แผนภูมิควบคุมสำหรับกระบวนการผลิตล็อตเล็กที่มีค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน

วิโรจน์ ตันติภัทโร[1]
มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์
19/1 ถนนเพชรเกษม แขวงหนองค้างพลู เขตหนองแขม กรุงเทพฯ 10160

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้บรรยายถึงปัญหาเกี่ยวกับปริมาณข้อมูลที่ไม่เพียงพอ สำหรับใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมตัวแปรเพื่อตรวจสอบสถานะของกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็ก ซึ่งแต่ละล็อตมีค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน พร้อมทั้งแสดงตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการอธิบายค่าความแปรปรวนของกระบวนการผลิต จุดประสงค์ของบทความนี้คือ การเสนอวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยการใช้แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน และแสดงหลักการใช้งานของแผนภูมิควบคุมดังกล่าว พร้อมทั้งทำการทดสอบและทำการเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย กับแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานโดยใช้ชุดข้อมูลจากตัวอย่างกรณีศึกษา ผลลัพธ์ที่ได้จากการศึกษาแสดงให้เห็นว่าในทางปฏิบัติแผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย ไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็กในกรณีที่มีค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน แต่ควรใช้แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานแทน

คำสำคัญ : แผนภูมิควบคุมตัวแปร / กระบวนการผลิตล็อตเล็ก / ความแปรปรวน / แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน / แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย

---

[1] *อาจารย์ สาขาวิชาการจัดการงานวิศวกรรม บัณฑิตวิทยาลัย*
E-mail : tantibadaro@yahoo.com

Control Charts for Small Lot Processes with Different Variances

Virojana Tantibadaro[1]
South-East Asia University
19/1 Petchakasem Road, Khwaeng Nong Khangplu, Khet Nong Khaem, Bangkok 10160

Abstract

This article discusses about a practical problem associated with the insufficiency of observations data for constructing variables control charts in order to monitor the status of small lot processes with non-constant variances in each lot. The mathematical model used to explain the variances of the process is also presented. The objectives of the paper are to propose an effective approach to dealing with the problem by using standardized control charts and to illustrate the principles in using the charting techniques. Furthermore, the examinations and comparisons between the deviation-from-nominal control chart and standardized control charts is performed by using a set of data from a case-study process. The result of the study points out that in practice applying the deviation-from-nominal chart to monitor small lot processes with unequal variances should be prohibited. In this regard, it is recommended to implement the standardized control charts instead.

Keywords : Variables Control Chart / Small Batch Process / Variance / Standardized Control Chart / Deviation-From-Nominal Control Chart

---

[1] *Lecturer, Engineering Management Program, Graduate School.*
E-mail : tantibadaro@yahoo.com

1. บทนำ

การดำรงอยู่ของหน่วยอุตสาหกรรมการผลิตในปัจจุบันมิใช่เพียงแค่ผลิตสิ่งของออกสู่ตลาดเท่านั้น แต่มีปัจจัยสำคัญในเรื่องของคุณภาพและความรวดเร็วในการจัดส่งสินค้าที่จะต้องนำมาพิจารณาปรับปรุงให้ดีขึ้นอย่างต่อเนื่องเพื่อสนองความต้องการของตลาดที่มีลักษณะเคลื่อนไหวแบบพลวัตร (Dynamic Market) มากขึ้น กล่าวให้เจาะจงก็คือ จะต้องผลิตสินค้าที่มีความหลากหลาย (Product Mix) ตามรสนิยมและความต้องการของตลาด ด้วยปริมาณที่ตลาดต้องการ และจัดส่งสินค้าให้ถึงมือของลูกค้าได้อย่างถูกต้องและตรงตามเวลานัดหมาย

จากปัจจัยดังกล่าวข้างต้นกลายเป็นแรงผลักดันให้ผู้ผลิตต้องดำเนินการปรับปรุงการผลิตให้มีความยืดหยุ่นโดยการผลิตสินค้าให้มีความหลากหลายมากยิ่งขึ้นเพื่อให้ได้ชนิดสินค้าที่แตกต่างกันมากขึ้นตามปริมาณความต้องการที่เกิดขึ้นจริงจากคำสั่งซื้อของลูกค้า ซึ่งจะช่วยให้ปริมาณสินค้าคงคลัง (Inventory) ลดน้อยลงตามแนวคิดของการผลิตแบบทันเวลาพอดีหรือ JIT (Just-in-Time) ซึ่งเป็นลักษณะการผลิตรุ่นสินค้าขนาดเล็ก (Small Batch Production) เราอาจเรียกสภาพการผลิตนี้อีกชื่อหนึ่งว่ากระบวนการผลิตช่วงสั้น (Short Production Runs)

ปัญหาที่เกิดขึ้นในการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติหรือเทคนิค SPC (Statistical Process Control) สำหรับกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็กคือ ข้อมูลที่ได้จากการผลิตสำหรับสินค้าแต่ละชนิดมีจำนวนน้อยเกินไปไม่เพียงพอที่จะใช้ในการคำนวณหาค่าพิกัดควบคุมบนและพิกัดควบคุมล่าง (Upper and Lower Control Limits) ของแผนภูมิควบคุมได้ อย่างไรก็ดีแม้ว่าจะรู้ค่าพิกัดควบคุมดังกล่าวแล้วก็ตาม แต่ก็ไม่สามารถตรวจสอบแนวโน้มของกระบวนการได้ เนื่องจากจุดที่พล็อตบนแผนภูมิควบคุมมีจำนวนน้อยเกินไป

อุปสรรคที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นนี้อาจทำให้วิศวกรผู้รับผิดชอบในงานควบคุมคุณภาพเกิดความไม่มั่นใจว่าการใช้แผนภูมิควบคุมกับกระบวนการผลิตล็อตเล็กจะเหมาะสมหรือไม่ วิโรจน์ [1] ได้กล่าวถึงวิธีการประยุกต์ใช้แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย (Deviation-from-Nominal Chart) สำหรับกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็กเพื่อแก้ปัญหาข้างต้น อย่างไรก็ตามแผนภูมิควบคุมดังกล่าวนี้มีข้อจำกัดอยู่ เนื่องจากก่อนการใช้แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายจำเป็นต้องทดสอบสมมติฐานเสียก่อนว่าค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าเท่ากันหรืออย่างน้อยมีค่าใกล้เคียงกันจริง

ในทางปฏิบัติอาจพบว่าค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าไม่เท่ากันซึ่งเป็นข้อจำกัดที่ทำให้ไม่สามารถใช้แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายได้ สำหรับในบทความนี้มีจุดประสงค์ที่จะเสนอแนวทางแก้ปัญหานี้ด้วยวิธีการประยุกต์ใช้แผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน (Standardized Control Charts) สำหรับกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็กที่มีค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน โดยจะเริ่มอภิปรายโดยสังเขปเกี่ยวกับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายปัญหานี้ จากนั้นจะอธิบายทฤษฎีของแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานอันประกอบด้วยแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับค่าเฉลี่ย แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับค่าพิสัย จากนั้นจะเสนอตัวอย่างกรณีศึกษาเพื่อแสดงวิธีการประยุกต์ใช้แผนภูมิควบคุมชนิดนี้และปิดท้ายด้วยบทสรุปและข้อเสนอแนะ

2. ตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงความแปรปรวนของกระบวนการผลิต

สมมติว่าข้อมูลที่เก็บได้จากกระบวนการผลิตมีค่าเป็น x_{ijk} โดยดัชนี i เป็นลำดับที่ของกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มจากสินค้าชนิด k ที่ผลิตได้โดยมีค่าเป้าหมาย (Target) เท่ากับ T_k ส่วนดัชนี j เป็นลำดับที่ของข้อมูลในกลุ่มตัวอย่าง หากกระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมเชิงสถิติ เราสามารถสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์แทนกระบวนการนี้ได้เป็น

$$x_{ijk} = \mu_k + \tau_k + \varepsilon_{ij} \quad \textbf{(1)}$$

โดย μ_k เป็นค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างสินค้า k ส่วน τ_k เป็นค่าที่ใช้แสดงผลกระทบจากการผลิต (Production Effect) สินค้า k โดย $\Sigma_k \tau_k = 0$ และ ε_{ij} เป็นค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม (Random Error) ที่มีการแจกแจงปกติ

และเป็นอิสระต่อกัน

เนื่องจากตัวแปรสุ่ม x_{ijk} มีการแจกแจงปกติ ดังนั้น $x_{ijk} \sim N\ (\mu_k, \sigma_i^2)$ และ $\varepsilon_{ij} \sim N\ (0,\ \sigma_\varepsilon^2)$ ทั้งนี้กำหนดให้ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตอยู่ที่ค่าเป้าหมาย กล่าวคือ $E\ (x_{ijk}) = \mu_k = T_k$ และจากสมการ (1) จะพบว่าค่าความแปรปรวนของกระบวนการผลิตสำหรับกลุ่มตัวอย่าง i สามารถหาได้จาก

$$\sigma_i^2 = Var\ (\tau_k) + Var\ (\varepsilon_{ij}) \qquad \textbf{(2)}$$

ในสมการ (2) สามารถแยกประเภทของกระบวนการผลิตออกเป็น 2 กรณีคือ

กรณีที่ 1

ค่า $Var\ (\tau_k) = \sigma_i^2$ และ $Var\ (\varepsilon_{ij}) = \sigma_\varepsilon^2$ โดย σ_τ^2 และ σ_ε^2 มีค่าคงที่ซึ่งแสดงว่าค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าเท่ากันหรือ σ_i^2 มีค่าคงที่นั่นเอง

$$\sigma_i^2 = \sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2$$

โดย σ^2 เป็นค่าคงที่

กรณีที่ 2

ค่า $Var\ (\tau_k) = \sigma_\tau^2$ มีค่าไม่คงที่โดยเปลี่ยนแปลงตามชนิดสินค้าที่กำลังผลิต และจากสมการ (2) จะได้ว่า

$$\sigma_i^2 = \sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

จากทั้ง 2 กรณีข้างต้นนี้จะเห็นได้ว่า แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย ใช้ได้กับกระบวนการผลิตล็อตเล็กที่มีเงื่อนไขสอดคล้องกับกรณีที่ 1 เท่านั้น [1] ส่วนกระบวนการผลิตล็อตเล็กที่สอดคล้องกับกรณีที่ 2 จะต้องใช้แผนภูมิควบคุมที่แตกต่างออกไป ซึ่งจะได้อธิบายในหัวข้อถัดไป

3. แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน

ในอุตสาหกรรมต่างๆ มีการใช้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและแผนภูมิควบคุมค่าพิสัยกันอย่างกว้างขวาง โดยแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถูกใช้ในการตรวจติดตามความแปรปรวนระหว่างกลุ่มตัวอย่าง (Between-Subgroup Variations) ส่วนแผนภูมิควบคุมค่าพิสัยถูกใช้ในการตรวจติดตามความแปรปรวนภายในกลุ่มตัวอย่าง (Within-Subgroup Variations) กล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าแผนภูมิควบคุมทั้งสองชนิดนี้จะต้องถูกใช้ร่วมกันเพื่อตรวจติดตามการอยู่ภายใต้การควบคุมเชิงสถิติ (Statistical In-Control) ของกระบวนนั่นเอง

ในการสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและแผนภูมิควบคุมค่าพิสัยเพื่อใช้ควบคุมกระบวนการนั้น จะต้องมีข้อมูลซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มเก็บมาจากกระบวนการให้ได้อย่างน้อย 20 ถึง 25 กลุ่มตัวอย่าง [2] จุดนี้ทำให้กระบวนการผลิตล็อตเล็กมีข้อมูลกลุ่มตัวอย่างไม่เพียงพอที่จะสามารถนำมาสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและแผนภูมิควบคุมค่าพิสัย เนื่องจากการผลิตสินค้าแต่ละชนิดมีช่วงเวลาสั้นจึงได้ข้อมูลกลุ่มตัวอย่างน้อยเกินไป ดังได้กล่าวไว้แล้วในเบื้องต้น

แผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน (Standardized Chart) เป็นกราฟที่แสดงค่าสถิติมาตรฐานที่แปลงค่า (Transform) มาจากข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งต่างจากแผนภูมิควบคุมปรกติที่ได้กล่าวไว้ซึ่งแสดงค่าของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างโดยตรงจึงต้องใช้แผนภูมิควบคุมเฉพาะจำแนกออกตามชนิดสินค้าที่ผลิตและต้องการข้อมูลกลุ่มตัวอย่างจำนวนมากเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแผนภูมิควบคุมและเพื่อดูแนวโน้มของกระบวนการ คุณลักษณะของค่าสถิติมาตรฐานทำให้สามารถใช้แผนภูมิควบคุมเพียงแผนภูมิเดียวในการตรวจติดตามเพื่อระบุสภาวะของกระบวนการผลิตที่ต้องผลิตสินค้าจำนวนหลากหลายชนิดดังเช่นกระบวนการผลิตล็อตเล็กซึ่งค่าเป้าหมายเปลี่ยนแปลงไปตามชนิดของสินค้าที่ทำการผลิต หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า สามารถหาทางออกของปัญหาที่เกิดขึ้นในการควบคุมกระบวนการผลิตล็อตเล็กได้โดยการใช้แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน

สมมติฐานเบื้องต้นของการใช้แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานกำหนดไว้ว่าข้อมูลกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มเก็บมามีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระต่อกัน และขนาดของกลุ่มตัวอย่างมีค่าเท่ากันและคงที่ (เท่ากับ n) จุดกลุ่มตัวอย่างที่นำมาพล็อตลงบนแผนภูมิชนิดนี้คือค่าสถิติมาตรฐานที่แปลงค่ามาจากข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง สำหรับในบทความนี้จะแบ่งวิธีการใช้แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานออกเป็น 2 กรณีคือ กรณีที่ใช้แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน

สำหรับค่าเฉลี่ย (Standardized $\bar{x}$ Chart) คู่กับแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับค่าพิสัย (Standarized R Chart) และกรณีที่ใช้แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับค่าเฉลี่ยคู่กับแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standarized S Chart)

3.1 แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{\mathbf{x}}$ และ $\boldsymbol{R}$

