เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานที่มีการปรับดุลภาระงานและรายได้

ศุภกร สุเมธาภิวัฒน์[1*] บุญฤทธิ์ อินทิยศ[2]
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 254 ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
และ ชวลิต จีนอนันต์[3]
สถาบันเทคโนโลยีนานาชาติสิรินธร มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์รังสิต) ปทุมธานี 12121

บทคัดย่อ

ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานสายการบิน เป็นปัญหาการสร้างตารางปฏิบัติงานของพนักงานแต่ละคน ซึ่งประกอบไปด้วย คู่เที่ยวบิน กำหนดการฝึกซ้อม ตลอดจนวันหยุดของพนักงาน ภายใต้เงื่อนไขบังคับบางอย่าง โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ปัญหานี้มักจะเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่เนื่องจากคู่เที่ยวบินของสายการบินและพนักงานการบินมีจำนวนมากและมีเงื่อนไขบังคับที่ซับซ้อน บทความวิจัยนี้เป็นการนำเสนอการแก้ปัญหาการมอบหมายงานให้พนักงานสายการบินโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อปรับดุลรายได้และภาระงานของพนักงานแต่ละคนให้เท่าเทียมกันมากที่สุด โดยจะใช้รูปแบบเซตพาร์ทิชันนิ่งในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันในการหาผลเฉลย นอกจากนี้ยังนำเสนอผลเฉลยเชิงตัวเลขและการวิเคราะห์ผลเฉลยโดยใช้ข้อมูลจากบริษัทการบินไทยเป็นกรณีศึกษา

คำสำคัญ : การมอบหมายงานให้กับพนักงาน / คอลัมน์เจเนอเรชัน / เซตพาร์ทิชันนิ่ง/ การปรับดุลภาระงาน

* *Corresponding author: E-mail: s.supphakorn@gmail.com*

1 *นิสิตปริญญาโท ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์*

2 *อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์*

3 *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาเทคโนโลยีการจัดการสถาบันเทคโนโลยีนานาชาติสิรินธร*

Column Generation Technique for Crew Rostering Problem with Workload and Earnings Balancing

Supphakorn Sumetthapiwat[1*] Boonyarit Intiyot[2]

Chulalongkorn University 254 Phayathai Road, Pathumwan, Bangkok 10330

and Chawalit Jeenanunta[3]

Sirindhorn International Institute of Technology, Thammasat University (Rangsit Campus) Pathumthani 12121

Abstract

A crew rostering problem in the airline industry is the problem of constructing a crew schedule which consists of flights, pairings, training activities, and days off for each crew member under some certain constraints; cost minimization is also an important concern that must be considered. The size of this problem is usually huge since the number of flights, pairings and crews are large; the constraints are also generally complex. In this paper, we present an approach for solving a crew rostering problem whose objective is to balance the workload and earnings among crew members. The problem is modeled as a set partitioning problem and solved using a column generation technique. Some numerical results are presented and analyzed using the data from Thai Airways International as a case study.

Keywords : Column Generation / Crew Rostering / Set Partitioning / Workload Balancing

* *Corresponding author: E-mail: s.supphakorn@gmail.com*

1 *Graduate student, Department of Mathematics, Faculty of Science.*

2 *Lecturer, Department of Mathematics, Faculty of Science.*

3 *Assistant Professor, Management TechnologySirindhorn International Institute of Technology.*

1. บทนำ

อุตสาหกรรมสายการบิน เป็นอุตสาหกรรมขนาดใหญ่ที่ประกอบด้วยหน่วยงานต่างๆ หลายด้านในแต่ละด้านมีต้นทุนค่าใช้จ่ายที่ค่อนข้างสูงดังนั้นการบริหารจัดการและวางแผนจึงมีบทบาทมากในการลดต้นทุนค่าใช้จ่ายต่างๆ โดยทั้งนี้จะต้องตอบสนองทั้งความต้องการของลูกค้าและผลประโยชน์หรือนโยบายของบริษัท ซึ่งหนึ่งในปัญหาที่สำคัญในการวางแผนจัดการของอุตสาหกรรมสายการบินก็คือปัญหาการจัดตารางเวรพนักงาน

ปัญหาการจัดตารางปฏิบัติงานของพนักงานสายการบินเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่เนื่องจากแต่ละสายการบินมีจำนวนของเที่ยวบินและจำนวนของพนักงานเป็นจำนวนมาก ดังนั้นโดยทั่วไปจะแบ่งเป็นปัญหาย่อยสองปัญหาคือ ปัญหาการจับคู่เที่ยวบิน (Crew Pairing Problem) และปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงาน (Crew Rostering Problem) ซึ่งปัญหาการจับคู่เที่ยวบินคือ การลำดับเที่ยวบินแต่ละเที่ยวบินที่ใช้เครื่องบินชนิดเดียวกันรวมเป็นหนึ่งคู่การบิน (Pairing) โดยมีเงื่อนไขว่า สนามบินที่เครื่องบินออกไปและกลับมาเป็นฐานเดียวกัน ส่วนปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานคือ การมอบหมายคู่การบินที่ได้จากปัญหาแรกให้กับพนักงานแต่ละคน ซึ่งแต่ละคู่การบินจะมีความต้องการจำนวนพนักงานที่ไม่เท่ากันและระยะเวลาไม่เท่ากัน โดยมีวัตถุประสงค์แตกต่างกันไป ขึ้นอยู่กับนโยบายของสายการบิน และการมอบหมายงานให้กับพนักงานจะต้องสอดคล้องกับ กฎระเบียบและข้อบังคับของแต่ละสายการบินด้วย

