

แบบจำลองการถดถอยของความดันลดของไฮโดรไซโคลนชนิด ของแข็ง-ของเหลวขนาด 50 มิลลิเมตร

นพรัตน์ อรสิน¹ ธนิต สวัสดิ์เสวี²

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140

ประธาน วงศ์ศรีเวช³

ศูนย์นาโนเทคโนโลยีแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ ปทุมธานี 12120

บทคัดย่อ

ความดันลดเป็นตัวแปรที่สำคัญในการออกแบบและใช้งานไฮโดรไซโคลน ความดันลดที่สูงเกินไปต้องใช้พลังงานสูง ในขณะที่ความดันลดที่น้อยเกินไปก็ส่งผลต่อประสิทธิภาพของไฮโดรไซโคลน วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้คือเพื่อศึกษาตัวแปรที่ส่งผลต่อความดันลดของไฮโดรไซโคลนขนาด 50 มิลลิเมตร คือ ขนาดช่องทางออกด้านล่าง ขนาดช่องทางออกด้านบน ขนาดช่องทางเข้าไฮโดรไซโคลน อัตราการไหลที่ทางเข้า และร้อยละของความเข้มข้นของสารป้อน โดยได้เสนอแบบจำลองของความดันลด โดยใช้ระเบียบวิธีถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมด (All possible regressions) ในการเลือกตัวแปรที่ดีที่สุดที่ส่งผลต่อความดันลด ผลการวิเคราะห์พบว่าขนาดช่องทางออกด้านล่าง ขนาดช่องทางออกด้านบน ขนาดช่องทางเข้าไฮโดรไซโคลน และอัตราการไหลที่ทางเข้า เป็นชุดตัวแปรที่ดีที่สุดที่ส่งผลต่อความดันลดของไฮโดรไซโคลนสูงที่สุด นอกจากนี้แบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถทำนายความดันลดของไฮโดรไซโคลนขนาด 50 มิลลิเมตรได้เป็นอย่างดีเมื่อเทียบกับผลการทดลอง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์ของการกำหนดและค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยเท่ากับ 0.9802 และ 0.0009 ตามลำดับ

คำสำคัญ : ความดันลด / ไฮโดรไซโคลน / การวิเคราะห์การถดถอย / แบบจำลอง

* Corresponding author : pratam@nanotec.or.th

1 นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชา เทคโนโลยีพลังงาน คณะพลังงานสิ่งแวดล้อมและวัสดุ

2 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชา เทคโนโลยีอวกาศและอวกาศ คณะพลังงานสิ่งแวดล้อมและวัสดุ

3 นักวิจัย ศูนย์นาโนเทคโนโลยีแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

Regression Model for Pressure Drop of 50 mm Solid-Liquid Hydrocyclone

Nopparut Orrasin¹ Thanit Swasdisevi²

King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod, Thungkhru, Bangkok 10140

Pratarn Wongsarivej^{3*}

National Nanotechnology Center National Science and Technology Development Agency Pathumthani 12120

Abstract

Pressure drop is an important parameter for designing and operating a hydrocyclone. High pressure drop leads to excessive consumption of energy, while too low pressure drop may affect the hydrocyclone efficiency. The objectives of this research were to investigate the parameters that affected the pressure drop of a 50-mm hydrocyclone, namely, underflow diameter, overflow diameter, inlet diameter, feed flow rate and feed concentration; a model that can be used to predict the pressure drop was also proposed. All possible regression methods were used for selecting the best set of parameters that affected the pressure drop. The results showed that the underflow diameter, overflow diameter, inlet diameter and feed flow rate were the set of parameters that mostly affected the pressure drop of the hydrocyclone. The regression model could predict the pressure drop of the hydrocyclone well when compared with the experimental results with the coefficient of determination, R^2 and mean square error, MSE of 0.9802 and 0.0009, respectively.

Keywords : Pressure drop / Hydrocyclone / Regression analysis / Model

* Corresponding author : pratarn@nanotec.or.th

¹ Master of Engineering Student, Department of Energy Technology, Faculty of Energy Environment and Materials.

² Assistant Professor, Department of Thermal Technology, Faculty of Energy Environment and Materials.

³ Researcher, National Nanotechnology Center, National Science and Technology Development Agency.