ค่าสถิติที่ใช้พล็อตลงบนแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน R คือ อัตราส่วนระหว่างค่าพิสัยของกลุ่มตัวอย่าง (R_{ik}) และค่าพิสัยตามชนิดสินค้าของกลุ่มตัวอย่างนั้น (R_k)

$$r_{ik}^{(1)} = \frac{R_{ik}}{R_k}$$

เราสามารถพิสูจน์ได้ว่าค่า $E(r_{ik}^{(1)}) = 1$ และค่า Var$(r_{ik}^{(1)}) = (d_3 / d_2)^2$ โดย d_3 และ d_3 เป็นค่าตัวเลขที่ขึ้นอยู่กับขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (n) อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติเราไม่ทราบค่า R_k ของกระบวนการ จึงใช้ค่า $\bar{R}_k$ แทนกล่าวคือ

$$r_{ik}^{(1)} = \frac{R_{ik}}{\bar{R}_k} \quad \textbf{(3)}$$

ดังนั้นจะได้ค่าพิกัดควบคุมบน $(\mathrm{UCL}_{r^{(1)}})$ เส้นศูนย์กลาง $(\mathrm{CL}_{r^{(1)}})$ และพิกัดควบคุมล่าง $(\mathrm{LCL}_{r^{(1)}})$ ของแผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน R ดังนี้

$$\mathrm{UCL}_{r^{(1)}} = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$$

$$\mathrm{CL}_{r^{(1)}} = 1$$

$$\mathrm{LCL}_{r^{(1)}} = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}$$

หากกำหนดให้

$$D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}$$

$$D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$$

จะได้พารามิเตอร์ของแผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน R ที่กระชับขึ้นเป็น

$$\begin{aligned} \mathrm{UCL}_{r^{(1)}} &= D_4 \\ \mathrm{CL}_{r^{(1)}} &= 1 \\ \mathrm{LCL}_{r^{(1)}} &= D_3 \end{aligned} \quad \textbf{(4)}$$

โดยค่าพารามิเตอร์ D_3 และ D_4 แปรผันตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างและสามารถหาค่าเหล่านี้ได้จากตารางในตำราและคู่มือเกี่ยวกับการควบคุมคุณภาพ เช่น [2], [3], [4], และ [5] เป็นต้น

สำหรับค่าสถิติที่ใช้พล็อตลงบนแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน $\bar{x}$ คือ อัตราส่วน $z_{ik}^{(1)}$ ที่แสดงไว้ในสมการด้านล่าง

$$z_{ik}^{(1)} = \frac{\bar{x}_{ik} - T_k}{R_k}$$

โดย $x_{ik} = \Sigma_j x_{ijk} / n$ ในทางปฏิบัติจะใช้ $\bar{R}_k$ ค่าแทน R_k กล่าวคือ

$$z_{ik}^{(1)} = \frac{\bar{x}_{ik} - T_k}{\bar{R}_k} \quad \textbf{(5)}$$

ในที่นี้เราสามารถพิสูจน์ได้ว่าค่า $E(z_{ik}^{(1)}) = 0$ และค่า $Var(z_{ik}^{(1)}) = 1/ nd_2^2$ ดังนั้นจะได้ค่าพิกัดควบคุมบน $(\mathrm{UCL}_{z^{(1)}})$ เส้นศูนย์กลาง $(\mathrm{CL}_{z^{(1)}})$ และพิกัดควบคุมล่าง $(\mathrm{LCL}_{z^{(1)}})$ ของแผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน $\bar{x}$ ดังนี้

$$\mathrm{UCL}_{z^{(1)}} = 0 + 3\frac{1}{d_2\sqrt{n}}$$

$$\mathrm{CL}_{z^{(1)}} = 0$$

$$\mathrm{LCL}_{z^{(1)}} = 0 - 3\frac{1}{d_2\sqrt{n}}$$

เมื่อกำหนดให้ $A_2 = 1/d_2\sqrt{n}$ จะทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน $\bar{x}$ ที่กระชับขึ้นเป็น

$$\begin{aligned} \mathrm{UCL}_{z^{(1)}} &= +A_2 \\ \mathrm{CL}_{z^{(1)}} &= 0 \\ \mathrm{LCL}_{z^{(1)}} &= -A_2 \end{aligned} \quad \textbf{(6)}$$

โดยค่าพารามิเตอร์ A_2 แปรผันตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างและสามารถหาค่าเหล่านี้ได้จากตารางในตำราและคู่มือเกี่ยวกับการควบคุมคุณภาพดังได้กล่าวมาแล้ว

3.2 แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ และ S

ค่าสถิติที่ใช้พล็อตลงบนแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน S คือ อัตราส่วนระหว่างค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง (s_{ik}) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานตามชนิดสินค้าของกลุ่มตัวอย่างนั้น $(\sigma_{\bar{x}_k})$

$$r_{ik}^{(2)} = \frac{s_{ik}}{\sigma_{\bar{x}_k}}$$

ในทำนองเดียวกับกรณีแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน R เราไม่ทราบค่า $\sigma_{\bar{x}_k}$ ของกระบวนการ จึงใช้ค่า $s_{\bar{x}_k}$ แทนกล่าวคือ

$$r_{ik}^{(2)} = \frac{s_{ik}}{s_{\bar{x}_k}} \qquad \textbf{(7)}$$

เราสามารถพิสูจน์ได้ว่าค่า $E(r_{ik}^{(2)}) = c_4\sqrt{n}$ และค่า $Var(r_{ik}^{(2)}) = n(1\text{-}c_4^{\,2})$ โดย c_4 เป็นค่าตัวเลขที่ขึ้นอยู่กับขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ค่าพิกัดควบคุมบน $(\mathrm{UCL}_{r^{(2)}})$ เส้นศูนย์กลาง $(\mathrm{CL}_{r^{(2)}})$ และพิกัดควบคุมล่าง $(\mathrm{LCL}_{r^{(2)}})$ ของแผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน s คำนวณได้จาก

$$\mathrm{UCL}_{r^{(2)}} = c_4\sqrt{n} + 3\sqrt{n\left(1 - c_4^{\,2}\right)}$$
$$\mathrm{CL}_{r^{(2)}} = c_4\sqrt{n}$$
$$\mathrm{LCL}_{r^{(2)}} = c_4\sqrt{n} - 3\sqrt{n\left(1 - c_4^{\,2}\right)}$$

หากกำหนดให้

$$B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^{\,2}}$$
$$B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^{\,2}}$$

จะได้พารามิเตอร์ของแผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน s ที่ลดรูปเป็น

$$\mathrm{UCL}_{r^{(2)}} = B_6\sqrt{n}$$
$$\mathrm{CL}_{r^{(2)}} = c_4\sqrt{n} \qquad \textbf{(8)}$$
$$\mathrm{LCL}_{r^{(2)}} = B_5\sqrt{n}$$

โดยค่าพารามิเตอร์ B_5 และ B_6 แปรผันตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างและสามารถหาค่าเหล่านี้ได้จากตารางในตำราและคู่มือเกี่ยวกับการควบคุมคุณภาพ

