การพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน

วรางคณา กีรติวิบูลย์[1]
มหาวิทยาลัยทักษิณ เลขที่ 222 หมู่ 2 ต.บ้านพร้าว อ.ป่าพะยอม จ.พัทลุง 93110

บทคัดย่อ

ปริมาณน้ำฝนเป็นปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการเกษตรกรรม ซึ่งการศึกษาปริมาณน้ำฝนในอดีตโดยวิธีการทางสถิติเพื่อพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนในอนาคต สามารถใช้เป็นข้อมูลสำหรับการวางแผนตัดสินใจ และกำหนดนโยบายส่งเสริมการเกษตร ดังนั้นวัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้คือ การศึกษาตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมสำหรับปริมาณน้ำฝนอำเภอเมือง จังหวัดน่าน ซึ่งข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยเป็นปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยต่อเดือน จากศูนย์อุทกวิทยาและบริหารน้ำภาคเหนือตอนบน กรมชลประทาน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2541 ถึงเดือนสิงหาคม 2556 จำนวน 188 ค่า ผู้วิจัยได้แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ชุดที่ 1 จำนวน 180 ค่า ตั้งแต่เดือนมกราคม 2541 ถึงเดือนธันวาคม 2555 สำหรับการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ โดยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย และวิธีการพยากรณ์รวม ข้อมูลชุดที่ 2 จำนวน 8 ค่า ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม 2556 สำหรับการตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์ด้วยเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ต่ำที่สุด ผลการวิจัยพบว่า จากวิธีการพยากรณ์ทั้งหมดที่ได้ศึกษา วิธีการพยากรณ์รวมเป็นวิธีที่มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาชุดนี้มากที่สุด ซึ่งมีตัวแบบพยากรณ์เป็น

$$\hat{Y}_t = 2.71022 - 0.14376\hat{Y}_{1t} + 1.11493\hat{Y}_{2t}$$

เมื่อ $\hat{Y}_{1t}$ และ $\hat{Y}_{2t}$ แทนค่าพยากรณ์เดี่ยว ณ เวลา t จากวิธีบอกซ์-เจนกินส์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย ตามลำดับ

คำสำคัญ : ปริมาณน้ำฝน / วิธีบอกซ์-เจนกินส์ / วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย / วิธีการพยากรณ์รวม / รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

---

* *Corresponding Author : warang27@gmail.com*

[1] *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ และนักวิจัยประจำศูนย์วิจัยพลังงานและสิ่งแวดล้อม*

Forecasting the Rainfall in Muang, Nan Province

Warangkhana Keerativibool[1]

Thaksin University, 222 Moo 2, Banpraw, Pa Phayom, Phatthalung 93110

Abstract

Rainfall is an important factor for agricultural cultivation. Study on past rainfall records using statistical methods to forecast the rainfall is essential for the planning and devising a policy for agricultural extension. Therefore, the objective of this research was to study the appropriate forecasting model for the rainfall in Muang, Nan province. The data used in this research was the average monthly rainfall from the Hydrology and Water Management Center for Upper Northern Region - Royal Irrigation Department during January 1998 to August 2013 (188 values). The time series data were divided into two categories. The first 180 values from January 1998 until December 2012 were used for the modeling by Box-Jenkins method, simple seasonal exponential smoothing method, and combined forecasting method. The last 8 values from January to August 2013 were, on the other hand, used for checking the accuracy of the forecasting models via the determination of the lowest root mean square error. Research findings indicated that for all the forecasting methods that had been studied, combined forecasting method is the most suitable for this time series and the forecasting model is:

$$\hat{Y}_t = 2.71022 - 0.14376\hat{Y}_{1t} + 1.11493\hat{Y}_{2t}$$

where $\hat{Y}_{1t}$ and $\hat{Y}_{2t}$ represent the single forecasts at time t from Box-Jenkins method and simple seasonal exponential smoothing method, respectively.

Keywords : Rainfall / Box-Jenkins Method / Simple Seasonal Exponential Smoothing Method / Combined Forecasting Method / Root Mean Squared Error

* *Corresponding Author : warang27@gmail.com*

1 *Assistant Professor, Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Researcher at Research Center in Energy and Environment..*