จากการศึกษางานวิจัยพบว่ามีการนำเสนอการแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีต่างๆ มากมายทั้งทางด้านที่ใช้การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เช่น การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปแบบเซตพาร์ทิชันนิ่ง [1,2] และใช้เทคนิคต่างๆ ในการแก้ปัญหา เช่น Branch and Bound, Branch and Cut, Lagragian Lower Bound [3], Partially Integrated Approach [4], Column Generation [5], 0-1 Multicommodity Flow [6,7,8,9] และอีกด้านหนึ่งคือการแก้ปัญหาโดยขั้นตอนวิธีทางฮิวริสติก เช่น Scatter SearchHeuristic [10], Tabu Search [11], Simulated Annealing [12], Particle Swarm Optimization [13] ขั้นตอนวิธีทางพันธุกรรม (Genetic algorithm) [14]

การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหาโดยใช้รูปแบบเซตพาร์ทิชันนิ่ง และประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนเรชันแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นเทคนิคที่นิยมใช้แก้ปัญหาสำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่หรือมีคำตอบที่เป็นไปได้จำนวนมาก เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาเกี่ยวกับหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ และลดเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบจากการสำรวจงานวิจัยพบว่ามีการประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนเรชันในแก้ปัญหาการจัดตารางพนักงานสายการบินอยู่พอสมควร ดังตัวอย่างงานวิจัยต่อไปนี้

Ryan [1] ศึกษาปัญหามอบหมายงานให้กับพนักงานและขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบ สำหรับสายการบิน ซึ่งเขาได้ใช้รูปแบบเซตพาร์ทิชั่นนิ่ง ในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหา โดยมีจุดประสงค์คือต้องการหาค่าความพึงพอใจมากที่สุดสำหรับลูกเรือทุกคน ซึ่งใช้ขั้นตอนวิธีซิมเพล็กซ์ในการหาคำตอบ และใช้เทคนิควิธี บรานช์แอนบราวด์เพื่อหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม

Gamache [5] ได้ศึกษาปัญหามอบหมายงานให้กับพนักงานการบินสำหรับสายการบินแอร์ฟราซน์ โดยใช้ข้อมูลของเที่ยวบินระยะบินขนาดกลาง ซึ่งมีวัตถุประสงค์คือ ต้องการหาค่าต่ำสุดของจำนวนเวลาว่างรวมของพนักงานการบินและมีเงื่อนไขเกี่ยวกับ ช่วงเวลาพักของพนักงาน วันหยุดประจำสัปดาห์และประจำเดือน รวมถึงการอมรมและการฝึกซ้อมแต่ละเดือน ซึ่งใช้รูปแบบเซตพาร์ทิชั่นนิ่งในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหา และประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับแก้ปัญหา

สำหรับงานวิจัยนี้คณะวิจัยได้ศึกษาปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานสายการบินของบริษัทการบินไทย โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อปรับดุลภาระงานและรายได้ของพนักงานภายใต้ข้อบังคับเกี่ยวกับชั่วโมงการบินและชั่วโมงการปฏิบัติงานของพนักงานปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาขนาดใหญ่ คณะวิจัยนำเสนอตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และนำเสนอขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวโดยประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน

2. ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานของบริษัทการบินไทย

บริษัทการบินไทยประกอบด้วยพนักงานการบินหลายตำแหน่ง เช่น นักบิน (Pilot), ผู้ช่วยนักบิน (Co-pilot), ผู้จัดการบนเครื่องบิน (In-flight manager) และ พนักงานต้อนรับบนเครื่องบิน (Flight attendant) เป็นต้น ซึ่งพนักงานแต่ละคนจะมีช่วงเวลาปฏิบัติหน้าที่การบินที่ไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับคู่เที่ยวบินที่ได้รับมอบหมายต่างๆ โดยในการจัดตารางงานทางบริษัทการบินไทยได้คำนึงถึงระเบียบของสถาบันการบินพลเรือนเกี่ยวกับชั่วโมงบินและช่วงเวลาปฏิบัติหน้าที่การบินซึ่งระบุคำนิยามต่างๆ ไว้ดังนี้

- ชั่วโมงบิน หมายถึง จำนวนเวลาที่เครื่องบินใช้เดินทางตั้งแต่บินขึ้นจากสนามบินต้นทางจนกระทั่งลงจอด ณ สนามบินปลายทาง
- ช่วงเวลาปฏิบัติหน้าที่การบินหมายถึง ช่วงเวลาต่อเนื่องที่พนักงานการบินปฏิบัติหน้าที่ โดยจะนับตั้งแต่หนึ่งชั่วโมงก่อนเครื่องบินบินขึ้น จนกระทั่งถึงสามสิบนาทีหลังเครื่องบินร่อนลงครั้งสุดท้าย
- ช่วงเวลาพักผ่อน หมายถึง ช่วงเวลาที่พนักงานพ้นจากการปฏิบัติหน้าที่