สำหรับค่าสถิติที่ใช้พล็อตลงบนแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐาน $\bar{x}$ คือ อัตราส่วน $z_{ik}^{(2)}$ ที่คำนวณได้ตามสมการ

$$z_{ik}^{(2)} = \frac{\bar{x}_{ik} - T_k}{\sigma_{\bar{x}_k}}$$

โดยค่า $E(z_{ik}^{(2)}) = 0$ และค่า $Var(z_{ik}^{(2)}) = 1$ อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติจะใช้ค่า $s_{\bar{x}_k}$ แทน $\sigma_{\bar{x}_k}$ กล่าวคือ

$$z_{ik}^{(2)} = \frac{\bar{x}_{ik} - T_k}{s_{\bar{x}_k}} \qquad \textbf{(10)}$$

ดังนั้นจะได้ค่าพิกัดควบคุมบน $(\mathrm{UCL}_{z^{(2)}})$ เส้นศูนย์กลาง $(\mathrm{CL}_{z^{(2)}})$ และพิกัดควบคุมล่าง $(\mathrm{LCL}_{z^{(2)}})$ ของแผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐาน x ดังนี้

$$\mathrm{UCL}_{z^{(2)}} = +3$$
$$\mathrm{CL}_{z^{(2)}} = 0 \qquad \textbf{(11)}$$
$$\mathrm{LCL}_{z^{(2)}} = -3$$

หากกระบวนการอยู่ในสภาวะควบคุม จะพบว่าจุดกลุ่มตัวอย่างทุกจุดจะต้องตกอยู่ภายในระหว่างพิกัดควบคุมบนและพิกัดควบคุมล่างในลักษณะแบบสุ่ม อย่างไรก็ตามแม้ว่าจุดกลุ่มตัวอย่างทุกจุดจะตกอยู่ภายในระหว่างพิกัดควบคุมทั้งสอง หากพบว่าจุดกลุ่มตัวอย่างที่พล็อตแสดงแนวโน้มอย่างมีระบบ (Non-Randomness) หรือมีรูปแบบ (Pattern) ลักษณะเช่นนี้อาจเป็นสัญญาณที่แสดงสภาวะของกระบวนการว่าออกนอกการควบคุมเชิงสถิติ (Out-of-Control State)

4. กรณีศึกษา

ในหัวข้อนี้จะแสดงผลการทดลองการใช้แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย (Δ Chart) และแผนภูมิปรับเป็นค่ามาตรฐานกับข้อมูลที่แสดงไว้ในตารางที่ 1 ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากกระบวนการเจาะรูชิ้นส่วนชนิดหนึ่งให้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 มม., 8 มม., 10 มม., และ 12 มม. เพื่อใช้ประกอบกับชิ้นส่วนย่อยสำหรับผลิตสินค้าชนิดหนึ่งให้ได้ตามขนาดของรุ่นต่างๆ (Models) ตามคำสั่งซื้อของลูกค้า เมื่อนำข้อมูลในตารางที่ 1 มาทำการทดสอบว่ามีการแจกแจงปกติหรือไม่ด้วยวิธีการพล็อตกราฟค่าความน่าเป็นโดยใช้โปรแกรม MINITAB 14 ซึ่งได้ผลลัพธ์ดังแสดงไว้ในรูปที่ 1 (ก) ถึง 1 (ง) จากกราฟบ่งชี้ว่าเราไม่สามารถปฏิเสธได้ว่าข้อมูลดังกล่าวมีการแจกแจงปกติด้วยระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 (α = 0.05)

ตารางที่ 1 ข้อมูลจากกระบวนการเจาะรูชิ้นส่วนเพื่อใช้ประกอบกับชิ้นส่วนย่อยสำหรับผลิตสินค้าชนิดหนึ่งตามขนาดของรุ่นต่างๆ

i	k	T_k (mm)	x_{ijk}			
			j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
1	A	6	5.998	5.989	5.999	6.019
2	A	6	5.996	6.011	6.008	6.010
3	A	6	5.998	6.011	6.012	5.977
4	A	6	6.013	6.003	6.010	6.012
5	A	6	5.998	5.993	6.006	6.007
6	B	8	8.032	8.015	8.026	7.927
7	B	8	7.918	8.012	7.948	7.931
8	B	8	7.921	8.037	7.965	8.037
9	B	8	7.941	7.910	7.983	8.053
10	B	8	7.951	7.931	8.018	8.028
11	C	10	9.826	9.960	9.891	10.126
12	C	10	9.955	10.120	9.763	10.051
13	C	10	10.107	9.944	9.945	9.984
14	C	10	9.971	10.032	10.019	9.950
15	D	12	11.877	12.012	11.963	11.833
16	D	12	11.927	12.036	11.884	12.000

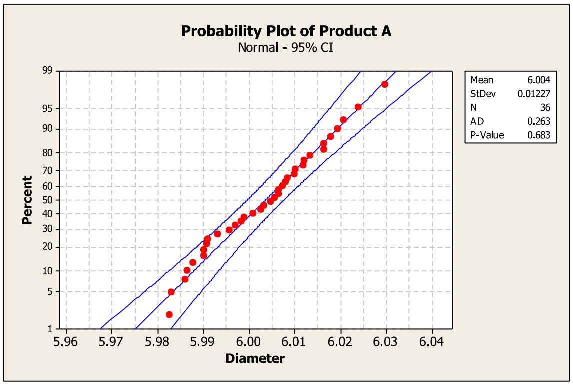
i	k	T_k (mm)	x_{ijk}			
			j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
17	D	12	12.027	11.708	12.139	12.058
18	D	12	11.979	11.837	12.222	11.994
19	A	6	5.991	5.997	6.002	5.980
20	A	6	5.977	6.016	6.017	6.011
21	A	6	5.997	5.995	6.016	5.990
22	A	6	6.006	5.993	5.977	5.986
23	B	8	7.988	7.967	8.037	8.008
24	B	8	8.005	8.009	8.012	7.938
25	B	8	7.995	8.061	7.975	8.062
26	C	10	9.993	10.051	10.045	9.912
27	C	10	9.950	9.883	9.932	10.129
28	C	10	10.197	9.891	10.044	10.116
29	D	12	11.750	12.065	11.806	11.979
30	D	12	11.964	11.818	12.022	12.059
31	D	12	12.009	11.877	12.176	12.175

นอกจากการทดสอบการแจกแจงปกติแล้ว ก่อนการใช้แผนภูมิค่าเบี่ยงเบนจากมาตรฐานจะต้องทำการทดสอบเสียก่อนว่าค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าเท่ากันหรือไม่ โดยมีสมมติฐานดังนี้

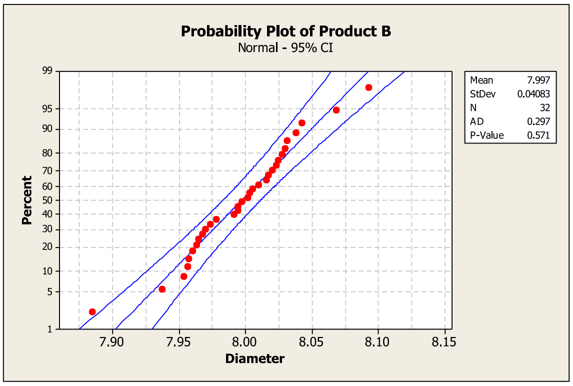
$$H_0\text{: } \sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_C^2 = \sigma_D^2$$
H_1: At least two of them differ