1. บทนำ

จังหวัดน่านตั้งอยู่ติดกับชายแดนทางด้านทิศตะวันออกของภาคเหนือตอนบน ติดกับสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ลักษณะภูมิอากาศมีความแตกต่างกันในแต่ละฤดูกาล โดยจะได้รับอิทธิพลจากลมมรสุมตะวันตกเฉียงใต้ พัดพาเอาความชุ่มชื้นมาสู่ภูมิภาค ทำให้มีผลตกชุกในเดือนพฤษภาคมถึงเดือนกันยายน ได้รับอิทธิพลจากลมมรสุมตะวันออกเฉียงเหนือ พัดพาเอาความหนาวเย็นสู่ภูมิภาคในเดือนตุลาคมถึงกุมภาพันธ์ และได้รับอิทธิพลจากลมมรสุมตะวันออกเฉียงใต้ ทำให้ในช่วงเดือนมีนาคมถึงเมษายนมีสภาพอากาศร้อน [1] ในอดีตจังหวัดน่านได้ประสบกับปัญหาอุทกภัยหลายครั้ง [2-4] สาเหตุหลักนั้นเกิดจากการมีปริมาณน้ำฝนมาก มีการระบายน้ำไม่ดีเพราะคูคลองตื้นเขิน และมีแนวคันกีดขวางทางเดินของน้ำ ดังนั้นการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนจังหวัดน่านจึงเป็นสิ่งที่ควรให้ความสนใจศึกษา จากการทบทวนวรรณกรรมพบว่า ยังไม่มีงานวิจัยที่เกี่ยวกับการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนจังหวัดน่าน มีเพียงการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนของจังหวัดอื่นๆ ซึ่งตัวแบบพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนของแต่ละจังหวัดจะไม่เหมือนกัน ไม่สามารถใช้ทดแทนกันได้ เช่น งานวิจัยของวราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล [5] ได้ศึกษาเรื่องการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนของจังหวัดนครราชสีมา โดยวิธีการแยกส่วนประกอบของอนุกรมเวลา วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของวินเทอร์ และวิธีบอกซ์-เจนกินส์ ตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์โดยใช้เกณฑ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) ผลการวิจัยพบว่า วิธีบอกซ์-เจนกินส์ มีความเหมาะสมมากที่สุด งานวิจัยของสุรพันธ์ อิ่นแก้ว [6] ได้ศึกษาเรื่องการประยุกต์ใช้แบบจำลองโครงข่ายประสาทเทียม (Artificial Neural Networks: ANNs) ในการคาดการณ์ปริมาณน้ำล่วงหน้า 1 วัน ที่สถานี E.18 แม่น้ำชี กิ่งอำเภอทุ่งเขาหลวง จังหวัดร้อยเอ็ด โดยอาศัยข้อมูลปริมาณน้ำฝนกับปริมาณน้ำท่ารายวันของสถานีสำรวจน้ำท่าและน้ำฝนต่างๆ ตั้งแต่ปี 2542 ถึง 2548 ผลการวิจัยพบว่าโครงสร้างแบบจำลองมีความเหมาะสมและให้ค่าการคาดการณ์ใกล้เคียงกับค่าที่วัดได้จริงในวันนั้นๆ โดยควรมีการปรับแบบจำลองทุกๆ 5 ปี งานวิจัยของชูเกียรติ โพนแก้ว [7] ได้ศึกษาเรื่องการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนจังหวัดเพชรบูรณ์ โดยวิธีการปรับเรียบด้วยการเฉลี่ยเคลื่อนที่อย่างง่ายครั้งละ 2 ถึง 12 เดือน วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังอย่างง่าย และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังสองครั้ง ตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์โดยใช้เกณฑ์ส่วนเบี่ยงเบนสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean Absolute Deviation: MAD) ผลการวิจัยพบว่าวิธีการปรับเรียบด้วยการเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งละ 12 เดือน มีความเหมาะสมมากที่สุด สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดของปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน โดยใช้วิธีการทางสถิติ 3 วิธี คือ วิธีบอกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย และวิธีการพยากรณ์รวม เนื่องจากการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนด้วยวิธีการทางสถิติเป็นเครื่องมือที่สำคัญและมีความน่าเชื่อถือ สามารถนำผลการวิจัยที่ได้ไปเป็นแนวทางในการป้องกันการเกิดอุทกภัย แก้ไขปัญหาการขาดแคลนน้ำ รวมถึงสามารถใช้เป็นข้อมูลเพื่อการวางแผน ตัดสินใจ และกำหนดนโยบายส่งเสริมการเกษตร ต่อไป

2. วิธีการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน (มิลลิเมตร) อำเภอเมือง จังหวัดน่าน โดยใช้โปรแกรม SPSS (Statistical Package for Social Sciences) รุ่น 17 ซึ่งข้อมูลปริมาณน้ำฝนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้มาจากศูนย์อุทกวิทยาและบริหารน้ำภาคเหนือตอนบน กรมชลประทาน [8] เป็นค่าเฉลี่ยรายเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2541 ถึงเดือนสิงหาคม 2556 จำนวน 188 ค่า ผู้วิจัยได้แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม 2541 ถึงเดือนธันวาคม 2555 จำนวน 180 ค่า สำหรับการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ด้วยวิธีการทางสถิติ 3 วิธี ได้แก่ วิธีบอกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย และวิธีการพยากรณ์รวม ชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม 2556 จำนวน 8 ค่า นำมาใช้สำหรับการตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์ด้วยเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Squared Error: RMSE) ที่ต่ำที่สุด

2.1 การพยากรณ์โดยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Method)

วิธีบอกซ์-เจนกินส์ เป็นวิธีการวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่มีความถูกต้องสูง เนื่องจากมีการพิจารณาลักษณะของอนุกรมเวลาว่ามีสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function: ACF) และสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function: PACF) กันอย่างไร เพื่อสร้างเป็นตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสม และมีการคำนึงถึงความผันแปรตามฤดูกาลซึ่งเป็นส่วนประกอบที่มีความสำคัญ โดยมีตัวแบบทั่วไป คือ Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average: SARIMA (p, d, q) $(P, D, Q)_s$ แสดงดังสมการที่ (1) [9-10]

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D = \delta + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad \textbf{(1)}$$

เมื่อ Y_t แทนอนุกรมเวลา ณ เวลา t

ε_t แทนอนุกรมเวลาของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระกัน ด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา

$\delta = \mu\phi_p(B)\Phi_P(B^s)$ แทนค่าคงที่ โดยที่ μ แทนค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาที่มีลักษณะคงที่ (Stationary)

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \ldots - \phi_p B^p$ แทนตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองแบบไม่มีฤดูกาลอันดับที่ p (Non-Seasonal Autoregressive Operator of Order p: AR(p))

$\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_1 B^{2s} - \ldots - \Phi_P B^{Ps}$ แทนตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองแบบมีฤดูกาลอันดับที่ P (Seasonal Autoregressive Operator of Order P: SAR(P))

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q$ แทนตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบไม่มีฤดูกาลอันดับที่ q (Non-Seasonal Moving Average Operator of Order q: MA(q))

