียกว่า การแจกแจงก่อน (Prior distribution) เพราะเป็นการแจกแจงที่กำหนดขึ้นก่อนที่จะมีการรวบรวมข้อมูล เมื่อมีการรวบรวมข้อมูลจะใช้ความรู้ที่ได้จากข้อมูลมาปรับปรุงการแจกแจงก่อน การแจกแจงที่ได้จากการปรับปรุงนี้ เรียกว่า การแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) [1]

จากแนวคิดทั้งสองในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินาม ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะเสนอวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินามโดยใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีของเบส์ ในการพัฒนาวิธีประมาณค่านี้จะอาศัยแนวคิดของการพยากรณ์ร่วม (Combining forecasting) [2] ซึ่งจะนำตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีการทั้งสองดังกล่าวมาพิจารณาร่วมกัน และหาตัวถ่วงน้ำหนักที่ทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณมีค่าต่ำที่สุด

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้จึงเสนอวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินามโดยใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและตัวประมาณเบส์ โดยหาค่าถ่วงน้ำหนักที่ทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณมีค่าต่ำที่สุดและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินามทั้ง 3 วิธี โดยพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error: MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์

ขอบเขตของการวิจัยครั้งนี้ มีดังต่อไปนี้

1. กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ (n) เป็น 3 กลุ่มคือ

1.1 กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก	มีค่าเป็น 10, 20 และ 30
1.2 กลุ่มตัวอย่างขนาดปานกลาง	มีค่าเป็น 50 และ 70
1.3 กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่	มีค่าเป็น 100, 200 และ 500

2. กำหนดค่าพารามิเตอร์ p มีค่าเท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45 และ 0.50 รวมทั้งหมด 12 ค่า

การวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองแบบการทดลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลด้วยเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.4.0 และกำหนดให้เครื่องคอมพิวเตอร์ทำงานซ้ำๆ กัน 10,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

2. วิธีการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้มีขั้นตอนของการวิจัยดังนี้

2.1 การจำลองข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

จำลองข้อมูลที่ใช้โดยการสร้างตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงทวินาม (Binomial distribution) ที่มีพารามิเตอร์ n และ p ตามที่กำหนดไว้ในขอบเขตของการวิจัย โดยที่ฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Probability function) ของการแจกแจงทวินาม เขียนได้ดังนี้ [3]

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad ; \; x = 0, 1, 2, \ldots, n \qquad (2)$$

2.2 ประมาณค่าพารามิเตอร์ p ด้วยวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี

เมื่อสร้างตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงทวินามแล้ว ประมาณค่าพารามิเตอร์ p ด้วยวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธี คือ

2.2.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood method) [4]

ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ p คือ

$$\hat{p}_M = \frac{X}{n} \qquad (3)$$

และค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ คือ

$$\hat{Var}(\hat{p}_M) = \frac{\hat{p}_M(1 - \hat{p}_M)}{n} \qquad (4)$$

2.2.2 วิธีของเบส์ (Bayes method)

เมื่อกำหนดการแจกแจงก่อน (Prior distribution) ของ p เป็นการแจกแจงเอกรูป (Uniform) (0,1) [5]

ตัวประมาณเบส์ของ p คือ

$$\hat{p}_B = \frac{X + 1}{n + 2} \qquad (5)$$

และค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ คือ

$$\hat{Var}(\hat{p}_B) = \frac{(X + 1)(n - X + 1)}{(n+2)^2 (n+3)} \qquad (6)$$

2.2.3 วิธีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted method)

วิธีการนี้ได้แนวคิดมาจากการพยากรณ์ร่วมด้วยตัวถ่วงน้ำหนัก โดยผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์ใช้ โดยมีหลักการคือ หาค่าถ่วงน้ำหนักที่ทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณมีค่าต่ำที่สุด ซึ่งจะนำตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีของเบส์มาพิจารณาร่วมกัน มีสูตรดังนี้

$$\hat{p}_W = \omega \hat{p}_M + (1 - \omega) \hat{p}_B \qquad (7)$$

โดยค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} Var(\hat{p}_W) &= \omega^2 Var(\hat{p}_M) + (1 - \omega^2) Var(\hat{p}_B) + 2\omega(1 - \omega) Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B) \\ &= \omega^2 Var(\hat{p}_M) + (1 - \omega)^2 Var(\hat{p}_B) + 2\omega Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B) - 2\omega^2 Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B) \end{aligned} \qquad (8)$$