สำหรับในงานวิจัยนี้ได้ใช้วิธีทดสอบของ Bartlett (Bartlett's Test) [6] ด้วยระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 ผลการทดสอบแสดงไว้ในรูปที่ 2 ซึ่งบ่งชี้ให้เห็นว่าค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าไม่เท่ากันเนื่องจากค่า P-value ของการทดสอบมีค่าน้อยกว่าค่า α = 0.05 ทำให้ต้องปฏิเสธสมมติหลัก H_0

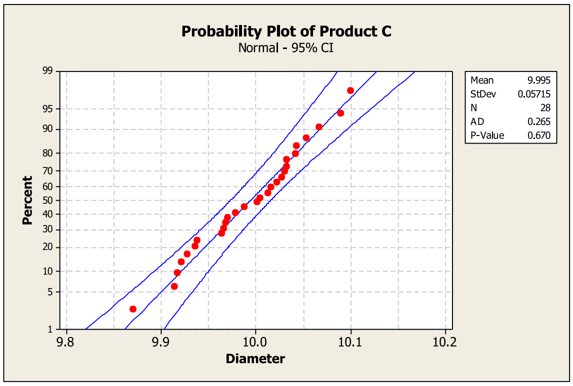
ผลการทดสอบที่บ่งชี้ว่าค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าไม่เท่ากันนี้ทำให้ไม่สามารถใช้แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายได้ อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้จะทำการทดลองใช้แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายและแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานกับกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็กซึ่งแต่ละล็อตมีค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ 1 เพื่อทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นของแผนภูมิทั้ง 2 ชนิดโดยจะทดลองสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย แล้วทำการสร้างแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ และ R และแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ และ s ตามลำดับ



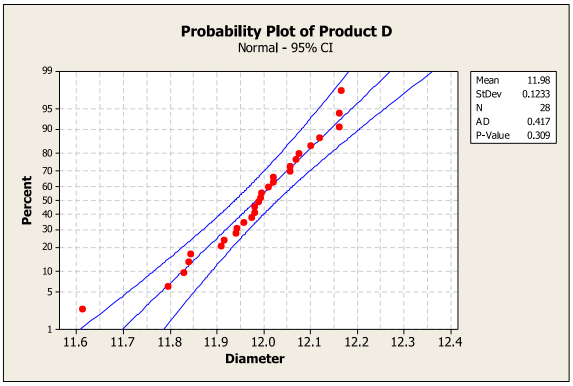
(ก)



(ข)

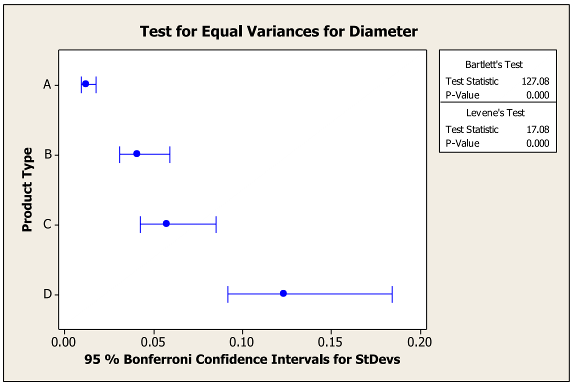


(ค)



(ง)

รูปที่ 1 ผลการทดสอบการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 (α = 0.05) สำหรับข้อมูลในตารางที่ 1 ด้วยวิธีการพล็อตกราฟค่าความน่าเป็นโดยใช้โปรแกรม MINITAB 14 (ก) สินค้า A (ข) สินค้า B (ค) สินค้า C (ง) สินค้า D



รูปที่ 2 ผลการทดสอบความเท่ากันของค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างในตารางที่ 1

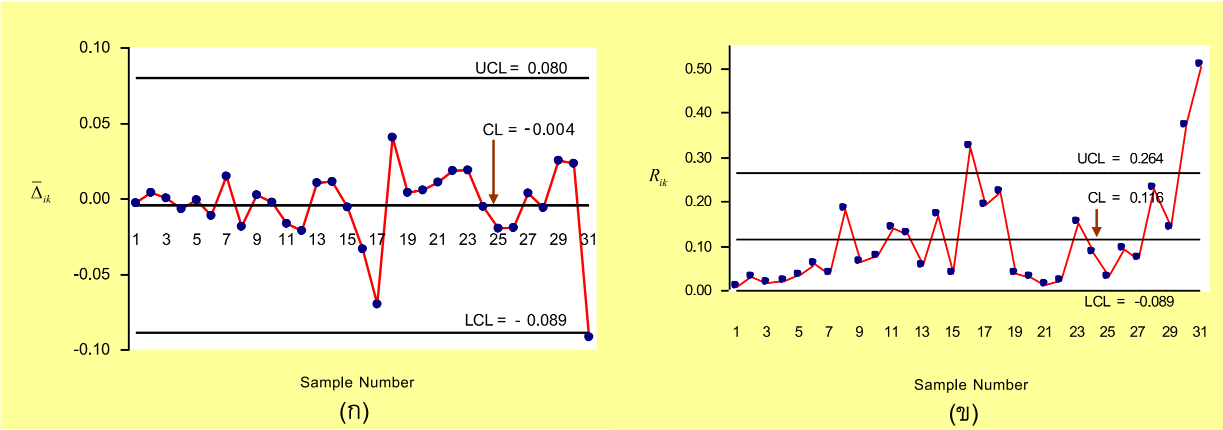
ตารางที่ 2 ค่าสถิติสำหรับพล็อตลงในแผนภูมิควบคุมซึ่งคำนวณได้โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ 1

i	k	T_k(mm)	R_{ik}	$\bar{\Delta}_{ik}$	S_{ik}	$r_{ik}^{(1)}$	$r_{ik}^{(2)}$	$z_{ik}^{(1)}$	$z_{ik}^{(2)}$
1	A	6	0.010	-0.003	0.004	0.404	0.659	-0.116	-0.448
2	A	6	0.032	0.004	0.013	1.336	2.149	0.168	0.646
3	A	6	0.016	0.000	0.008	0.688	1.236	0.010	0.040
4	A	6	0.022	-0.007	0.011	0.948	1.717	-0.295	-1.136
5	A	6	0.033	-0.001	0.015	1.413	2.461	-0.032	-0.125
6	B	8	0.058	-0.011	0.027	0.674	1.347	-0.130	-0.552
7	B	8	0.037	0.015	0.017	0.433	0.842	0.170	0.720
8	B	8	0.183	-0.018	0.078	2.118	3.810	-0.213	-0.902
9	B	8	0.064	0.002	0.031	0.739	1.520	0.027	0.114
10	B	8	0.076	-0.002	0.032	0.880	1.556	-0.027	-0.116
11	C	10	0.140	-0.016	0.068	1.101	2.366	-0.129	-0.572
12	C	10	0.127	-0.021	0.053	1.000	1.843	-0.168	-0.746
13	C	10	0.054	0.010	0.023	0.426	0.796	0.082	0.366
14	C	10	0.169	0.011	0.070	1.332	2.459	0.089	0.394
15	D	12	0.037	-0.006	0.015	0.145	0.246	-0.022	-0.093
16	D	12	0.322	-0.033	0.138	1.259	2.245	-0.130	-0.540
17	D	12	0.192	-0.070	0.106	0.748	1.725	-0.274	-1.136
18	D	12	0.222	0.040	0.099	0.867	1.613	0.158	0.657
19	A	6	0.038	0.004	0.017	1.615	2.751	0.173	0.666
20	A	6	0.028	0.005	0.012	1.176	1.926	0.231	0.890
21	A	6	0.012	0.011	0.005	0.493	0.790	0.464	1.789
22	A	6	0.022	0.019	0.010	0.927	1.667	0.783	3.018
23	B	8	0.156	0.019	0.064	1.797	3.125	0.220	0.931
24	B	8	0.086	-0.005	0.044	0.998	2.167	-0.060	-0.255
25	B	8	0.031	-0.020	0.016	0.361	0.759	-0.228	-0.966
26	C	10	0.095	-0.019	0.042	0.747	1.476	-0.151	-0.672
27	C	10	0.074	0.004	0.040	0.587	1.390	0.029	0.129
28	C	10	0.229	-0.006	0.108	1.807	3.780	-0.048	-0.212
29	D	12	0.142	0.025	0.066	0.556	1.076	0.099	0.410
30	D	12	0.370	0.023	0.158	1.445	2.565	0.091	0.376
31	D	12	0.507	-0.091	0.215	1.980	3.488	-0.357	-1.483