$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \ldots - \Theta_Q B^{Qs}$ แทนตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบมีฤดูกาลอันดับที่ Q (Seasonal Moving Average Operator of Order Q: SMA(Q))

t แทนช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n

n แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

s แทนจำนวนฤดูกาล

d และ D แทนลำดับที่ของการหาผลต่างและผลต่างฤดูกาล ตามลำดับ

B แทนตัวดำเนินการถอยหลัง (Backward Operator) โดยที่ $B^s Y_t = Y_{t-s}$

ขั้นตอนการศึกษาตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ แสดงรายละเอียดดังนี้

1) พิจารณาอนุกรมเวลาว่ามีลักษณะคงที่หรือไม่ โดยพิจารณาจากกราฟของอนุกรมเวลาเทียบกับเวลา (Y_t, t) กราฟ ACF และ PACF หากพบว่าอนุกรมเวลาไม่คงที่ (Non-Stationary) ต้องแปลงอนุกรมเวลาให้คงที่ก่อนที่จะทำขั้นตอนต่อไป เช่น กรณีอนุกรมเวลามีค่าเฉลี่ยไม่คงที่ ควรแปลงข้อมูลด้วยการหาผลต่างหรือผลต่างฤดูกาล (Difference or Seasonal Difference) กรณีอนุกรมเวลามีความแปรปรวนไม่คงที่ หรือมีทั้งค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนไม่คงที่ ควรแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมสามัญหรือลอการิทึมธรรมชาติ (Common Logarithm or Natural Logarithm) หรือแปลงข้อมูลด้วยเลขยกกำลัง เช่น ยกกำลัง 0.5 (Square Root Transformation) หรือยกกำลัง 2 (Square Transformation) [9]

2) กำหนดตัวแบบพยากรณ์ที่เป็นไปได้จากกราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาที่มีลักษณะคงที่ นั่นคือ กำหนดค่า p, q, P และ Q พร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method)

3) ตัดพารามิเตอร์ที่ไม่มีนัยสำคัญออกจากตัวแบบพยากรณ์ครั้งละ 1 ตัว จากนั้นจึงกำหนดตัวแบบพยากรณ์และประมาณค่าพารามิเตอร์ใหม่จนกว่าจะได้ตัวแบบพยากรณ์ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ที่มีนัยสำคัญทั้งหมด

4) คัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่มีค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayesian Information Criterion: BIC) ต่ำที่สุด มีค่าสถิติ Ljung-Box Q ที่ไม่มีนัยสำคัญ และอนุกรมเวลาของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์มีการแจกแจงปกติ ซึ่งสามารถตรวจสอบโดยใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov's Test) มีการเคลื่อนไหวเป็นอิสระกัน ตรวจสอบโดยพิจารณาจากกราฟ ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อน มีค่า

เฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ตรวจสอบโดยใช้การทดสอบที (t-Test) และมีความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา ตรวจสอบโดยใช้การทดสอบของเลวีน ภายใต้การใช้ค่ามัธยฐาน (Levene's Test Based on Median)

5) พยากรณ์อนุกรมเวลา โดยใช้ตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดจากขั้นตอนที่ 4

2.2 การพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย (Simple Seasonal Exponential Smoothing Method)

วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย มีความเหมาะสมกับการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่มีเพียงความผันแปรตามฤดูกาล ไม่มีส่วนประกอบของแนวโน้ม ซึ่งมีตัวแบบแสดงดังสมการที่ (2) และตัวแบบพยากรณ์แสดงดังสมการที่ (3) [11-12]

$$Y_t = \beta_0 + S_t + \varepsilon_t \quad \textbf{(2)}$$

$$\hat{Y}_t = a_t + \hat{S}_t + \varepsilon_t \quad \textbf{(3)}$$

เมื่อ Y_t แทนอนุกรมเวลา ณ เวลา t

β_0 และ S_t แทนพารามิเตอร์ของตัวแบบแสดงระยะตัดแกน และความผันแปรตามฤดูกาล ตามลำดับ

ε_t แทนอนุกรมเวลาของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระกัน ด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา

$\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

a_t และ $\hat{S}_t$ แทนค่าประมาณ ณ เวลา t ของพารามิเตอร์ β_0 และ S_t ตามลำดับ

โดยที่ $a_t = \alpha(Y_t - \hat{S}_{t-S}) + (1-\alpha)a_{t-1}$

$\hat{S}_t = \delta(Y_t - a_t) + (1-\delta)\hat{S}_{t-S}$

α และ δ แทนค่าคงที่การปรับเรียบ

โดยที่ $0 < \alpha < 1$ และ $0 < \delta < 1$

t แทนช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n

n แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

s แทนจำนวนฤดูกาล

เมื่อได้ตัวแบบพยากรณ์แล้วจะดำเนินการตรวจสอบคุณลักษณะของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ คือ ความคลาดเคลื่อนต้องมีการแจกแจงปกติ ตรวจสอบโดยใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ มีการเคลื่อนไหวเป็นอิสระกัน ตรวจสอบโดยพิจารณาจากกราฟ ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ตรวจสอบโดยใช้การทดสอบที และมีความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา ตรวจสอบโดยใช้การทดสอบของเลวีน ภายใต้การใช้ค่ามัธยฐาน

2.3 การพยากรณ์โดยวิธีการพยากรณ์รวม (Combined Forecasting Method)

การพยากรณ์รวมเป็นวิธีการประยุกต์ที่มีการรวมค่าพยากรณ์จากวิธีการพยากรณ์เดี่ยวตั้งแต่ 2 วิธีขึ้นไป เพื่อให้ได้ค่าพยากรณ์ใหม่ที่มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด สามารถใช้ได้ดีในกรณีที่วิธีการพยากรณ์เดี่ยวมีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลามากกว่า 1 วิธี [13] ณ ที่นี้ได้พิจารณาวิธีการพยากรณ์เดี่ยว 2 วิธี คือ วิธีบอกซ์-เจนกินส์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย เนื่องจากวิธีการพยากรณ์ทั้ง 2 นี้ให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ของข้อมูลชุดที่ 1 ต่ำกว่าวิธีการพยากรณ์อื่นๆ ดังนั้นตัวแบบของวิธีการพยากรณ์รวมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1\hat{Y}_{1t} + b_2\hat{Y}_{2t} \quad \textbf{(4)}$$