1. บทนำ

ไฮโดรไซโคลน เป็นอุปกรณ์ที่ใช้ในการแยกของแข็งออกจากของเหลวประเภทหนึ่งซึ่งทำงานโดยอาศัยหลักการของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง ภาคอุตสาหกรรมมีการใช้ไฮโดรไซโคลนเป็นอุปกรณ์สำหรับแยกสารในขั้นตอนต่างๆ ในกระบวนการผลิต ความดันลดภายในไฮโดรไซโคลนเป็นสิ่งที่ต้องพิจารณาในการออกแบบและใช้งานไฮโดรไซโคลน เนื่องจากถ้ามีความดันลดในระบบมากเกินไปจะส่งผลให้สิ้นเปลืองพลังงานและอาจเกิดความเสียหายได้ หรือถ้ามีความดันลดในระบบน้อยเกินไปจะส่งผลให้เกิดแกนอากาศ (Air core) ภายในไฮโดรไซโคลน โดยแกนอากาศที่เกิดขึ้นจะไปรบกวนกระแสการไหลของของไหลภายในไฮโดรไซโคลนทำให้การไหลเป็นไปอย่างไม่สม่ำเสมอซึ่งจะส่งผลให้ประสิทธิภาพการแยกของไฮโดรไซโคลนมีค่าลดลง ความดันลดที่เหมาะสมสำหรับไฮโดรไซโคลนขนาดใหญ่ควรอยู่ระหว่าง 30-70 กิโลปาสคาล ไฮโดรไซโคลนขนาดเล็กควรอยู่ระหว่าง 100-300 กิโลปาสคาล สำหรับไฮโดรไซโคลนขนาด 10 มิลลิเมตร อาจมีความดันสูงถึง 1000 กิโลปาสคาล [1] ซึ่งปัจจัยที่ส่งผลต่อความดันลดภายในไฮโดรไซโคลนมีหลายปัจจัยด้วยกัน Bradley [2] Gelder [3] และ Trawinski [4] ได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ของความดันลดที่เกิดขึ้นภายในไฮโดรไซโคลนและพบว่าความดันลดมีความสัมพันธ์โดยตรงกับอัตราการไหลเข้า ซึ่งแตกต่างจากผลการศึกษาของ Plitt [5] Rouse et. al. [6] และ Dahlstrom [7] ซึ่งพบว่านอกจากอัตราการไหลเข้าแล้ว สัดส่วนต่างๆ ของไฮโดรไซโคลนก็ส่งผลต่อความดันลดเช่นกัน

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้คณิตศาสตร์ในการอธิบายสิ่งที่สนใจศึกษา ในรูปสมการคณิตศาสตร์ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นอกจากจะช่วยให้เข้าใจความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในระบบที่ทำการศึกษายังยังสามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำนายผลการทดลองที่เงื่อนไขการทดลองอื่นๆ ได้อีกด้วย ซึ่งวิธีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้เป็นวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายใน

ปัจจุบันนี้จึงจะเห็นได้จากงานวิจัยของ Phongphay and Buranathiti [8] ที่ใช้การจำลองทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการทดลองเพื่อศึกษาแรงกระทำจากกระสุนปืนขนาด 9 มิลลิเมตร Juditprasert et. al. [9] ได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการทดลองในการศึกษากระบวนการแช่แข็ง อย่างไรก็ตามการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างเดียวยังให้ผลการคำนวณที่ไม่แม่นยำนัก ดังนั้นจึงต้องมีการทำการทดลองร่วมด้วยเพื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของแบบจำลอง

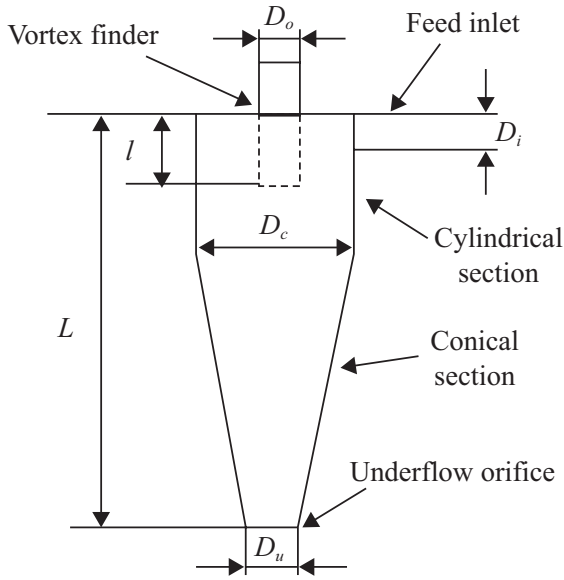
2. หลักการและทฤษฎี

2.1 ความดันลดในของไหล

ความดันลดในของไหลหมายถึง ความดันของของไหลที่มีค่าลดลงระหว่างการไหลซึ่งเกิดขึ้นจากแรงเสียดทานในของไหล และจากอุปกรณ์ที่ติดตั้งทำให้เกิดการรบกวนการไหล สำหรับการไหลภายในท่อ ความดันลดแบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ 1) ความดันลดที่เกิดจากแรงเสียดทานภายในท่อตรง 2) ความดันลดที่เกิดจากอุปกรณ์ควบคุมการไหลต่างๆ นอกจากนี้การเพิ่มหรือลดขนาดท่อแบบทันทีทันใดในระหว่างการไหลก็เป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดความดันลดได้เช่นกัน [10] สำหรับไฮโดรไซโคลน ความดันลดจะเป็นความดันที่วัดได้จากผลต่างของความดันของสารที่ทางเข้าและความดันของสารที่ทางออกของไฮโดรไซโคลน

2.2 ไฮโดรไซโคลน

ไฮโดรไซโคลนโดยทั่วไปจะมีส่วนประกอบที่สำคัญหลายๆ ส่วนได้แก่ 1.) ท่อทางออกด้านบน (Vortex finder) ซึ่งเป็นท่อทางออกของสารส่วนใสที่ออกทางด้านบน 2.) ท่อทางออกด้านล่าง (Underflow orifice) ซึ่งเป็นท่อทางออกของสารส่วนชั้นที่ออกทางด้านล่าง 3.) ท่อทางเข้า (Feed inlet) เป็นท่อทางเข้าของสารผสม 4.) ส่วนทรงกระบอก (Cylindrical section) 5.) ส่วนกรวย (Conical section) โดยส่วนประกอบต่างๆ ของไฮโดรไซโคลนแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 ส่วนประกอบต่างๆ ของไฮโดรไซโคลน

2.3 การวิเคราะห์สหสัมพันธ์และการถดถอย

การวิเคราะห์สหสัมพันธ์และการถดถอย เป็นวิธีการทางสถิติวิธีหนึ่งที่น่าสนใจมากในหลากหลายสาขาวิชาเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตั้งแต่สองตัวขึ้นไปว่าตัวแปรเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไรโดยอาศัยการสร้างสมการถดถอยซึ่งมีอยู่หลายรูปแบบด้วยกัน เช่น สมการถดถอยแบบเส้นตรง (Linear regression) จะใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรอิสระหนึ่งตัวกับตัวแปรตามหนึ่งตัว สำหรับสมการถดถอยแบบเส้นตรงพหุคูณ (Multiple linear regressions) จะใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรอิสระหลายตัวกับตัวแปรตามหนึ่งตัว [11-13] การวิเคราะห์สหสัมพันธ์และการถดถอยจะนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาสร้างสมการถดถอย วิธีที่นิยมนำมาใช้คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least square method) ข้อมูลที่ศึกษาในงานวิจัยนี้เกี่ยวข้องกับตัวแปรอิสระหลายตัวที่ส่งผลต่อตัวแปรตามเพียงตัวเดียว ดังนั้นสมการถดถอยที่จะใช้ก็คือสมการถดถอยแบบเส้นตรงพหุคูณซึ่งมีรูปแบบดังสมการที่ (1)

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_kX_k \tag{1}$$

เมื่อ Y คือ ตัวแปรตาม
 $X_1 - X_k$ คือ ตัวแปรอิสระ
 $a_0 - a_k$ คือ ค่าคงที่ซึ่งหาได้จากการแก้สมการที่ (2)