ตารางการปฏิบัติงานของพนักงานจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ ดังนี้

- ภายในทุกๆ 7 วัน ต่อเนื่องกัน พนักงานจะมีชั่วโมงบินได้ไม่เกิน 34 ชั่วโมง
- ภายในทุกๆ 28 วัน ต่อเนื่องกัน พนักงานจะมีชั่วโมงบินได้ไม่เกิน 110 ชั่วโมง
- ภายในทุกๆ 365 วัน ต่อเนื่องกัน พนักงานจะมีชั่วโมงบินได้ไม่เกิน 1,000 ชั่วโมง

นอกจากนี้ยังมีเงื่อนไขบังคับเกี่ยวกับเวลาพักดังแสดงไว้ในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เวลาปฏิบัติหน้าที่การบินและเวลาพัก

เวลาปฏิบัติหน้าที่การบิน	เวลาพัก
< 8 ชั่วโมง	≥ 8 ชั่วโมง
8 - 10 ชั่วโมง	≥ 10 ชั่วโมง
10 - 12 ชั่วโมง	≥ 12 ชั่วโมง
12 - 14 ชั่วโมง	≥ 14 ชั่วโมง
14 - 16 ชั่วโมง	≥ 16 ชั่วโมง
16 - 20 ชั่วโมง	≥ 24 ชั่วโมง

ในการจัดตารางงานดังกล่าวทางบริษัทการบินไทยมีวัตถุประสงค์ที่จะกระจายรายได้และภาระงานของพนักงานแต่ละคนให้เท่าเทียมกันที่สุดโดยในที่นี้คณะวิจัยใช้ข้อมูลของจำนวนพนักงานเฉพาะตำแหน่งผู้จัดการบนเครื่องบินเท่านั้น

3. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และวิธีการหาคำตอบ

วัตถุประสงค์ของปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานคือการสร้างตารางปฏิบัติงานสำหรับพนักงานแต่ละคน โดยตารางงานดังกล่าวจะต้องครอบคลุมงานที่ต้องการจะมอบหมายและสอดคล้องข้อบังคับต่างๆ ในขณะเดียวกันจะต้องเป็นไปตามวัตถุประสงค์ของบริษัทด้วย

3.1 ตัวแบบเซตพาร์ทิชันนิ่ง (Set Partitioning model)

$$Minimize \quad \sum_{c\in C}\sum_{j\in R^c}\left(\left|\bar{I}-I_j\right|+W\left|\bar{w}-w_j\right|\right)x_j \qquad (1)$$

$$St. \quad \sum_{j\in R^c}x_j=1 \qquad ,c\in C \qquad (2)$$

$$\sum_{c\in C}\sum_{j\in R^c}a_{pj}x_j=1 \quad ,p\in P \qquad (3)$$

$$x_j\in\{0,1\}, \quad j \text{ in set of } R^c \qquad (4)$$

โดยให้ C แทนเซตของพนักงานทั้งหมด

P แทนเซ็ตของคู่เที่ยวบินที่ต้องมอบหมายให้กับพนักงานทั้งหมด

x_j แทนตัวแปรตัดสินใจซึ่งมีค่าเป็น

$$x_j = \begin{cases} 1 \text{ ; กรณีเลือกตารางงานที่ } j \\ 0 \text{ ; กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

I_j แทนผลรวมของรายได้ทั้งหมดของตารางงานที่ j

w_j แทนผลรวมของภาระงานทั้งหมดของตารางที่ j

$\bar{I}$ แทนค่าเฉลี่ยของรายได้ต่อพนักงานซึ่งคำนวณได้จาก

$$\bar{I} = \frac{\text{ผลรวมของรายได้ทั้งหมด}}{\text{จำนวนพนักงานทั้งหมด}} \quad \textbf{(5)}$$

$\bar{w}$ แทนค่าเฉลี่ยของภาระงานต่อพนักงานซึ่งคำนวณได้จาก

$$\bar{w} = \frac{\text{ผลรวมของค่าภาระงานทั้งหมด}}{\text{จำนวนพนักงานทั้งหมด}} \quad \textbf{(6)}$$

W แทนค่าถ่วงน้ำหนักซึ่งคำนวณจาก $\frac{\bar{I}}{\bar{w}}$

R^C แทนเซตของตารางทั้งหมดที่เป็นไปได้ของพนักงานคนที่ C

a_{pj} แทนค่าสัมประสิทธิ์การมอบหมายงานโดยที่

$$a_{pj} = \begin{cases} 1 \text{ ; คู่เที่ยวบินที่ } p \text{ อยู่ในตารางที่ } j \\ 0 \text{ ; กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