เมื่อ Y_t แทนค่าพยากรณ์รวม ณ เวลา t

$\hat{Y}_{1t}$ และ $\hat{Y}_{2t}$ แทนค่าพยากรณ์เดี่ยว ณ เวลา t จากวิธีบอกซ์-เจนกินส์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย ตามลำดับ

b_0, b_1 และ b_2 แทนค่าถ่วงน้ำหนักของแต่ละวิธีการพยากรณ์เดี่ยวด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) [14] ซึ่งคำนวณจากจำนวนข้อมูลพยากรณ์ในอนุกรมเวลาชุดที่ 1 ณ ที่นี้ คือ 168 ค่า เนื่องจากมีการแปลงข้อมูลด้วยการหาผลต่างฤดูกาลลำดับที่ 1 ของวิธีบอกซ์-เจนกินส์ ทำให้ไม่มีค่าพยากรณ์ 12 ค่าแรก

เมื่อได้ตัวแบบพยากรณ์แล้วจะดำเนินการตรวจสอบคุณลักษณะของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ คือ ความคลาดเคลื่อนต้องมีการแจกแจงปกติ ตรวจสอบโดยใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ มีการเคลื่อนไหวเป็นอิสระกัน ตรวจสอบโดยใช้การทดสอบการ

รัน (Runs Test) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ตรวจสอบโดยใช้การทดสอบที และมีความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลาตรวจสอบโดยใช้การทดสอบของเลวีน ภายใต้การใช้ค่ามัธยฐาน

2.4 การตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์

การวิจัยครั้งนี้ได้ตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์จากวิธีการพยากรณ์ 3 วิธี คือ วิธีบอกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย และวิธีการพยากรณ์รวม โดยทำการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน ของข้อมูลชุดที่ 2 คือ ข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม 2556 จำนวน 8 ค่า ได้ค่าความแตกต่างระหว่างข้อมูลจริงกับค่าพยากรณ์ (Error: e_t) เพื่อคำนวณค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square Error: RMSE) ซึ่งมีสูตรแสดงดังสมการที่ (5) [15] โดยวิธีการพยากรณ์ใดมีค่า RMSE ต่ำที่สุด คือ วิธีที่มีความแม่นยำในการพยากรณ์มากที่สุด

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n_2}\sum_{t=1}^{n_2} e_t^2} \qquad \textbf{(5)}$$

เมื่อ $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ แทนความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ณ เวลา t