สมการ (1) เป็นสมการถดถอยแบบเส้นตรงพหุคูณ โดยทั่วไปแล้วความหมายของสมการถดถอยแบบเส้นตรงพหุคูณก็คือ สมการเส้นตรงที่ลากผ่านชุดข้อมูลที่ได้จากการทดลอง และใกล้เคียงกับชุดข้อมูลจากการทดลองให้มากที่สุดโดยมีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ด้วยการประยุกต์ใช้วิธีหาค่าเหมาะสม (Optimization) จะสามารถหาค่าคงที่ในสมการที่ (1) ซึ่งเป็นค่าคงที่ที่ทำให้สมการเส้นตรงพหุคูณในสมการที่ (1) มีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุดหรือมีความผิดพลาดเฉลี่ยต่ำสุด โดยสมการที่ใช้หาค่าคงที่นั้นจะอยู่ในรูปสมการเมทริกซ์ดังสมการที่ (2) โดยทั่วไปไม่มีวิธีแก้สมการที่ (2) เพื่อหาค่าคงที่ อยู่หลายวิธีด้วยกัน เช่น ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ ระเบียบวิธีของเกาส์-ซอร์ดอง ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยู ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล และระเบียบวิธีเมทริกซ์ผกผัน [14]

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{ki} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{ki} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{ki}X_{ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_{1i}Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_{2i}Y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki}Y_i \end{bmatrix} \tag{2}$$

เมื่อ n คือ จำนวนชุดข้อมูลที่จะนำมาสร้างสมการถดถอย
 X_{ki} คือ ค่าของตัวแปร X ตัวที่ k ใดๆ ซึ่งอยู่ในข้อมูลชุดที่ i
 Y_i คือ ค่าของตัวแปร Y ซึ่งอยู่ในข้อมูลชุดที่ i ใดๆ
 $a_0 - a_k$ คือ ค่าคงที่

2.4 ระเบียบวิธีถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมด (All possible regressions)

ระเบียบวิธีถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็นระเบียบวิธีที่ใช้หารูปแบบสมการถดถอยที่เหมาะสม ระเบียบวิธีนี้จะทำการสร้างสมการถดถอยโดยการเพิ่มตัวแปรอิสระเข้ามาในสมการถดถอยทีละตัวจนครบทุกตัว ดังนั้นจะมีรูปแบบสมการถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมดเท่ากับ 2^k รูปแบบ เมื่อ k คือจำนวนตัวแปรอิสระ โดยวิธีนี้จะทำการเลือกชุดตัวแปรอิสระที่เหมาะสมโดยพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ของการกำหนด (Coefficient of determination, R^2) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean square error, MSE) สำหรับการพิจารณาชุดตัวแปรที่เหมาะสมให้พิจารณาค่า MSE ก่อนโดยพิจารณาชุดตัวแปรที่มีค่า MSE ต่ำที่สุด จากนั้นจึงพิจารณาค่า R^2 ที่มีค่าสูงหรือใกล้เคียงกับค่าสูงสุด ซึ่งค่า R^2 และ MSE หาได้จากสมการที่ (3-6) [13] ด้วยวิธีนี้จะสามารถหารูปแบบสมการถดถอยที่เหมาะสมได้

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (3)$$

$$SSR = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 \quad (4)$$

$$SST = \sum (Y - \bar{Y})^2 \quad (5)$$

$$MSE = \frac{SSE}{n - k - 1} \quad (6)$$

เมื่อ SSR คือ Regression sum square

SST คือ Total sum square

SSE คือ Sum square error = SST-SSR

\hat{Y} คือ ค่า Y ที่ประมาณได้จากสมการถดถอย

Y คือ ค่า Y ของข้อมูลที่น่ามาสร้างสมการถดถอย

\bar{Y} คือ ค่าเฉลี่ยของ Y

2.5 การวิเคราะห์สหสัมพันธ์และการถดถอยของไฮโดรไซโคลน

มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้การวิเคราะห์สหสัมพันธ์และการถดถอยมาสร้างสมการเพื่อใช้ทำนายค่าความดันลดในไฮโดรไซโคลนอยู่หลายงานวิจัยด้วยกัน Bradley [2], Gelder [3] และ Trawinski [4] ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ของอัตราการไหลเข้ากับความดันลดภายในไฮโดรไซโคลนดังสมการที่ (7)