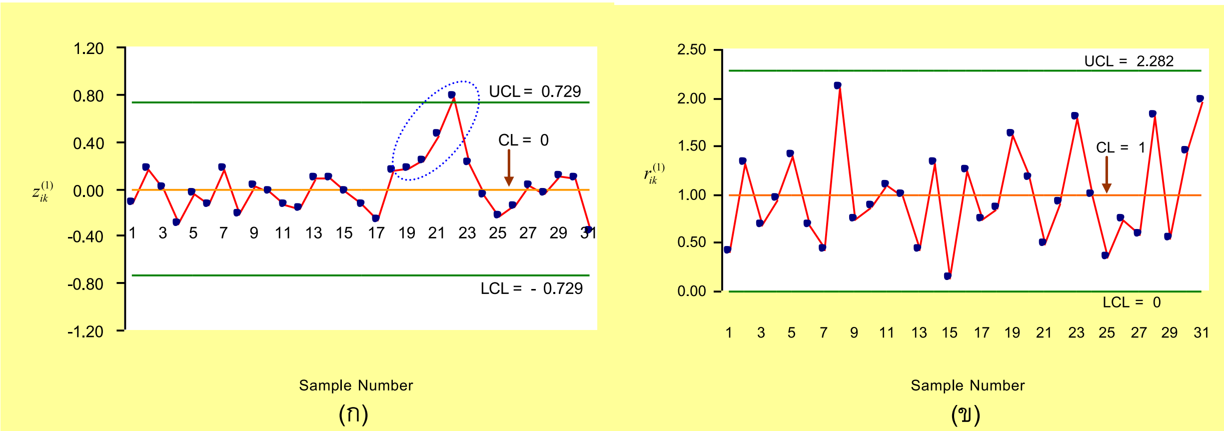
จากข้อมูลในตารางที่ 1 จะได้ว่าค่า n = 4, k = A, B, C, และ D, $\bar{R}$ = 0.116, $\bar{R}_A$ = 0.0237, $\bar{R}_B$ = 0.0866, $\bar{R}_C$ = 0.1268, $\bar{R}_D$ = 0.2560, $\bar{s}_A$ = 0.0123, $\bar{s}_B$ = 0.0408, $\bar{s}_C$ = 0.0571, $\bar{s}_D$ = 0.1233 และค่าพารามิเตอร์ที่ใช้สร้างแผนภูมิสำหรับกรณีศึกษานี้พบว่า A_2 = 0.729, c_4 = 0.9213, B_5 = 0, B_6 = 2.088, D_3 = 0, และ D_4 = 2.282 ส่วนค่าสถิติต่างๆ ที่สำคัญสำหรับใช้พล็อตลงในแผนภูมิควบคุมได้แสดงไว้ในตารางที่ 2 และเมื่อได้ค่าสถิติรวมทั้งค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวข้างต้นครบถ้วนแล้วก็พร้อมที่จะใช้ทดลองสร้างแผนภูมิควบคุมต่อไป

ผลจากการทดลองสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายโดยใช้ข้อมูลในตารางที่ 2 ได้ผลดังแสดงไว้

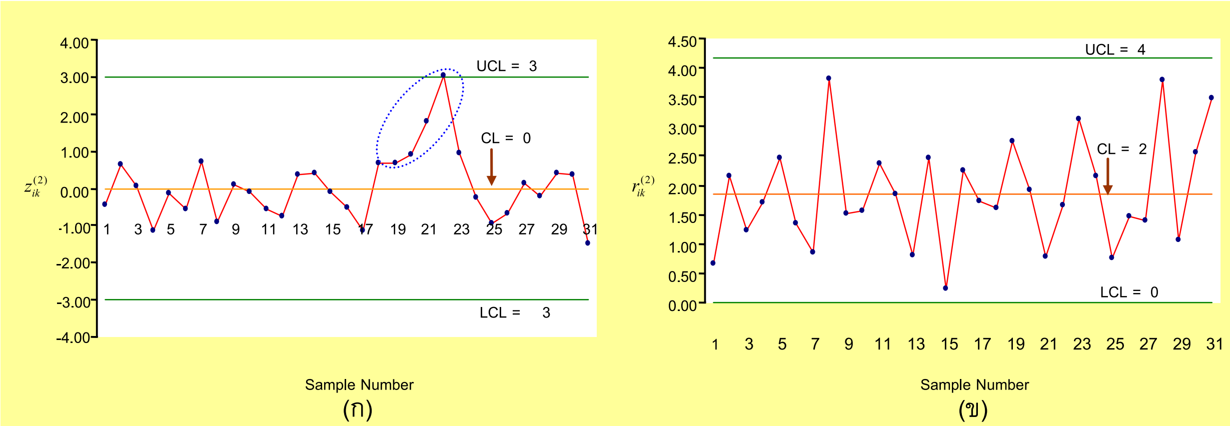
ในรูปที่ 3 (ก) และ 3 (ข) ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีอยู่ 3 จุดของกลุ่มตัวอย่างคือกลุ่มตัวอย่างที่ 16, 30, และ 31 ตกอยู่นอกพิกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมค่าพิสัย และมีอยู่ 1 จุดของกลุ่มตัวอย่างคือกลุ่มตัวอย่างที่ 31 ตกอยู่นอกพิกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย โดยจุดที่ตกอยู่นอกเส้นพิกัดควบคุมทั้งสองอาจเป็นสัญญาณบ่งชี้ว่าในช่วงเวลาที่ทำการผลิตชิ้นส่วนของกลุ่มตัวอย่างดังกล่าวอาจมีสิ่งผิดปรกติเกิดขึ้น (Special Cause)



รูปที่ 3 แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมาย (ก) และค่าพิสัย (ข) สำหรับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ได้จากกระบวนการเจาะรูชิ้นส่วนประกอบแต่ละล็อตของสินค้ารุ่นต่างๆ