Y_t แทนอนุกรมเวลา ณ เวลา t

$\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

t แทนช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_2

n_2 แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 2

3. ผลการวิจัย

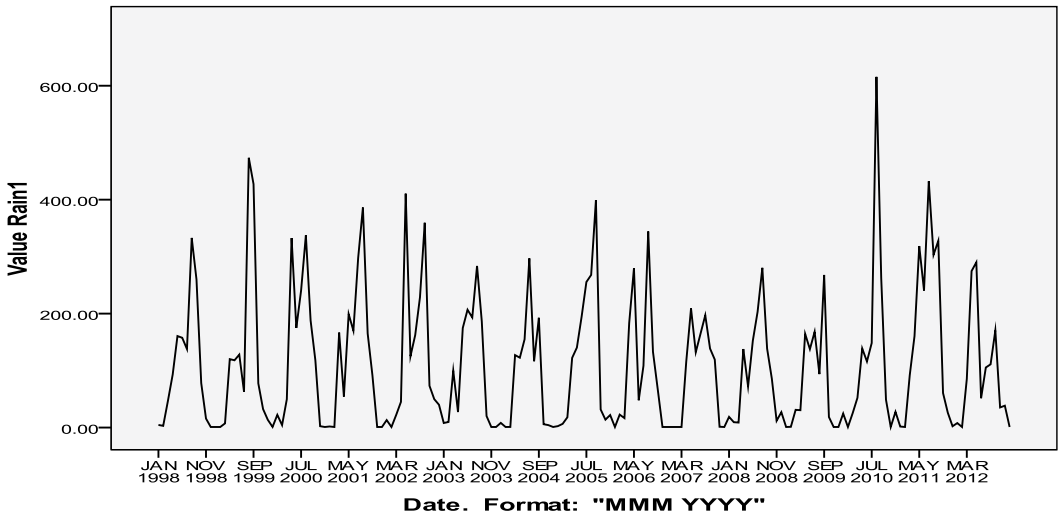
3.1 ผลการพยากรณ์โดยวิธีบอกซ์-เจนกินส์

จากการพิจารณาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาชุดที่ 1 คือ ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2541 ถึงเดือนธันวาคม 2555 จำนวน 180 เดือน ดังรูปที่ 1 และกราฟ ACF รวมถึงกราฟ PACF ดังรูปที่ 2 พบว่า อนุกรมเวลาชุดนี้มีลักษณะไม่คงที่ เนื่องจากมีส่วนประกอบของฤดูกาล จึงแปลงข้อมูลด้วยการหาผลต่างฤดูกาลลำดับที่ 1 ได้กราฟ ACF และ PACF แสดงดังรูปที่ 3 ซึ่งพบว่า อนุกรมเวลามีลักษณะคงที่ จึงกำหนดตัวแบบพยากรณ์ที่เป็นไปได้พร้อมกับประมาณค่าพารามิเตอร์ ดังแสดงในตารางที่ 1 โดยตัวแบบพยากรณ์ที่มีค่า BIC ต่ำที่สุด คือ ตัวแบบ SARIMA$(0, 0, 0)(3, 1, 1)_{12}$ แต่เมื่อพิจารณาพารามิเตอร์ของตัวแบบดังกล่าว พบว่า p-value มีค่ามากกว่าระดับนัยสำคัญ 0.01 หมายความว่า ยังสามารถตัดพารามิเตอร์ออกจากตัวแบบพยากรณ์ได้ ดังนั้นตัวแบบพยากรณ์ใหม่ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ที่มีนัยสำคัญทั้งหมด คือ ตัวแบบ SARIMA$(0, 0, 0)(3, 1, 0)_{12}$ ไม่มีพจน์ค่าคงที่ โดยมีค่า BIC สูงขึ้นเพียงเล็กน้อย แต่ยังคงต่ำกว่าตัวแบบพยากรณ์อื่นๆ และมีค่าสถิติ Ljung-Box Q ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 เมื่อตรวจสอบคุณลักษณะของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ พบว่า ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Kolmogorov-Smirnov Z = 1.568, p-value = 0.015) มีการเคลื่อนไหวเป็นอิสระกัน (แสดงรายละเอียดในรูปที่ 4 ซึ่งพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองและสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของความคลาดเคลื่อนตกอยู่ในขอบเขตความเชื่อมั่นร้อยละ 99) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ (t = 0.288, p-value = 0.774) และมีความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา (Levene Statistic = 0.699, p-value = 0.762) ดังนั้นตัวแบบ SARIMA$(0, 0, 0)(3, 1, 0)_{12}$ ไม่มีพจน์ค่าคงที่ มีความเหมาะสม ซึ่งจากสมการที่ (1) สามารถเขียนตัวแบบได้ดังนี้

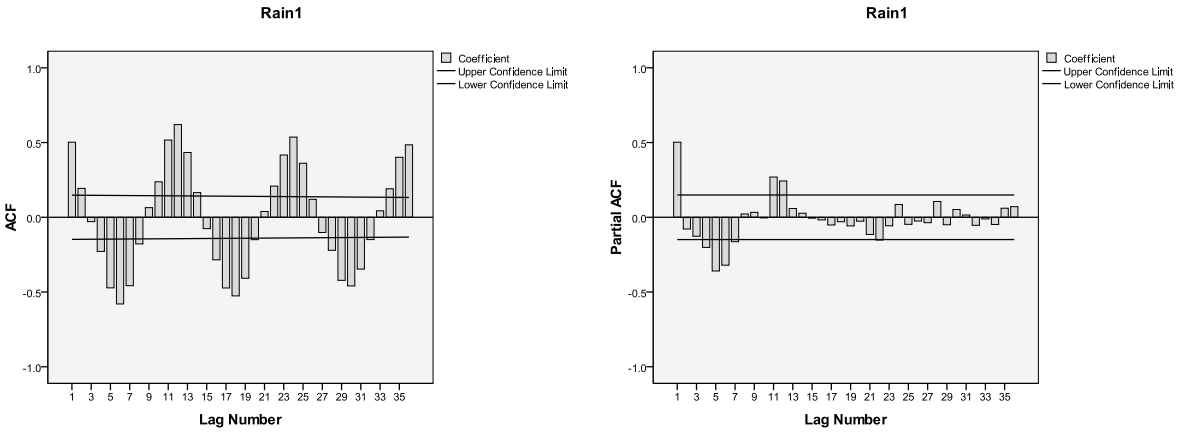
$$\hat{Y}_t = Y_{t-12} - 0.78067(Y_{t-12} - Y_{t-24}) - 0.58423\,(Y_{t-24} - Y_{t-36}) - 0.31698\,(Y_{t-36} - Y_{t-48}) \qquad \textbf{(6)}$$

เมื่อ $\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

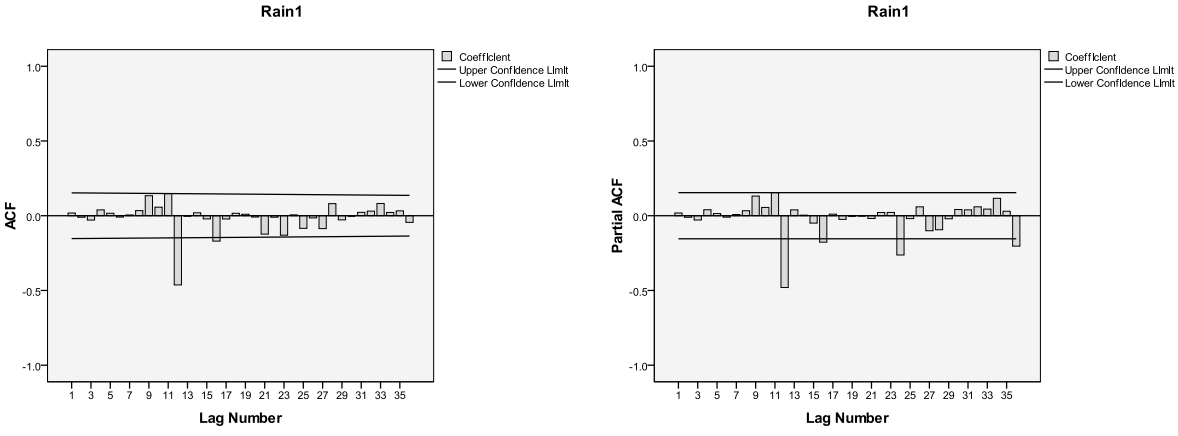
Y_{t-j} แทนอนุกรมเวลา ณ เวลา t – j



รูปที่ 1 ลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2541 ถึงเดือนธันวาคม 2555