$$\Delta P = CQ_f^2 \quad (7)$$

เมื่อ ΔP คือ ความดันลดภายในไฮโดรไซโคลน

Q_f คือ อัตราการไหลที่ช่องทางเข้าไฮโดรไซโคลน

C คือ ค่าคงที่

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยของ Dahlstrom [7] ซึ่งเสนอรูปแบบสมการที่แตกต่างกับสมการที่ (7) โดยมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนของไฮโดรไซโคลนปรากฏอยู่ในสมการทำนายอัตราการไหลด้วยดังแสดงในสมการที่ (8)

$$\Delta P = \frac{2.4 \times 10^{-3} Q_f}{(D_i D_o)^{1.8}} \quad (8)$$

เมื่อ D_i คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางทางเข้าไฮโดรไซโคลน

D_o คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางทางออกด้านบนไฮโดรไซโคลน

ต่อมา Plitt [5] ได้เสนอตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนไฮโดรไซโคลนเพิ่มมากขึ้นในสมการ โดยรูปแบบสมการจะมีความซับซ้อนมากกว่าสมการของ Dahlstrom [7] ดังแสดงในสมการที่ (9)

$$\Delta P = \frac{131 Q_f^{1.78} \exp(0.55 C_v)}{D_c^{0.37} D_i^{0.94} h^{0.28} (D_u^2 + D_i^2)} \quad (9)$$

เมื่อ C_v คือ ร้อยละความเข้มข้นของของแข็งในของเหลวโดยปริมาตร

D_c คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางไฮโดรไซโคลน

h คือ ระยะที่วัดจากปลายด้านล่าง Vortex finder ถึงทางออกด้านล่าง

D_u คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางทางออกด้านล่าง

นอกจากนี้ Rouse et. al. [6] ได้เสนอตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนของไฮโดรไซโคลนเช่นกันดังสมการที่ (10)

$$\Delta P = \left((5.4 \times 10^{-6} Q_f^2) + 1 \right) (D_c / D_o)^{1.6} \quad (10)$$

3. ระเบียบวิธีวิจัย

3.1 อุปกรณ์ในการทดลอง

ในการทดลองจะใช้ไฮโดรไซโคลอนที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 50 มิลลิเมตร โดยไฮโดรไซโคลอนที่ใช้ นั้น

สร้างตามอัตราส่วนขนาดของ Wongsarivej et. al. [15] ซึ่งแสดงในตารางที่ 1 และชุดทดลองไฮโดรไซโคลอนที่ใช้ทำการทดลองแสดงในรูปที่ 2

ตารางที่ 1 อัตราส่วนขนาดต่างๆ ของไฮโดรไซโคลอนที่ใช้ในการทดลอง

D_i/D_c	D_o/D_c	D_u/D_c	l/D_c	L/D_c	Cone angle ($^{\circ}$)
0.2	0.16	0.2	1.0	7.68	7.68

- เมื่อ D_c คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางไฮโดรไซโคลอน
- D_i คือ ขนาดช่องทางเข้าไฮโดรไซโคลอน
- D_o คือ ขนาดช่องทางออกด้านบนไฮโดรไซโคลอน
- l คือ ความยาวช่องทางออกด้านบนไฮโดรไซโคลอน
- D_u คือ ขนาดช่องทางออกด้านล่างไฮโดรไซโคลอน
- L คือ ความยาวทั้งหมดของไฮโดรไซโคลอน

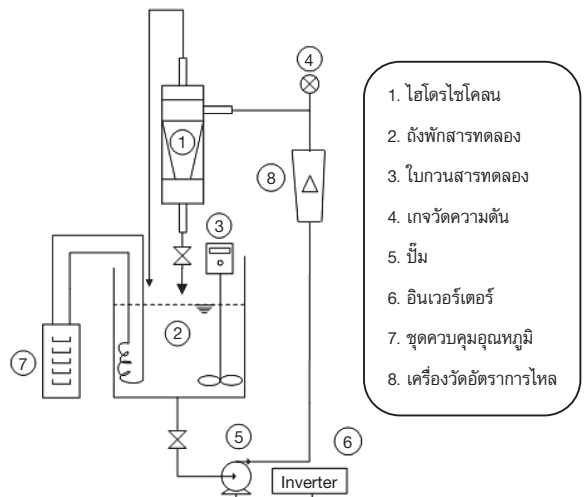


รูปที่ 2 ชุดทดลองไฮโดรไซโคลอน

3.2 แผนภาพชุดทดลอง

สำหรับแผนภาพของชุดทดลองที่ใช้ในการทดลองแสดงในรูปที่ 3 โดยการทดลองเริ่มจากบ่ิมจะดูดสารทดลองจากถังพัก บ่ิมสามารถปรับอัตราการไหลได้โดย