รูปที่ 4 แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ (ก) และค่าพิสัย R (ข) สำหรับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ได้จากกระบวนการเจาะรูชิ้นส่วนประกอบแต่ละล็อตของสินค้ารุ่นต่างๆ



รูปที่ 5 แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ (ก) และค่าพิสัย s (ข) สำหรับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ได้จากกระบวนการเจาะรูชิ้นส่วนประกอบแต่ละล็อตของสินค้ารุ่นต่างๆ

อย่างไรก็ตามจากการตรวจสอบช่วงเวลาที่ทำการผลิตชิ้นส่วนของกลุ่มตัวอย่างที่ 16, 30, และ 31 กลับไม่พบสิ่งผิดปรกติเกิดขึ้นเลยแม้แต่จุดเดียว ทั้งนี้อาจบ่งชี้ถึงปรากฏการณ์นี้ได้ว่าแผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายไม่ควรถูกนำมาใช้ในการตรวจติดตามและควบคุมสถานะของกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็กที่แต่ละล็อตมีค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน และเพื่อชี้ให้เห็นได้ชัดเจนยิ่งขึ้นในงานวิจัยนี้จึงได้ทำการเปรียบเทียบผลการทดลองสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายกับแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานโดยใช้ข้อมูลชุดเดียวกันนี้ดังได้กล่าวไว้แล้วในเบื้องต้น

ผลจากการทดลองสร้างแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ และ R โดยใช้ข้อมูลในตารางที่ 2 ได้ผลดังแสดงไว้ในรูปที่ 4 (ก) และ 4 (ข) ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีอยู่เพียงจุดเดียวของกลุ่มตัวอย่างคือกลุ่มตัวอย่างที่ 22 ที่ตกอยู่นอกพิกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ นอกจากนี้จะสังเกตได้ว่ากลุ่มตัวอย่างตั้งแต่จุดที่ 19 ถึงจุดที่ 22 ซึ่งเป็นชิ้นส่วนประกอบของสินค้าชนิด A ทั้งชุดตกอยู่ด้านบนของเส้นศูนย์กลางของแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ ในรูปที่ 4 (ก) ซึ่งอาจเป็นสัญญาณบ่งชี้ว่าอาจมีสิ่งผิดปรกติเกิดขึ้นในช่วงเวลาที่ทำการผลิตชิ้นส่วนของกลุ่มตัวอย่างดังกล่าว

จากการตรวจสอบเพื่อสืบค้นหาสาเหตุของสัญญาณบ่งชี้การออกนอกการควบคุม (Out-of-Control Signal) ในกลุ่มตัวอย่างที่ 19 ถึงกลุ่มตัวอย่างที่ 22 พบว่าในช่วงเวลาที่ทำการผลิตชิ้นส่วนในกลุ่มตัวอย่างดังกล่าวพนักงานที่รับผิดชอบการเจาะรูชิ้นงานไม่ได้ตรวจสอบการตั้งศูนย์ของดอกสว่านที่ใช้ในการเจาะ จึงทำให้ค่าเฉลี่ยของเส้นผ่านศูนย์กลาง ($\bar{x}_A$ = 6.01 มม.) ของรูของชิ้นส่วนประกอบที่ได้มีขนาดใหญ่กว่าค่าเป้าหมาย (T_A = 6 มม.)

แผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ และ s ที่ทดลองสร้างขึ้นโดยใช้ข้อมูลในตารางที่ 2 ได้ผลเช่นเดียวกับแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ และ R ดังแสดงไว้ในรูปที่ 5 (ก) และ 5 (ข) ซึ่งมีอยู่เพียงจุดเดียวของกลุ่มตัวอย่างคือกลุ่มตัวอย่างที่ 22 ที่ตกอยู่นอกพิกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ และจะสังเกตได้ว่ากลุ่มตัวอย่างตั้งแต่จุดที่ 19 ถึงจุดที่ 22 ซึ่งเป็นชิ้นส่วนประกอบของสินค้าชนิด A ทั้งชุดตกอยู่ด้านบนของเส้นศูนย์กลางของแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานสำหรับ $\bar{x}$ ในรูปที่ 5 (ก) ซึ่งมีลักษณะเดียวกับในรูปที่ 4 (ก) เป็นการบ่งชี้ถึงประสิทธิภาพของการขาดความไวในการจับการเปลี่ยนแปลง (Insensitive) ของแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยของค่าเฉลี่ยซึ่งเป็นคุณลักษณะของแผนภูมิขั้นพื้นฐานที่เรียกกันว่า Shewhart-Type Control Charts ซึ่งจัดเป็นแผนภูมิควบคุมที่กลุ่มตัวอย่างแต่ละจุดไม่มีการใช้ข้อมูลในอดีตมาใช้คำนวณหาค่าสถิติเพื่อนำมาพล็อตลงในแผนภูมิ

ปัญหาความด้อยประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงสถานะของค่าเฉลี่ยของกระบวนการดังกล่าวนี้สามารถแก้ไขได้โดยการใช้กฎการรัน (Runs Rules) ซึ่งดูรายละเอียดได้ในรายงานวิจัยของ Champ and Woodall [7] และ Trip and Does [8] หรืออีกวิธีการหนึ่งคือ การใช้แผนภูมิควบคุมซึ่งกลุ่มตัวอย่างแต่ละจุดมีการใช้ข้อมูลในอดีตมาใช้คำนวณหาค่าสถิติ (Memorization-Based Control Charts) แล้วนำมาพล็อตลงในแผนภูมิ ตัวอย่างของแผนภูมิควบคุมประเภทนี้คือ แผนภูมิ CUSUM ซึ่งดูรายละเอียดได้ในงานของ Hawkins [9] และแผนภูมิ EWMA สามารถดูรายละเอียดได้ในงานของ Lucas and Saccucci [10]

5. บทสรุปและข้อเสนอแนะ

แม้ว่าแผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายสามารถใช้สำหรับแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็กซึ่งมีลักษณะการผลิตสินค้าแต่ละชนิดมีช่วงเวลาสั้นมากจนทำให้จำนวนข้อมูลน้อยเกินไปซึ่งไม่เพียงพอที่จะใช้ในการคำนวณหาค่าพิกัดควบคุมบนและพิกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุมได้ อย่างไรก็ตามแผนภูมิชนิดนี้ก็ยังมีข้อจำกัดในการใช้งาน กล่าวคือ แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายใช้ได้กับกระบวนการผลิตล็อตเล็กที่มีค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าเท่ากันหรืออย่างน้อยมีค่าใกล้เคียงกันหรืออยู่ภายใต้เงื่อนไขที่สอดคล้องกับกรณีที่ 1 เท่านั้น

ในทางปฏิบัติอาจพบว่าค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าไม่เท่ากันซึ่งเป็นข้อจำกัดที่ทำให้ไม่สามารถใช้แผนภูมิควบคุมค่าเบี่ยงเบนจากค่าเป้าหมายได้ ดังผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองสร้างแผนภูมิควบคุมชนิดนี้เปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานโดยใช้ข้อมูลชุดเดียวกันที่ได้จากตัวอย่างกรณีศึกษา ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานเหมาะสมที่จะนำมาตรวจติดตามและควบคุมสถานะของกระบวนการผลิตแบบล็อตเล็กที่ค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างของสินค้าแต่ละชนิดมีค่าไม่เท่ากัน