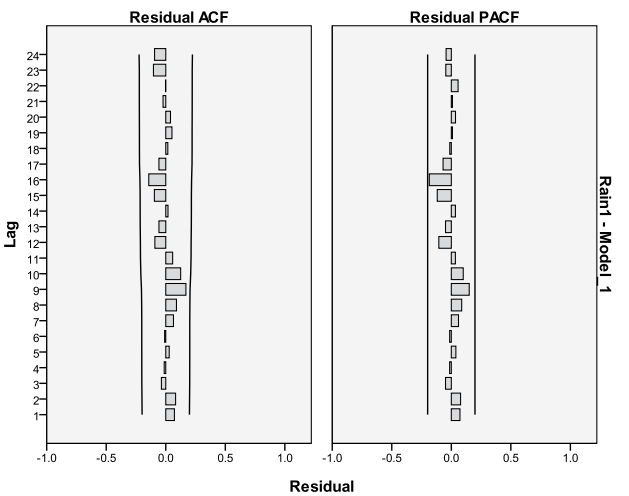
รูปที่ 2 กราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน



รูปที่ 3 กราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน เมื่อแปลงข้อมูลด้วยการหาผลต่างฤดูกาลลำดับที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าประมาณพารามิเตอร์ ค่า BIC และค่าสถิติ Ljung-Box Q ของตัวแบบ SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)$_s$

ค่าประมาณพารามิเตอร์		SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)$_s$		
		SARIMA (0, 0, 0)(3, 1, 1)$_{12}$	**SARIMA (0, 0, 0)(3, 1, 0)$_{12}$**	**SARIMA (0, 0, 0)(3, 1, 0)$_{12}$ ไม่มีพจน์ค่าคงที่**
ค่าคงที่	ค่าประมาณ	-0.77826	0.18802	-
	p-value	0.453	0.940	
SAR(1): Φ_1	ค่าประมาณ	-0.08851	-0.78083	-0.78067
	p-value	0.424	0.000	0.000
SAR(2): Φ_2	ค่าประมาณ	-0.14359	-0.58420	-0.58423
	p-value	0.188	0.000	0.000
SAR(3): Φ_3	ค่าประมาณ	-0.07819	-0.31669	-0.31698
	p-value	0.521	0.001	0.001
SMA(1): Θ_1	ค่าประมาณ	0.99993	-	-
	p-value	0.994		
BIC		**8.827**	**8.910**	**8.873**
Ljung-Box Q (ณ lag 18)		**16.618**	**21.681**	**21.678**
p-value		**0.277**	**0.116**	**0.117**



รูปที่ 4 กราฟ ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์โดยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ ที่มีตัวแบบ SARIMA (0, 0, 0)(3, 1, 0)$_{12}$ ไม่มีพจน์ค่าคงที่

3.2 ผลการพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย

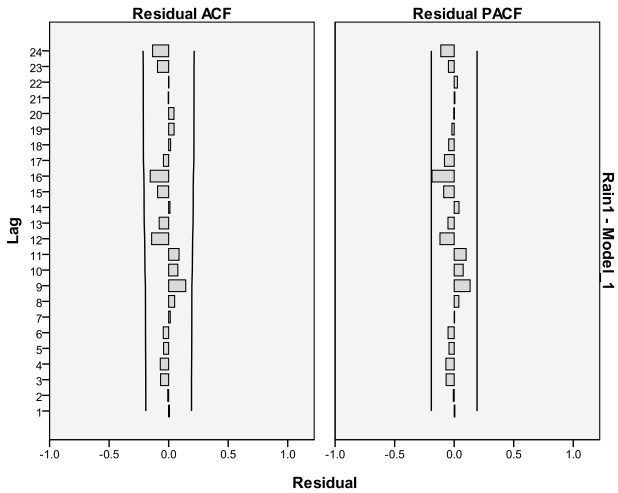
จากการศึกษาตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย พบว่า BIC มีค่าเท่ากับ 8.518 และมีค่าสถิติ Ljung-Box Q ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 21.787, p-value = 0.150) เมื่อตรวจสอบคุณลักษณะของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ พบว่า ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Kolmogorov-Smirnov Z = 0.885, p-value = 0.414) มีการเคลื่อนไหวเป็นอิสระกัน (แสดงรายละเอียดในรูปที่ 5 ซึ่งพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองและสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของความคลาดเคลื่อนตกอยู่ในขอบเขตความเชื่อมั่นร้อยละ 99) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ (t = -0.034, p-value = 0.973) และมีความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา (Levene Statistic = 0.530, p-value = 0.903) ดังนั้นตัวแบบพยากรณ์ที่ได้มีความเหมาะสม ตัวแบบพยากรณ์แสดงดังนี้

$$\hat{Y}_t = 105.68683 + \hat{S}_t \qquad \textbf{(7)}$$

เมื่อ $\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

$\hat{S}_t$ แทนค่าประมาณของดัชนีฤดูกาล รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 2 ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่า ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน ของเดือนพฤษภาคมถึงเดือนกันยายนของทุกปี มีค่ามากกว่าเดือนอื่นๆ เนื่องจากมีค่าดัชนีฤดูกาลมากกว่า 0

α และ δ มีค่าเท่ากับ 0.09982 และ 0.00003 ตามลำดับ



รูปที่ 5 กราฟ ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย

ตารางที่ 2 ดัชนีฤดูกาลของอนุกรมเวลาปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน จากวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย

เดือน	ค่าประมาณของดัชนีฤดูกาล	เดือน	ค่าประมาณของดัชนีฤดูกาล
มกราคม	-104.48289	กรกฎาคม	87.60480
กุมภาพันธ์	-105.38275	สิงหาคม	180.55170
มีนาคม	-69.14261	กันยายน	130.23196
เมษายน	-4.62912	ตุลาคม	-48.76775
พฤษภาคม	97.85772	พฤศจิกายน	-97.47410
มิถุนายน	35.13792	ธันวาคม	-101.48042