วัตถุประสงค์ของการพัฒนาคือ หาค่าถ่วงน้ำหนักที่ทำให้ความแปรปรวนของตัวประมาณมีค่าต่ำที่สุด ดังนั้นจึงจะทำการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 เทียบกับ ω แล้วให้ผลลัพธ์เท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega} Var(\hat{p}_W) &= \frac{\partial}{\partial \omega} [\omega^2 Var(\hat{p}_M) + (1-\omega)^2 Var(\hat{p}_B) + 2\omega Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B) - 2\omega^2 Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B)] \\ &= 2\omega Var(\hat{p}_M) - 2(1-\omega) Var(\hat{p}_B) + 2 Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B) - 4\omega Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B) \\ &= 0 \end{aligned} \qquad (9)$$

จากนั้นดำเนินการแก้สมการ จะได้สูตรค่าประมาณของ ω
ดังนี้

$$\hat{\omega} = \frac{Var(\hat{p}_B) - Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B)}{Var(\hat{p}_M) + Var(\hat{p}_B) - 2\,Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B)} \quad (10)$$

นั่นคือ ตัวประมาณโดยวิธีการถ่วงน้ำหนัก คือ

$$\hat{p}_W = \hat{\omega}\,\hat{p}_M + (1 - \hat{\omega})\,\hat{p}_B \quad (11)$$

โดยที่

$$\hat{p}_M = \frac{x}{n} \quad (12)$$

$$\hat{p}_B = \frac{x + 1}{n + 2} \quad (13)$$

$$Var(\hat{p}_M) = \frac{\hat{p}_M(1 - \hat{p}_M)}{n} \quad (14)$$

$$Var(\hat{p}_B) = \frac{(x + 1)(n - x + 1)}{(n + 2)^2 (n + 3)} \quad (15)$$

$$Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B) = \frac{\hat{p}_M(1 - \hat{p}_M)}{n + 2} \quad (16)$$

$$\hat{\omega} = \frac{Var(\hat{p}_B) - Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B)}{Var(\hat{p}_M) + Var(\hat{p}_B) - 2\,Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B)} \quad (17)$$

และค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ คือ

$$Var(\hat{p}_W) = \hat{\omega}^2\,Var(\hat{p}_M) + (1 - \hat{\omega})^2\,Var(\hat{p}_B) + 2\hat{\omega}(1 - \hat{\omega})\,Cov(\hat{p}_M, \hat{p}_B) \quad (18)$$

2.3 คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการประมาณค่าแต่ละวิธี แล้วทำการเปรียบเทียบ

ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่า ซึ่งคำนวณจาก

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{M} (p - \hat{p}_{ki})^2}{M} \quad (19)$$

เมื่อ p แทน ค่าพารามิเตอร์
$\hat{p}_{ki}$ แทน ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งคำนวณจากวิธีที่ k ในการทำซ้ำครั้งที่ i
k แทน วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์
M แทน จำนวนรอบของการทำซ้ำในที่นี้กำหนดให้เท่ากับ 10,000 รอบ

3. ผลการวิจัย

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินาม จะพิจารณาตามค่าพารามิเตอร์ (p) ในการนำเสนอผลการวิจัยเพื่อความสะดวกจะใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

MLE หมายถึง วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

Bayes	หมายถึง	วิธีของเบส์
Weighted	หมายถึง	วิธีการถ่วงน้ำหนัก
MSE	หมายถึง	ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) เท่ากับ 0.01, 0.03 และ 0.05

ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (10, 20, 30, 50, 70, 100, 200 และ 500) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีการถ่วงน้ำหนัก และวิธีของเบส์ ตามลำดับ

เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) เท่ากับ 0.10

ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีของเบส์ และวิธีการถ่วงน้ำหนัก ตามลำดับ

เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) เท่ากับ 0.15, 0.20, 0.25

ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง วิธีของเบส์ ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการถ่วงน้ำหนัก ตามลำดับ

เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) เท่ากับ 0.30

เมื่อขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 10, 20 และ 30 วิธีของเบส์ ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีการถ่วงน้ำหนัก และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ตามลำดับ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 30, 50, 70, 100, 200 และ 500 วิธีของเบส์ ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการถ่วงน้ำหนัก ตามลำดับ

เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) เท่ากับ 0.35

ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง วิธีของเบส์ ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีการถ่วงน้ำหนัก และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ตามลำดับ

เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) เท่ากับ 0.40

เมื่อขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 10 และ 20 วิธีของเบส์ ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีการถ่วงน้ำหนัก และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ตามลำดับ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 30, 50, 70, 100, 200 และ 500 วิธีการถ่วงน้ำหนัก ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีของเบส์ และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ตามลำดับ

เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) เท่ากับ 0.45 และ 0.50

เมื่อขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 10 วิธีของเบส์ ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีการถ่วงน้ำหนัก และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ตามลำดับ

เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 20, 30, 50, 70, 100, 200 และ 500 วิธีการถ่วงน้ำหนัก ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธีของเบส์ และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ตามลำดับ

กราฟแสดงค่า MSE จำแนกตามค่าพารามิเตอร์ (p) แสดงดังรูปที่ 1 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง แสดงดังรูปที่ 2 ส่วนวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด แสดงดังตารางที่ 1

4. สรุปผลการวิจัยและอภิปรายผล

จากการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีการประมาณค่า 3 วิธี ได้ผลสรุปดังต่อไปนี้

วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.10 ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง (10, 20, 30, 50, 70, 100, 200 และ 500)

วิธีของเบส์ (Bayes) ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าตั้งแต่ 0.15 ถึง 0.50 และตั้งแต่ 0.15 ถึง 0.40 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 20 ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 30 หน่วยขึ้นไป วิธีของเบส์ ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าตั้งแต่ 0.15 ถึง 0.35

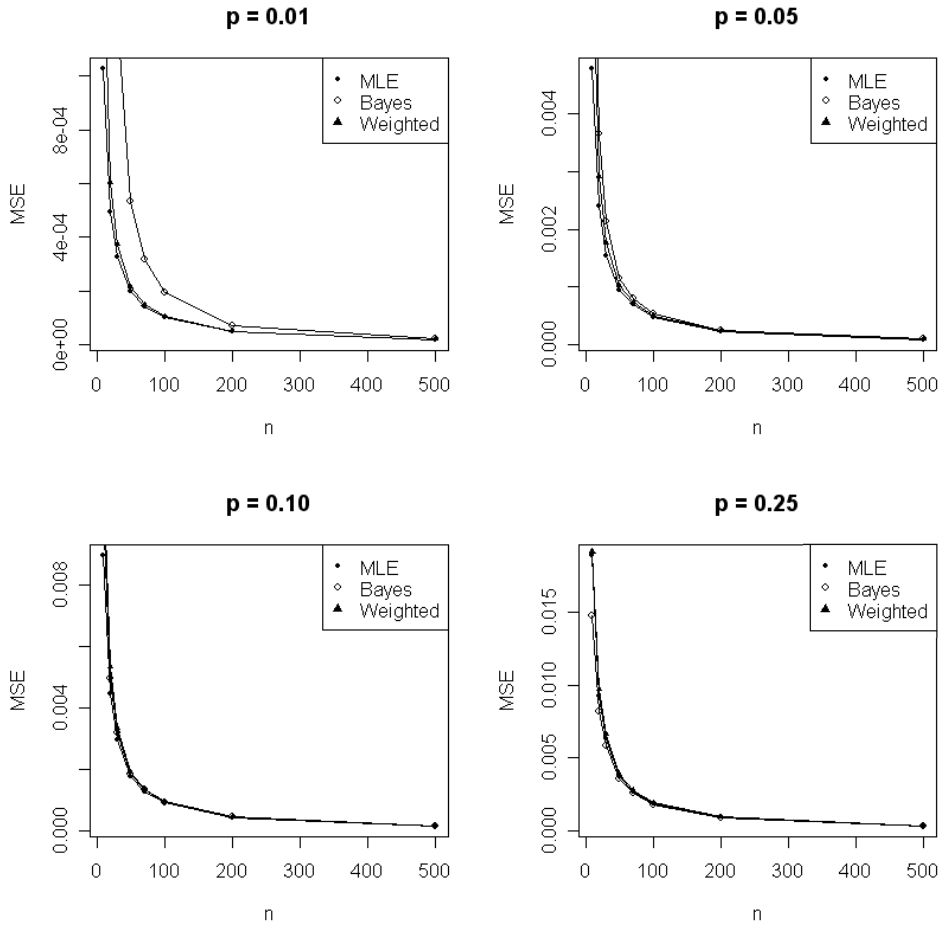
วิธีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted) ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าเท่ากับ 0.45 และ 0.50 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ส่วนในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 30 หน่วยขึ้นไป วิธีการถ่วงน้ำหนัก ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าเท่ากับ 0.40, 0.45 และ 0.50

ขนาดตัวอย่างเป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า MSE ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลง นั่นคือค่า MSE จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