ฟังก์ชันจุดประสงค์ประกอบไปด้วยสัมประสิทธิ์ที่เป็นผลบวกถ่วงน้ำหนักของค่าเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยของภาระงานและรายได้ การทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าน้อยที่สุด จึงเป็นการจะปรับดุลค่ารายได้และค่าภาระงานของแต่ละตารางงานให้ใกล้เคียงกันมากที่สุด โดยสอดคล้องกับกลุ่มสมการเงื่อนไขชุดที่ (2) ซึ่งหมายถึง สำหรับพนักงานแต่ละคน จะต้องมีตารางงานที่มอบหมายให้เพียงตารางเดียวเท่านั้น และกลุ่มสมการเงื่อนไขที่ (3) ซึ่งหมายถึง แต่ละงานหรือคู่เที่ยวบินจะถูกมอบหมายให้กับพนักงานเพียงคนเดียวเท่านั้น โดยจะเรียกตัวแบบดังกล่าวว่า ปัญหาหลัก (Master Problem) เนื่องจากตารางงานที่เป็นคำตอบได้มีจำนวนมากมหาศาล ซึ่งจะทำให้ใช้เวลาในการหาผลเฉลยนานมาก จึงจำเป็นต้องใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนเรชันมาช่วยในการหาผลเฉลย

โดยเทคนิคคอลัมน์เจเนเรชันจะประกอบไปด้วยปัญหาสองส่วนคือ

- ปัญหาหลัก (Master Problem) ปัญหาดังกล่าวจะถูกจำกัดเซตของคำตอบให้มีขนาดที่เล็กลงเพื่อง่ายในการหาคำตอบ โดยจะใช้วิธีซิมเพล็กซ์ในการหาคำตอบสำหรับปัญหาที่ยกเว้นข้อจำกัดที่เป็นจำนวนเต็ม (4) โดยเรียกว่า Linear Programming Relaxation ซึ่งในขั้นตอนนี้จะได้ค่าตัวแปรคู่ควบ (Dual variables) เพื่อใช้ในการหาคอลัมน์ใหม่ในปัญหาย่อยต่อไป
- ปัญหาย่อย (Sub problem) ในปัญหาย่อยนี้จะเป็นการตรวจสอบว่าคำตอบที่มีในปัจจุบันที่ได้ในปัญหาหลักนั้นเหมาะสมที่สุดแล้วหรือยัง ในกรณีที่คำตอบในปัญหาหลักสามารถปรับปรุงได้อีก การหาคำตอบในปัญหาย่อยจะให้คำตอบที่เป็นคอลัมน์ใหม่ (ตารางงาน) เพื่อนำไปเพิ่มในเซตของคำตอบในปัญหาหลักและดำเนินการปรับปรุงคำตอบของปัญหาหลัก

เมื่อพิจารณาคอลัมน์ของปัญหาหลักจะมีลักษณะดังรูปที่ 1

$$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 \ldots x_{n-2}\, x_{n-1} x_n$$

	$Crew_1$			$Crew_2$				$Crew_{\|C\|}$		
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	…	R_{n-2}	R_{n-1}	R_n
Crew c	1	1	1				…			
				1	1	1	…			
							…	1	1	1
Pairing p	1	1	0	1	0	1	…	0	1	0
	0	1	1	0	0	1	…	1	0	1
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
	1	0	1	0	0	0	…	0	1	0

รูปที่ 1 ลักษณะของคอลัมน์ในปัญหาหลัก

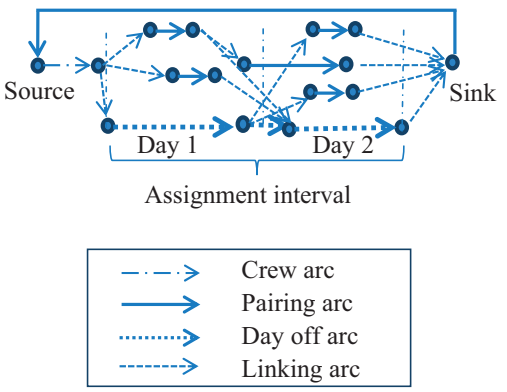
จากรูปที่ 1 จะเห็นว่าคอลัมน์ในปัญหาหลักแบ่งได้สองส่วน กล่าวคือส่วนที่สอดคล้องกับชุดสมการเงื่อนไขที่ (2) ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ 1 ในแถวที่ c ถ้าคอลัมน์ (ตารางงาน) เป็นของพนักงานคนที่ c และอีกส่วนหนึ่งคือส่วนที่สอดคล้องกับชุดสมการเงื่อนไขที่ (3) ในส่วนนี้จะแสดงถึงคู่เที่ยวบินที่ได้รับมอบหมายสำหรับตารางงานนั้น จากชุดของสมการเงื่อนไขทั้งสองชุด สามารถหาคำตอบคู่ควบ (Dual solution) (π_c, $c \in C$ และ π_p, $p \in P$) ได้จากชุดสมการดังกล่าวโดยเราจะนำคำตอบคู่ควบที่ได้ไปตรวจสอบว่าคำตอบในปัญหาหลักนั้นเหมาะสมหรือยัง จาก

$$(d_m - (\text{คำตอบคู่ควบ})\ R_m) \qquad \textbf{(7)}$$

เมื่อ R_m คือคอลัมน์ (ตารางงาน) ที่ต้องการนำเข้าสู่ปัญหาหลัก และ d_m คือค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ (1) ของตารางงาน R_m ถ้า (7) มีค่าน้อยกว่าศูนย์นั่นคือ ตารางงาน R_m ที่ได้สามารถปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้นได้ และ ตารางงาน R_m จะต้องเป็นตารางงานที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ ด้วย ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