3.3 ผลการพยากรณ์โดยวิธีการพยากรณ์รวม

จากการประมาณค่าถ่วงน้ำหนักของแต่ละวิธีการพยากรณ์เดี่ยวโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ได้ตัวแบบพยากรณ์รวมดังนี้

$$\hat{Y}_t = 2.71022 - 0.14376\hat{Y}_{1t} + 1.11493\hat{Y}_{2t} \quad \textbf{(8)}$$

เมื่อ $\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์รวม ณ เวลา t

$\hat{Y}_{1t}$ และ $\hat{Y}_{2t}$ แทนค่าพยากรณ์เดี่ยว ณ เวลา t จากวิธีบอกซ์-เจนกินส์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย ตามลำดับ

ผลการตรวจสอบคุณลักษณะของความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ พบว่า ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Kolmogorov-Smirnov Z = 0.795, p-value = 0.552) มีการเคลื่อนไหวเป็นอิสระกัน (จากการทดสอบการรัน: Z = -0310, p-value = 0.757) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ($t \approx 0$, p-value ≈ 1) และมีความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา (Levene Statistic = 0.523, p-value = 0.908) ดังนั้นตัวแบบพยากรณ์รวมที่ได้มีความเหมาะสม

3.4 ผลการตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์

จากการใช้ตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ ในสมการที่ (6) โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย ในสมการที่ (7) และโดยวิธีการพยากรณ์รวม ในสมการที่ (8) สำหรับการพยากรณ์ข้อมูลชุดที่ 2 คือ ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม 2556 ได้ค่าพยากรณ์ และค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) แสดงดังตารางที่ 3 พบว่า ตัวแบบพยากรณ์จากวิธีการพยากรณ์รวมมีความแม่นยำในการพยากรณ์มากที่สุด เนื่องจากให้ค่าพยากรณ์ที่มีความแตกต่างกับข้อมูลจริงน้อยที่สุด หรือมีค่า RMSE ต่ำที่สุด

ตารางที่ 3 ค่าจริงและค่าพยากรณ์ของปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน (มิลลิเมตร) ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม 2556 และค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE)

ช่วงเวลา	ปริมาณน้ำฝน	ปริมาณน้ำฝนจากการพยากรณ์โดยวิธี		
		บอกซ์-เจนกินส์	ฤดูกาลอย่างง่าย	พยากรณ์รวม
ม.ค. 56	39.5	8.98	1.20	2.76
ก.พ. 56	6.6	1.10	0.30	2.89
มี.ค. 56	13.6	53.41	36.54	35.78
เม.ย. 56	14.9	115.40	101.06	98.79
พ.ค. 56	73.1	215.43	203.54	198.68
มิ.ย. 56	166.2	133.18	140.82	140.57
ก.ค. 56	107.7	200.98	193.29	189.32
ส.ค. 56	225.7	278.16	286.24	281.86
RMSE		75.37	69.02	66.27

4. สรุปผลการวิจัยและวิจารณ์ผล

การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาและคัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลาปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน โดยใช้ปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยต่อเดือนจากศูนย์อุทกวิทยาและบริหารน้ำภาคเหนือตอนบน กรมชลประทาน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2541 ถึงเดือนสิงหาคม 2556 จำนวน 188 ค่า ผู้วิจัยได้แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม 2541 ถึงเดือนธันวาคม 2555 จำนวน 180 ค่า สำหรับการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ด้วยวิธีการทางสถิติ 3 วิธี ได้แก่ วิธีบอกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย และวิธีการพยากรณ์รวม ข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม 2556 จำนวน 8 ค่า สำหรับการตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์ด้วยเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ที่ต่ำที่สุด ผลการวิจัยพบว่า วิธีการพยากรณ์รวมมีความแม่นยำในการพยากรณ์มากที่สุด เนื่องจากให้ค่าพยากรณ์ที่มีความแตกต่างกับข้อมูลจริงน้อยที่สุด หรือมีค่า RMSE ต่ำที่สุด จึงมีความเหมาะสมสำหรับการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน โดยมีตัวแบบพยากรณ์เป็น

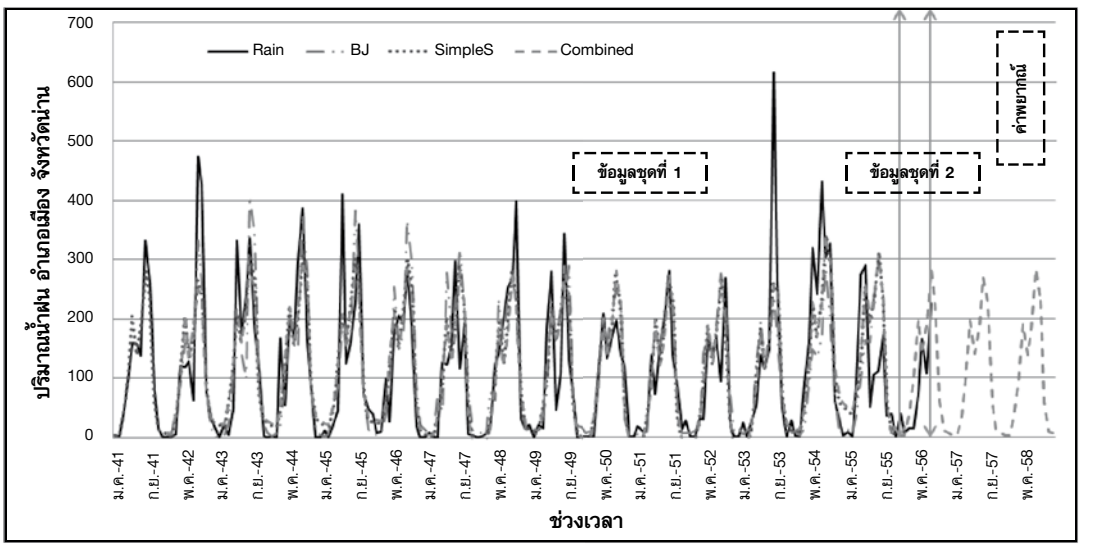
$$\hat{Y}_t = 2.71022 - 0.14376\hat{Y}_{1t} + 1.11493\hat{Y}_{2t}$$