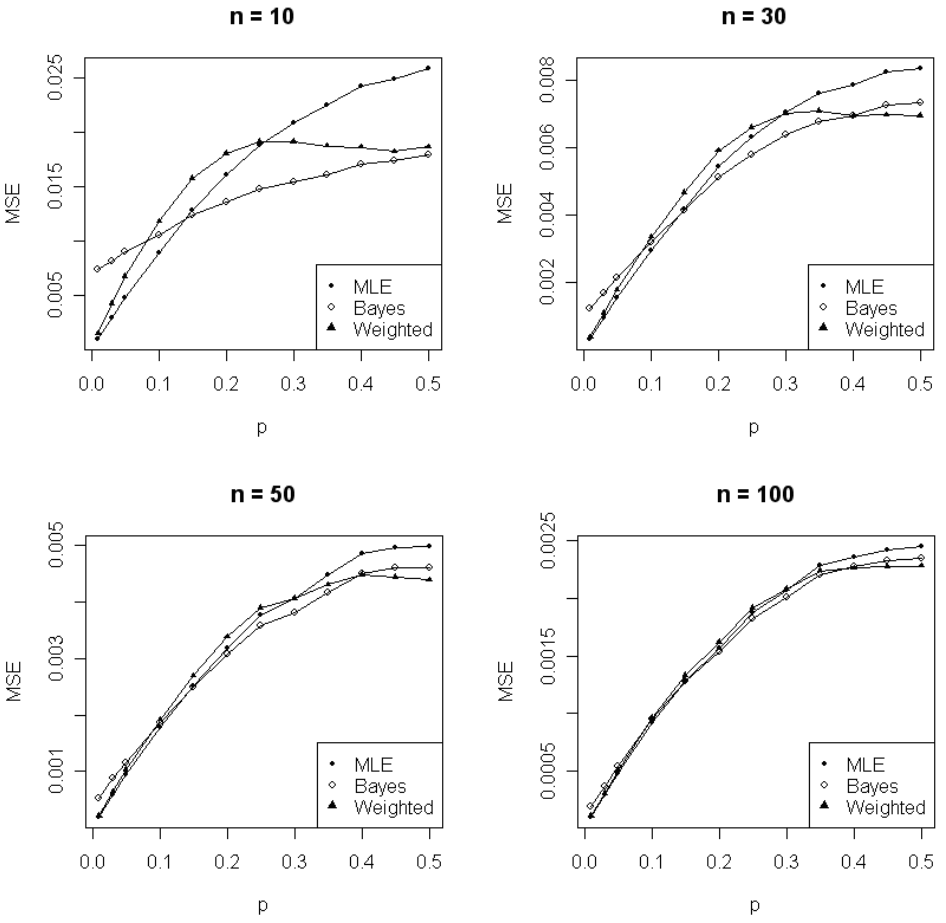
ค่าพารามิเตอร์ (p) เป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะค่าพารามิเตอร์ (p) เมื่อระดับของค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าเข้าใกล้ 0 หรือเข้าใกล้ 1 ค่า MSE จะมีค่าต่ำ และเมื่อระดับของค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าเข้าใกล้ 0.5 ค่า MSE จะมีค่าสูงขึ้น แสดงดังรูปที่ 3

ตารางที่ 1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และค่าพารามิเตอร์ (p)

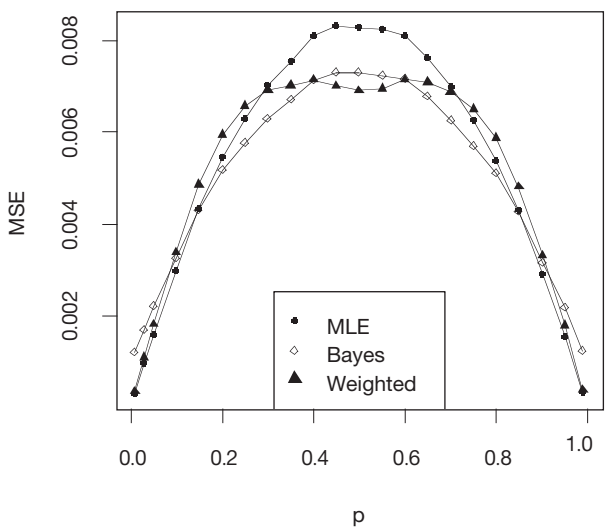
p	ขนาดตัวอย่าง (n)							
	10	**20**	**30**	**50**	**70**	**100**	**200**	**500**
0.01	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE
0.03	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE
0.05	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE
0.10	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE	MLE
0.15	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
0.20	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
0.25	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
0.30	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
0.35	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
0.40	Bayes	Bayes	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted
0.45	Bayes	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted
0.50	Bayes	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted	Weighted