3.2 รูปแบบของปัญหาย่อย (Sub problem)

สำหรับในส่วนของปัญหาย่อย จะเป็นการสร้างตารางงานที่เป็นไปได้สำหรับใช้เพิ่มเข้าไปในเซตของคำตอบในปัญหาหลัก ซึ่งวิธีที่นิยมใช้สำหรับปัญหาที่มีลักษณะเกี่ยวกับช่วงเวลาที่มีคาบเกี่ยวต่อเนื่อง คือ การนิยามปัญหาในรูปแบบโครงข่ายงาน



รูปที่ 2 โครงข่ายงานสำหรับปัญหาย่อย

โครงข่ายงานจะประกอบไปด้วย โหนดต่างๆ ซึ่งใช้แทนเวลา ณ จุดต่างๆ ยกเว้นโหนดเริ่มต้น (Source node) และโหนดสิ้นสุด (Sink node) ในส่วนของอาร์คจะประกอบไปด้วย

- Crew arc คืออาร์คที่แสดงถึงพนักงานแต่ละคน
- Pairing arc คืออาร์คที่เชื่อมโหนดสองโหนดเข้าด้วยกัน โดยจะแสดงถึงคู่เที่ยวบินแต่ละคู่ ซึ่งประกอบไปด้วย เวลาเริ่มต้น เวลาสิ้นสุด ช่วงเวลาปฏิบัติงาน และช่วงเวลาพักของพนักงาน
- Day off arc คืออาร์คที่แสดงถึงวันหยุดของพนักงาน
- Linking arc คืออาร์คที่เชื่อมโหนดแต่ละโหนดสำหรับช่วงเวลาต่อเนื่องที่เป็นไปได้ในการมอบหมายงาน

สำหรับ Crew arc และ Pairing arc จะถูกกำหนดค่าใช้จ่าย (Cost) จากคำตอบคู่ควบในปัญหาหลักซึ่งค่าใช้จ่ายในแต่ละอาร์คจะสัมพันธ์กับแต่ละสมการเงื่อนไข โดย Crew arc จะมีค่าใช้จ่ายเท่ากับ π_c และ Pairing arc จะมีค่าใช้จ่ายเท่ากับ π_p ส่วน Day off arc และ Linking arc จะกำหนดค่าใช้จ่ายให้มีค่าเท่ากับศูนย์ สำหรับทางเดิน (Path) จากจุดเริ่มต้นถึงจุดสิ้นสุดจะสอดคล้องกับคอลัมน์หรือตารางงานของพนักงาน โดยเราจะหาทางเดินที่ใช้ค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดและสอดคล้องกับกฎระเบียบเงื่อนไขต่างๆ โดยสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังนี้

กำหนดให้โครงข่ายงานนิยามโดยกราฟ $G=(N,A)$ เมื่อ N คือเซตของโหนดและ A คือเซตของอาร์ค

$$Minimize \quad \sum_{(s,t)\in A,} e_{st}\, y_{st} \qquad \textbf{(8)}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{t:(s,t)\in A,} y_{st} - \sum_{t:(t,s)\in A,} y_{ts} = \begin{cases} 1\ ;\ s \text{ is source} \\ -1\ ;\ s \text{ is sink, } s\in N \\ 0\ ;\ otherwise \end{cases} \qquad \textbf{(9)}$$

$$\min(d+6,\ d_{max}) \quad \sum_{k=d} \sum_{(s,t)\in A_k} f_{st}\, y_{st} \le 34,\ d\in D \qquad \textbf{(10)}$$

$$\min(d+27,\ d_{max}) \quad \sum_{k=d} \sum_{(s,t)\in A_k} f_{st}\, y_{st} \le 110,\ d\in D \qquad \textbf{(11)}$$

$$\min(d+364,\ d_{max}) \quad \sum_{k=d} \sum_{(s,t)\in A_k} f_{st}\, y_{st} \le 1{,}000,\ d\in D \qquad \textbf{(12)}$$

$$y_{st} \le \{0,1\} \qquad \textbf{(13)}$$

กำหนดให้ e_{st} คือค่าใช้จ่าย (cost) สำหรับอาร์คจากโหนด s ไปโหนด t

y_{st} คือตัวแปรตัดสินใจแสดงถึงค่าการไหลจากโหนด s ไปโหนด t

f_{st} คือจำนวนชั่วโมงปฏิบัติงานจากโหนด s ไปโหนด t

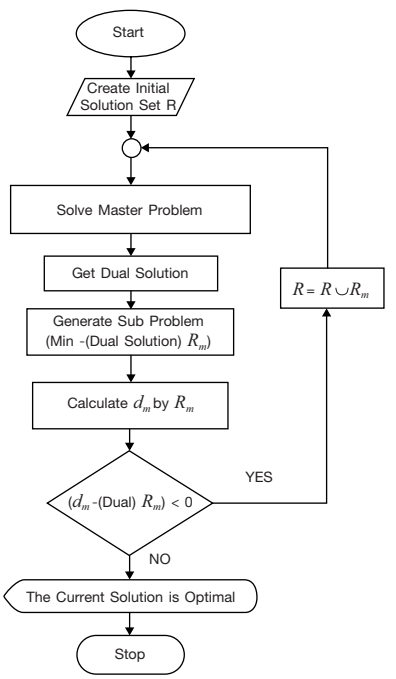
A_k คือเซตของอาร์คที่เริ่มต้นอยู่ ณ วันที่ k