อย่างไรก็ตามผลการทดลองยังบ่งชี้ว่าประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมปรับเป็นค่ามาตรฐานในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยของค่าเฉลี่ยในกระบวนการผลิตนั้นมีค่อนข้างต่ำซึ่งเป็นผลมาจากการที่กลุ่มตัวอย่างแต่ละจุดไม่มีการใช้ข้อมูลในอดีตมาใช้คำนวณหาค่าสถิติเพื่อนำมาพล็อตลงในแผนภูมิ ปัญหาที่เกิดขึ้นนี้สามารถแก้ไขได้โดยการใช้กฎการรัน หรือใช้แผนภูมิควบคุมซึ่งกลุ่มตัวอย่างแต่ละจุดมีการใช้ข้อมูลในอดีตมาใช้คำนวณหาค่าสถิติเพื่อนำมาพล็อตลงในแผนภูมิ เช่น แผนภูมิ CUSUM และแผนภูมิ EWMA

6. เอกสารอ้างอิง

1. Tantibadaro, V., 2011, “Control Charts for Small Lot Processes”, *The Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok*, Vol. 21, No. 2 (In Thai)

2. D.C. Montgomery, 2005, *“Introduction to Statistical Quality Control”*, Fifth Edition, John Wiley and Sons, Inc.

3. J. Oakland, 2008, *“Statistical Process Control”*, Sixth Edition, Butterworth-Heinemann.

4. J.M. Juran and A.B. Godfrey, 1999, *“Juran’s Quality Handbook”*, Fifth Edition, McGraw Hill.

5. T. Pyzdek, 2003, *“Quality Engineering Handbook”*, Second Edition, Marcel Dekker Inc..

6. R.E. Walpole, R.H. Myers, S.L. Myers, and K. Ye, 2007, *“Probability and Statistics for Engineers and Scientists”*, Eighth Edition, Pearson Education, Inc..

7. C.W. Champ and W.H. Woodall, 1987, “Exact Results for Shewhart Control Charts with Supplementary Runs Rules”, *Technometrics*, Vol. 29, pp. 393-399.

8. A. Trip and R.J.M.M. Does, 2010, “Quality Quandaries: Interpretation of Signals from Runs Rules in Shewhart Control Charts”, *Quality Engineering*, Vol. 22, pp. 351–357.

9. D.M. Hawkins, 1993, “Cumulative Sum Control Charting: An Underutilized SPC Tool”,

Quality Engineering, Vol. 5, pp. 463-477.

10. J.M. Lucas and M.S. Saccucci, 1990, “Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements”, *Technometrics*, Vol. 32, pp. 1-29.

7. ภาคผนวก

ในส่วนของค่า $E(r_{ik}^{(1)}) = 1$ และ $Var(r_{ik}^{(1)}) = (d_3/d_2)^2$ สามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

$$E(r_{ik}^{(1)}) = E\left(\frac{R_{ik}}{R_k}\right) = \frac{1}{R_k}\cdot E(R_{ik}) = \frac{1}{R_k}\cdot R_k = 1$$

$$Var(r_{ik}^{(1)}) = Var\left(\frac{R_{ik}}{R_k}\right) = \frac{1}{R_k^{\,2}}\cdot Var(R_{ik}) = \frac{1}{R_k^{\,2}}\cdot R_k^{\,2}\cdot(d_3/d_2)^2 = (d_3/d_2)^2$$

โดย $Var(R_{ik}) = R_k^{\,2}\cdot(d_3/d_2)^2$ (ดู [2] หน้า 198)

สำหรับค่า $E(z_{ik}^{(1)}) = 0$ และ $Var(z_{ik}^{(1)}) = 1/nd_2^2$ ภายใต้เงื่อนไข (Assumption) $\mu = T_k$ สามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

$$E(z_{ik}^{(1)}) = E\left(\frac{\bar{x}_{ik}-T_k}{R_k}\right) = \frac{1}{R_k}\cdot E(\bar{x}_{ik}-T_k) = \frac{1}{R_k}\cdot(\mu_k-T_k) = 0$$

$$Var(z_{ik}^{(1)}) = Var\left(\frac{\bar{x}_{ik}-T_k}{R_k}\right) = \frac{1}{R_k^{\,2}}\cdot Var(\bar{x}_{ik}-T_k) = \frac{1}{R_k^{\,2}}\cdot Var(\bar{x}_{ik}) = \frac{1}{R_k^{\,2}}\cdot\frac{R_k^{\,2}}{nd_2^{\,2}} = 1/nd_2^{\,2}$$

โดย $$Var(\bar{x}_{ik}) = \frac{1}{n}\cdot Var(x_{ik}) = \frac{1}{n}\cdot\frac{R_k^{\,2}}{d_2^{\,2}}$$

ค่า $E(r_{ik}^{(2)}) = c_4\sqrt{n}$ และ $Var(r_{ik}^{(2)}) = n(1-c_4^{\,2})$ สามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

$$E(r_{ik}^{(2)}) = E\left(\frac{s_{ik}}{\sigma_{\bar{x}_k}}\right) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}}\cdot E(s_{ik}) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}}\cdot c_4\sigma_{\bar{x}_k}\sqrt{n} = c_4\sqrt{n}$$

โดย $$E(s_{ik}) = c_4\sigma_k = c_4\sigma_{\bar{x}_k}\sqrt{n}$$

$$Var(r_{ik}^{(2)}) = Var\left(\frac{s_{ik}}{\sigma_{\bar{x}_k}}\right) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}^{\,2}}\cdot Var(s_{ik}) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}^{\,2}}\, n\sigma_{\bar{x}_k}^{\,2}(1-c_4^{\,2}) = n(1-c_4^{\,2})$$

โดย $Var(s_{ik}) = Var(x_{ik})\cdot(1-c_4^{\,2}) = \sigma_k^{\,2}(1-c_4^{\,2}) = n\sigma_{\bar{x}_k}^{\,2}(1-c_4^{\,2})$ (ดู [2] หน้า 222)

เราสามารถพิสูจน์ว่า $E(z_{ik}^{(2)}) = 0$ และ $Var(z_{ik}^{(2)}) = 1$ ภายใต้เงื่อนไข $\mu_k = T_k$ ได้ดังนี้

$$E(z_{ik}^{(2)}) = E\left(\frac{\bar{x}_{ik}-T_k}{\sigma_{\bar{x}_k}}\right) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}}\cdot E(\bar{x}_{ik}-T_k) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}}\cdot(\mu_k-T_k) = 0$$

$$Var(z_{ik}^{(2)}) = Var\left(\frac{\bar{x}_{ik}-T_k}{\sigma_{\bar{x}_k}}\right) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}^{\,2}}\cdot Var(\bar{x}_{ik}-T_k) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}^{\,2}}\cdot Var(\bar{x}_{ik}) = \frac{1}{\sigma_{\bar{x}_k}^{\,2}}\cdot\sigma_{\bar{x}_k}^{\,2} = 1$$