ปรับกระแสไฟฟ้าที่อินเวอร์เตอร์จ่ายให้กับบ่ิม เมื่อสารทดลองไหลออกจากบ่ิมแล้วจะไหลไปตามท่อและเข้าสู่ทางเข้าของไฮโดรไซโคลอน ซึ่งบริเวณท่อก่อนถึงทางเข้าไฮโดรไซโคลอนได้ติดตั้งเกจวัดความดัน และเครื่องวัดอัตราการไหล เมื่อของผสมเข้าสู่ทางเข้าไฮโดรไซโคลอนจะเกิดการแยก สารทดลองจะไหลออกทางช่องทางออกด้านบนและช่องทางออกด้านล่าง ซึ่งปลายท่อทั้งสองต่อกับท่อสายยางเพื่อให้ไหลลงถึงพัก นอกจากนี้ในถังพักมีการควบคุมอุณหภูมิของสารทดลองให้อยู่ที่ 30 องศาเซลเซียสติดตั้งใบกวนเพื่อกวนผสมสารทดลองให้กระจายอย่างสม่ำเสมอ ในการทดลองใช้ดินที่มีขนาดเล็กกว่า 1 มิลลิเมตร และมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 12 ไมโครเมตรผสมอยู่กับน้ำอ้อยที่มีความหวาน 15 Brix เป็นสารทดลอง



รูปที่ 3 รายละเอียดต่างๆ ของชุดทดลองไฮโดรไซโคลอน

3.3 วิธีการทดลอง

ในการเตรียมสารทดลองประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 การเตรียมดินที่ใช้ในการทดลองทำได้โดยนำดินที่จะทดลองไปอบที่อุณหภูมิ 100 องศาเซลเซียส นาน 24 ชั่วโมงเพื่อไล่ความชื้น จากนั้นนำมาบดให้มีขนาดเล็กกลงก่อนนำเข้าสู่เครื่องร่อนคัดขนาด 18 mesh เพื่อแยกเอาดินเฉพาะที่มีขนาดเล็กกว่า 1 มิลลิเมตร ขั้นตอนที่ 2 การเตรียมน้ำตาลทรายดิบ ทำโดยนำน้ำตาลทรายดิบเข้าอบที่อุณหภูมิ 70 องศาเซลเซียส นาน 24 ชั่วโมงเพื่อไล่ความชื้นออกให้หมด ขั้นตอนที่ 3 การเตรียมน้ำอ้อยสังเคราะห์ นำน้ำตาลทรายดิบที่ผ่านการอบแล้วมาชั่งน้ำหนักให้ได้ 1.059 กิโลกรัม ผสมกับน้ำ 6 ลิตรในถังทดลอง เปิดเครื่องกวนให้น้ำตาลทรายดิบละลายจนหมด จะได้น้ำอ้อยสังเคราะห์ที่มีความหวาน 15 Brix ขั้นตอนที่ 4 การเตรียมน้ำอ้อยสังเคราะห์โดยผสมดินในปริมาณต่างๆ คือ ดินร้อยละ 25 และ 30 โดย

น้ำหนัก ให้ผสมดินลงไปใต้น้ำอ้อยสังเคราะห์ปริมาณ 0.1440 0.3715 และ 3.0252 กิโลกรัม ตามลำดับ จากนั้นเปิดเครื่องกวนที่ความเร็วรอบ 480 รอบต่อนาที เพื่อกวนให้ดินกระจายแขวนลอยอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งเป็นการจำลองลักษณะสมบัติของสารทดลองให้ใกล้เคียงกับน้ำอ้อยที่มีดินปนอยู่