d_{max} คือวันสุดท้ายของตาราง

D คือเซตของวันที่คำนึงถึงในการจัดตาราง $= \{1,2,3, ..., d_{max}\}$

สำหรับวัตถุประสงค์ของปัญหาต้องการหาการไหลจากจุดเริ่มต้น (Source) ไปยังจุดสิ้นสุด (Sink) โดยมีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขการไหลในแต่ละโหนดในชุดสมการที่ (9) สำหรับในส่วนของชุดสมการเงื่อนไขที่ (10) – (12) เป็นเงื่อนไขเกี่ยวกับจำนวนชั่วโมงการปฏิบัติงาน ที่กล่าวไปข้างต้น

3.3 การหาคำตอบ



รูปที่ 3 ผังงานสำหรับการหาคำตอบ

เมื่อเราได้ตารางงานใดๆ จากปัญหาย่อย เราจะนำตารางงานดังกล่าวไปมอบหมายให้กับพนักงานแต่ละคน และตรวจสอบว่า ตารางงานดังกล่าวสามารถปรับปรุงคำตอบปัจจุบันให้ดีขึ้นได้หรือไม่ โดยคำนวณจากฟังก์ชันที่ (7) ถ้ามีค่าน้อยกว่าศูนย์นั่นคือ ตารางงานที่ได้สามารถปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้นได้โดยการนำตารางงานดังกล่าวเพิ่มไปในเซตของคอลัมน์ (R) ของปัญหาหลักและทำการหาคำตอบของปัญหาหลักอีกครั้ง ในกรณีที่ได้ค่าจากฟังก์ชันที่ (7) มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์นั่นหมายความว่าคำตอบ ณ ปัจจุบันในปัญหาหลักเหมาะสมแล้ว สำหรับชุดตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบประกอบด้วยข้อมูลทั้งหมด 3 ชุดซึ่งมีลักษณะดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 ชุดข้อมูลตัวอย่างที่ใช้ทดสอบ

ชุดที่	จำนวนวัน	จำนวนคู่เที่ยวบินต่อวัน	จำนวนพนักงาน
1	5	7	25
2	7	7	15
3	7	7	25

4. ผลลัพธ์การคำนวณ

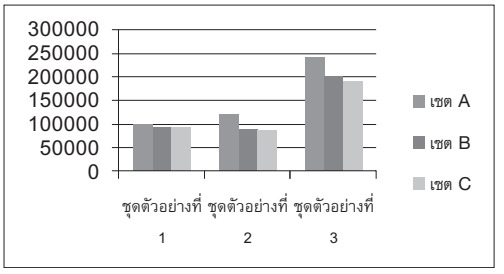
โปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัยนี้เขียนขึ้นโดยใช้โปรแกรม IBM ILOG CPLEX Optimization (version 12.1) รันบนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ Intel Core 2 Duo CPU 2.53GHz Ram 3.00GB โดยจะทำการสร้างเซตของคำตอบเริ่มต้นเพื่อใช้สำหรับแก้ปัญหาโดยในแต่ละเซตของคำตอบเริ่มต้นมีคอลัมน์ (R) ที่ประกอบด้วยชุดของตารางงานที่เป็นไปได้ของพนักงานทุกคนซึ่งมีจำนวนแตกต่างกันไป โดยจะเปรียบเทียบการใช้คำตอบเริ่มต้นจากสามเซต ได้แก่

- เซต A ประกอบด้วยจำนวนชุดของตารางงานของพนักงาน 5 ชุด
- เซต B ประกอบด้วยจำนวนชุดของตารางงานของพนักงาน 10 ชุด
- เซต C ประกอบด้วยจำนวนชุดของตารางงานของพนักงาน 20 ชุด

โดยจะเปรียบเทียบค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ได้จากคำตอบเริ่มต้นแต่ละเซตและคุณภาพของคำตอบ ตลอดถึงเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบ สำหรับแต่ละชุดตัวอย่างของปัญหาที่นำมาทดสอบ ประกอบกับการวิเคราะห์คำตอบสุดท้ายที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนของ ค่าภาระงานและรายรับของพนักงานแต่ละคน