เมื่อ $\hat{Y}_t$ และ $\hat{Y}_{2t}$ แทนค่าพยากรณ์เดี่ยว ณ เวลา t จากวิธีบอกซ์-เจนกินส์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีฤดูกาลอย่างง่าย ตามลำดับ

จากการใช้ตัวแบบพยากรณ์ของวิธีการพยากรณ์รวม ได้ค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน ตั้งแต่เดือนกันยายน 2556 ถึงเดือนธันวาคม 2558 แสดงดังตารางที่ 4 และรูปที่ 6 ซึ่งพบว่า ปริมาณน้ำฝนโดยเฉลี่ยต่อเดือนมีค่าประมาณ 2.36 ถึง 284.59 มิลลิเมตร อย่างไรก็ตามปริมาณน้ำฝน อาจไม่ได้ขึ้นอยู่กับปัจจัยเวลาเพียงปัจจัยเดียว ดังนั้นการวิจัยครั้งต่อไป ผู้วิจัยควรพิจารณาปัจจัยอื่นๆ ในการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ด้วย รวมถึงเมื่อมีปริมาณน้ำฝนที่เป็นปัจจุบันมากขึ้น ผู้วิจัยควรนำมาปรับปรุงตัวแบบ เพื่อให้ได้ตัวแบบพยากรณ์ที่มีความเหมาะสมสำหรับการพยากรณ์ค่าในอนาคตต่อไป

ตารางที่ 4 ค่าพยากรณ์ของปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน (มิลลิเมตร) ตั้งแต่เดือนกันยายน 2556 ถึงเดือนธันวาคม 2558

ช่วงเวลา	ค่าพยากรณ์	ช่วงเวลา	ค่าพยากรณ์	ช่วงเวลา	ค่าพยากรณ์
ก.ย. 56	228.82	ก.ค. 57	185.53	พ.ค. 58	190.55
ต.ค. 56	60.62	ส.ค. 57	270.24	มิ.ย. 58	138.59
พ.ย. 56	9.83	ก.ย. 57	228.28	ก.ค. 58	181.62
ธ.ค. 56	6.20	ต.ค. 57	59.40	ส.ค. 58	284.59
ม.ค. 57	2.36	พ.ย. 57	9.29	ก.ย. 58	228.79
ก.พ. 57	2.90	ธ.ค. 57	5.76	ต.ค. 58	59.48
มี.ค. 57	34.67	ม.ค. 58	3.04	พ.ย. 58	8.24
เม.ย. 57	95.44	ก.พ. 58	2.90	ธ.ค. 58	6.66
พ.ค. 57	196.10	มี.ค. 58	32.56		
มิ.ย. 57	139.54	เม.ย. 58	89.88		



รูปที่ 6 การเปรียบเทียบอนุกรมเวลาปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน และค่าพยากรณ์จากวิธีการทางสถิติ 3 วิธี

5. เอกสารอ้างอิง

1. Nan Office Department of Information and Communication, 2014, The Territory: Nan Province, (Online) Available: http://123.242.178.83/webjo/index.php?option=com__content&view=article&id=3&Itemid=24 (In Thai).

2. Thailand Integrated Water Resource Management, 2010, Record flooding in Nan, (Online) Available: http://www.thaiwater.net/current/floodnan__jul53.html (In Thai).

3. Mthai News, 2011, Floods in Nan, (Online) Available: http://news.mthai.com/general-news/120189.html (In Thai).

4. Thairath Online, 2013, Floods in Nan, (Online) Available: http://www.thairath.co.th/content/360240 (In Thai).

5. Panichkitkosolkul, W., 2005, “Forecasting of Rainfall of Nakhonratchasima Province,” *KMUTT Research and Development Journal*, 28 (2), pp. 155-167. (In Thai).

6. In-Kaew, S., 2008, The Applications of Artificial Neural Networks (ANNs) to Forecast the Rainfall Reserved 1 Day at E.18 Station Chi River, Research Report, Water Information and Forecast Group (In Thai).

7. Pon-Kaew, Ch., 2010, Forecasting the Rainfall in Phetchabun Province, Research Report, Phetchabun Rajabut University (In Thai).

8. Hydrology and Water Management Center for Upper Northern Region, 2014, Rainfall in *Muang*, Nan province, (Online) Available: http://hydro-1.net/08HYDRO/HD-03/3-02.html.

9. Bowerman, B.L. and O’Connell, R.T., 1993, Forecasting and Time Series: An Applied Approach, 3rd ed., Duxbury Press, California.

10. Box, G.E.P., Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C., 1994, Time Series Analysis: Forecasting and Control, 3rd ed., Prentice Hall, New Jersey.

11. Ket-iam, S., 2005, Forecasting Technique, 2nd ed., Thaksin University, Songkhla. (In Thai).

12. IBM Corporation, 2014, IBM SPSS Statistics Information Center, (Online) Available: http://publib.boulder.ibm.com/infocenter/spssstat/v20r0m0/index.jsp?.

13. Manmin, M., 2006, Time Series and Forecasting, Fore Printing, Bangkok. (In Thai).

14. Montgomery, D.C., Peck, E.A. and Vining, G.G., 2006, Introduction to Linear Regression Analysis, 4th ed., John Wiley and Sons, New York.

15. Keerativibool, W., 2013, “Forecasting the Export Quantity of Rubber Compound,” *Srinakharinwirot Science Journal*, 30 (2), pp. 41-56. (In Thai).