รูปที่ 1 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) เท่ากับ 0.01, 0.05, 0.10 และ 0.25



รูปที่ 2 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) เมื่อขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 10, 30, 50 และ 100



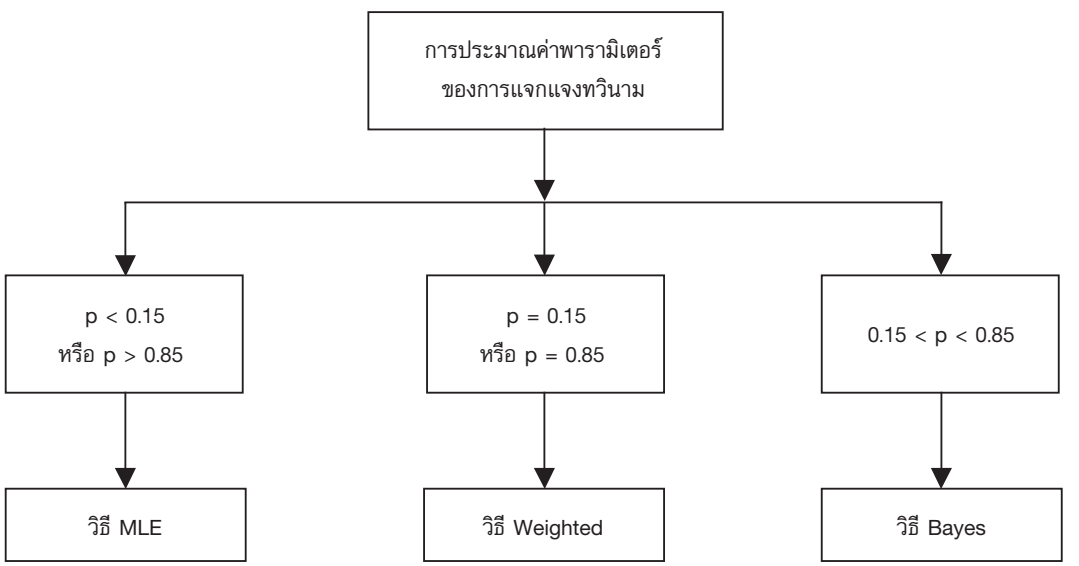
รูปที่ 3 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) เมื่อขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 30

5. ข้อเสนอแนะ

ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง เมื่อค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าน้อยกว่า 0.15 หรือมากกว่า 0.85 ควรเลือกใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) ส่วนในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าเท่ากับ 0.15 หรือ 0.85 ควรเลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted) และในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์ (p) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.15 และ 0.85 ควรเลือกใช้วิธีของเบส์ (Bayes) จากข้อเสนอแนะดังกล่าวสรุปเป็นแผนภาพดังรูปที่ 3

จากข้อเสนอแนะข้างต้น พบว่า วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดจะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ (p) แต่ในทางปฏิบัติเราไม่สามารถทราบค่าพารามิเตอร์ (p) ก่อนทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ ดังนั้นเพื่อให้สามารถเลือกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ ควรทำการประมาณค่าพารามิเตอร์เบื้องต้น (Preliminary Estimation or Initial Estimation) ซึ่งจะทำให้ทราบค่าประมาณพารามิเตอร์อย่างคร่าวๆ ก่อน จากนั้นสามารถเลือกใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพในสถานการณ์ต่างๆ ต่อไปได้ โดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์เบื้องต้น ดังนี้

$$\hat{p} = \frac{X}{n} \qquad \textbf{(20)}$$



รูปที่ 4 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินามที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์

6. เอกสารอ้างอิง

1. ชินนะพงษ์ บำรุงทรัพย์, 2548, *ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ*, พิมพ์ครั้งที่ 1, หจก.ฟันนี่พลับบลิชชิ่ง, กรุงเทพมหานคร, หน้า 119.

2. Swanson, N. R., and Zeng, T., 2001, "Choosing among competing econometric forecasts: Regression-based forecast combination using model selection" *Journal of Forecasting*, Vol. 20, pp. 425-440.

3. Larsen, R.J., and Marx, M.L., 2006, *An Introduction to Mathematical Statistics*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 131.

4. Dudewicz, E. J., and Mishra, S. N., 1988, *Modern Mathematical Statistics*. John Wiley & Sons, New York, pp. 352.

5. Bolstad, W.M., 2004, *Introduction to Bayesian Statistics*. John Wiley & Sons, New York, pp. 141-142.