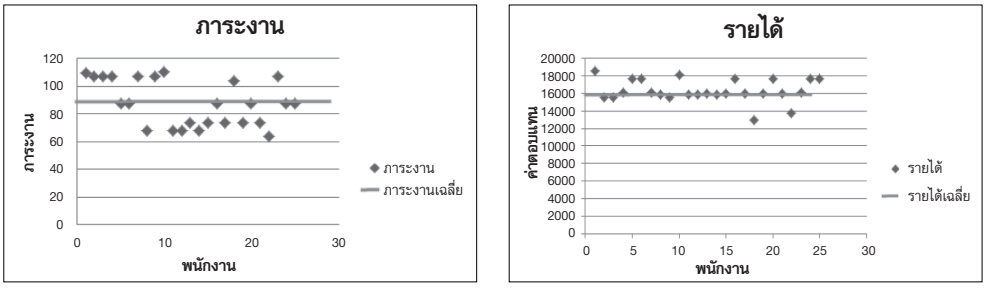
ตารางที่ 3 ผลลัพธ์การคำนวณ

ชุดข้อมูลตัวอย่าง	ชุดที่ 1			ชุดที่ 2			ชุดที่ 3		
คำตอบเริ่มต้น	A	B	C	A	B	C	A	B	C
ค่าภาระงานเฉลี่ย	88.63	88.59	87.84	167.55	161.93	159.38	102.13	103.94	101.30
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน	17.47	17.14	16.637	17.83	15.53	14.96	29.27	29.10	28.7
ค่ารายได้เฉลี่ย	16230.3	16230	15690.7	27638.1	27143.1	26915.9	17509.3	17309.9	16911.98
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้	1422.70	1277.53	3485.78	2843.18	2516.44	2352.29	6534.22	6021.83	5240.11
จำนวนปัญหาย่อย	2	1	1	7	16	9	3	1	1
เวลา (วินาที)	12.06	12.07	12.38	6.09	8.78	9.97	8.40	8.23	9.22

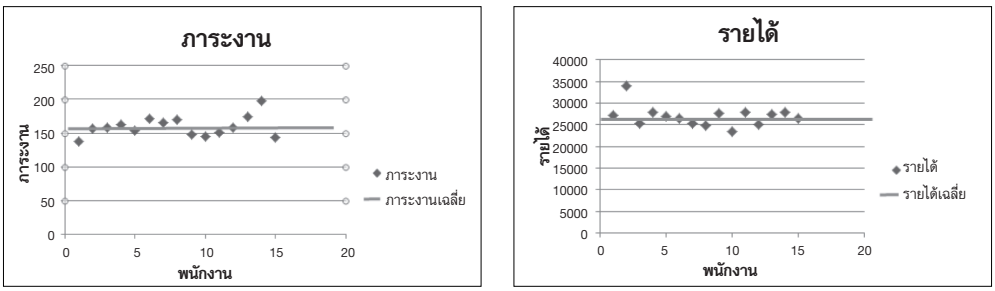


รูปที่ 4 ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์

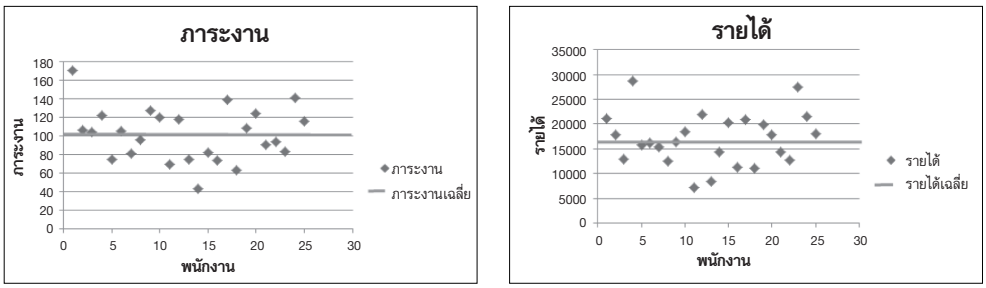
จากผลลัพธ์การคำนวณในตารางที่ 3 พบว่า การที่กำหนดให้ใช้คำตอบเริ่มต้นเป็น เซต C (จำนวนชุดของตารางงานของพนักงาน 20 ชุด) ทำให้ค่าคำตอบของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ดีที่สุดในแต่ละชุดตัวอย่าง ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4 ในส่วนของเวลาที่ใช้ในการคำนวณ สามารถแบ่งได้ 2 ส่วน คือ เวลาที่ใช้ในการสร้างเซตของคำตอบเริ่มต้น และเวลาที่ใช้ในส่วนของการทำซ้ำ ซึ่งพบว่าเวลาจะเพิ่มขึ้นตามลักษณะของคำตอบเริ่มต้น เนื่องจากส่วนใหญ่ของเวลาที่ใช้ทั้งหมดเป็นส่วนของการสร้างเซตของคำตอบเริ่มต้น เพื่อตรวจสอบคุณภาพของคำตอบ ทางคณะผู้จัดทำจะใช้เซตจำนวนชุดของตารางงานของพนักงาน 20 ชุดเป็นคำตอบเริ่มต้น สำหรับแต่ละชุดตัวอย่าง ในการพิจารณาคุณภาพของคำตอบ