ในการศึกษาผลของตัวแปรต่างๆ ที่ส่งผลต่อความดันลดนั้นจะทำการทดลองโดยเริ่มจากเปิดสวิทช์ปั๊มให้ระบบทำงาน เมื่อระบบทำงานแล้วให้จดบันทึกค่าความดันที่อ่านได้จากเกจวัดความดัน จากนั้นทำการเปลี่ยนเงื่อนไขการทดลองซึ่งในการทดลองแต่ละครั้งมีการปรับเปลี่ยนอัตราการไหลเข้า ขนาดช่องทางเข้า ขนาดช่องทางออกด้านบน ขนาดช่องทางออกด้านล่าง และร้อยละความเข้มข้นของของแข็งในของเหลวโดยปริมาตร ในการทดลองทุกครั้ง ซึ่งรายละเอียดช่วงที่ได้ทำการทดลองได้แสดงไว้ในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ตัวแปรต่างๆ ที่มีการปรับเปลี่ยนในการทดลอง

D_i (mm)	D_o (mm)	D_c (mm)	Q_f (m ³ /hr)	C_v (%w/v)
9-11	8-9	2.5-10	1-2	2-30

4. ผลการวิจัยและการวิเคราะห์ผลการทดลอง

เมื่อนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาทำการหาค่า R^2 และค่า MSE โดยใช้สมการที่ (3-6) โดยใช้รูปแบบสมการถดถอยทั้งหมดที่เป็นไปได้ ในงานวิจัยนี้มีจำนวนตัวแปรอิสระที่ทำการศึกษาอยู่ 5 ตัวแปร ($k = 5$) ได้แก่ D_u, D_i, D_o, Q_f และ C_v ดังนั้นจะมีชุดสมการทั้งหมดที่เป็นไปได้ $2^5 = 32$ ชุด (รวมกรณีที่ไม่มีตัวแปรอิสระอยู่ด้วย) โดยการเพิ่มตัวแปรอิสระเข้ามาครั้งละหนึ่งตัวในสมการถดถอย ด้วยวิธีถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมดผลที่ได้แสดงดังตารางที่ 3 โดยในตารางที่ 3 กำหนดให้ X_1 คือ D_u , X_2 คือ D_i , X_3 คือ D_o , X_4 คือ Q_f , X_5 คือ C_v จากนั้นนำข้อมูลในตารางที่ 3 มาสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า MSE และจำนวนตัวแปรอิสระจะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 4 เมื่อพิจารณารูปที่ 4 ชุดตัวแปรอิสระที่มีค่า MSE ต่ำมี 5 ชุดคือ ชุดตัวแปรอิสระ (X_4) (X_1, X_4) (X_1, X_3, X_4) (X_1, X_2, X_3, X_4) และ (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) ซึ่ง

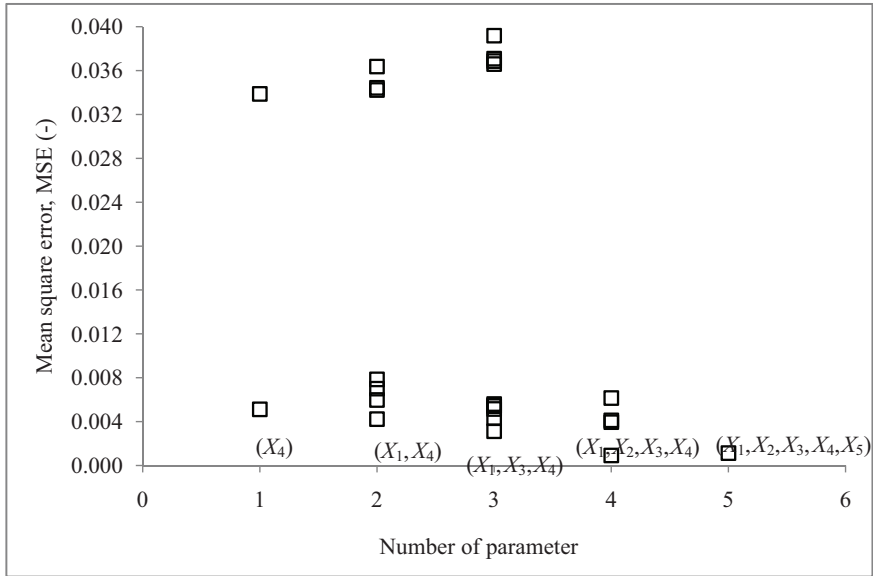
มีค่า MSE เท่ากับ 0.0051 0.0042 0.0031 0.0009 และ 0.0011 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าค่า MSE ของชุดตัวแปรอิสระเหล่านี้จะมีค่าลดน้อยลงเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้น ชุดตัวแปรอิสระที่มีค่า MSE ต่ำที่สุดคือ (X_1, X_2, X_3, X_4) และมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อเพิ่มตัวแปรอิสระตัวที่ 5 เข้ามาซึ่งก็คือชุดตัวแปร (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) และเมื่อนำข้อมูลในตารางที่ 3 มาสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า R^2 และจำนวนตัวแปรอิสระจะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 5 เมื่อพิจารณารูปที่ 5 ชุดตัวแปรอิสระที่มีค่า R^2 สูงมี 5 ชุดคือ ชุดตัวแปรอิสระ (X_4) (X_1, X_4) (X_1, X_3, X_4) (X_1, X_2, X_3, X_4) และ (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) ซึ่งมีค่า R^2 เท่ากับ 0.8125 0.8512 0.8731 0.9802 และ 0.9852 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าค่า R^2 ของชุดตัวแปรอิสระเหล่านี้จะมีค่าเพิ่มมากขึ้นเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น ชุดตัวแปรอิสระที่มีค่า R^2 สูงคือ (X_1, X_2, X_3, X_4) และ (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) โดยที่ค่า R^2 ของชุดตัวแปรอิสระใด