รูปที่ 5 การกระจายภาระงานและรายได้ของพนักงานของตัวอย่างชุดที่ 1



รูปที่ 6 การกระจายภาระงานและรายได้ของพนักงานของตัวอย่างชุดที่ 2



รูปที่ 7 การกระจายภาระงานและรายได้ของพนักงานของตัวอย่างชุดที่ 3

เมื่อนำคำตอบที่ได้มาวาดกราฟเพื่อพิจารณาการกระจายของภาระงานและรายได้ของพนักงานแต่ละคน ดังรูปที่ 5, 6, และ 7 พบว่าการกระจายของภาระงานและการกระจายของรายได้ของตัวอย่างทั้ง 3 ชุดมีการกระจายตัวที่ค่อนข้างสม่ำเสมอ เมื่อเปรียบเทียบระหว่างภาระงานกับรายได้ของพนักงานคนเดียวกัน ค่าเบี่ยงเบนอาจจะไม่สอดคล้องกันเนื่องจาก คู่เที่ยวบินบางคู่มีภาระงานที่สูงแต่มีรายได้ที่ต่ำนอกจากนี้จำนวนคู่เที่ยวบินและจำนวนพนักงานที่ต่างกันมีผลต่อคุณภาพของคำตอบ

5. สรุป

งานวิจัยนี้ได้เสนอขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ ปรับดุลรายได้และภาระงานของพนักงานแต่ละคนให้เท่าเทียมกันมากที่สุดโดยการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหาและประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันในการหาคำตอบ และทำการทดสอบกับตัวอย่างขนาดเล็กจำนวน 3 ตัวอย่าง ซึ่งพบว่าจำนวนของคำตอบเริ่มต้นที่ใช้ในปัญหาประกอบกับจำนวนคู่เที่ยวและจำนวนพนักงานทั้งหมดมีผลกระทบต่อคุณภาพของคำตอบที่ได้ และคำตอบที่ได้อาจจะไม่เป็นคำตอบที่เหมาะสมสำหรับปัญหาดังกล่าว แต่เป็นคำตอบที่ค่อนข้างมีคุณภาพ ในส่วนของเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบโดยทั่วไปจะใช้เวลาไม่เกิน 1 นาที ซึ่งมีแนวโน้มว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ได้

6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากโครงการมหาวิทยาลัยวิจัยแห่งชาติของสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษาและขอขอบคุณบริษัทการบินไทยจำกัด (มหาชน) ที่ได้ให้ความร่วมมือและข้อมูลสำหรับการทำวิจัยเป็นอย่างดี

7. เอกสารอ้างอิง

1. Ryan D. M., 1992, “The Solution of Massive Generalized Set Partitioning Problems in Aircrew Rostering”, *The Journal of the Operational Research Society*, pp. 459-467.

2. Day P. R., and Ryan D. M., 1997, “Flight Attendant Rostering for Short-Haul Airline Operations”, *Operations Research*, Vol.45,pp. 649-661.

3. Caprara A., Toth P., Vigo D., and Fischetti M., 1998, " Modeling and Solving the Crew Rostering Problem", *Operations Research*, Vol. 46, pp. 820-830.

4. Guo Y., Mellouli T., Suhl L., and Thiel M. P., 2006, "A partially integrated airline crew scheduling approach with time-dependent crew capacities and multiple home bases", *European Journal of Operational Research*, Vol. 171, pp. 1169-1181.

5. Gamache M., Soumis F., Marquis G., and Desrosiers J., 1999, "A Column Generation Approach for Large-Scale Aircrew Rostering Problems", *Operations Research*, Vol. 47, pp. 247-263

6. Cappanera P. and Gallo G., 2004, "A Multi-commodity Flow Approach to the Crew Rostering Problem", *Operations Research*, Vol. 52, pp. 583-596.

7. Kato T., and Jeenanunta C., 2010, "Crew Rostering Problem: Case of Thai Domestic Low Cost Airline", *Proceeding of the 10th International Conference on Industrial Management*, pp. 480-485.

8. Jeenanunta C., Intiyot B., and Puttapatimok W., 2010, "A Multi-commodity Flow Approach to the Crew Rostering Problem", *Proceeding of the 2nd International Conference on Logistics and Transport*, pp. 735-742.

9. Jeenanunta C., Kasemsontitum B., and Noichawee T., 2011, "A Multi-commodity Flow Approach for the Aircraft Routing and Maintenance Problem", *Proceeding of the 2011 IEEE International Conference on Quality and Reliability*, pp. 14-17.

10. Maebhout B. and Vanhoucke., 2010, "A Hybrid Scatter Search Heuristic for Personalized Crew Rostering in the Airline Industry", *European Journal of Operational Research*, Vol. 206, pp. 155-167.

11. Lucic P. and Teodorovic D., 2007, "Metaheuristics approach to the aircrew rostering problem", *Annals of Operations Research*, Vol. 155, pp. 311-338.

12. Brusco M. J. and Jacobs L. W., 1993, "A Simulated Annealing Approach to the Solution of Flexible Labour Scheduling Problems", *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 44,pp. 1191-1200.

13. Limlawan V., Kasemsontitum B., and Jeenanunta C., 2011, "Airline Crew Rostering Problem Using Particle Swarm Optimization", *Proceeding of the 2011 IEEE International Conference on Quality and Reliability*, pp.14-17.

14. Onsuan K., Intiyot B., and Jeenanunta C., 2011, "A Workload-Balance Crossover Operation in a Genetic Algorithm for solving an Airline Crew Rostering Problem", *Journal of Engineering RMUTT*, pp. 1-10. (In Thai)