ยังมีค่าสูงก็จะทำให้สมการที่สร้างจากชุดตัวแปรอิสระนั้นสามารถทำนายค่าตัวแปรตามได้ถูกต้องยิ่งขึ้น ซึ่งชุดตัวแปรอิสระ (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) มีค่า R^2 สูงกว่าชุดตัวแปรอิสระ (X_1, X_2, X_3, X_4) อยู่เล็กน้อย ซึ่งจะเห็นได้ว่าการเพิ่ม

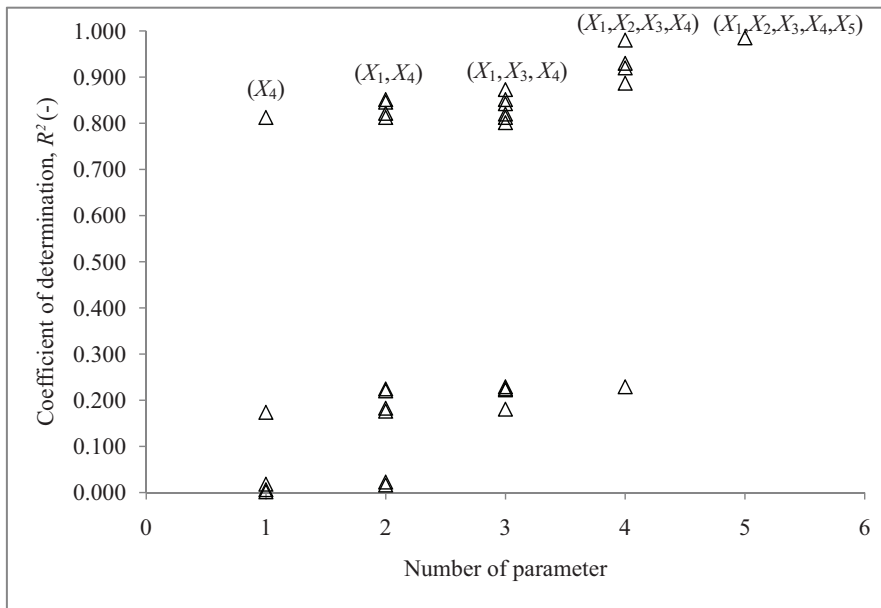
ตัวแปรอิสระเข้ามาอีก 1 ตัวส่งผลให้ค่า R^2 เพิ่มขึ้นอีกเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ฉะนั้นจึงไม่มีความจำเป็นที่จะต้องใส่ตัวแปรอิสระทั้ง 5 ตัว โดยใช้ตัวแปรอิสระ 4 ตัวก็เพียงพอแล้ว

ตารางที่ 3 รูปแบบตัวแปรอิสระในสมการถดถอยซึ่งให้ค่า R^2

ชุดตัวแปรอิสระ	จำนวนตัวแปรอิสระ (ตัว)	R^2	MSE
-	0	0	0.03800
X_1	1	0.0014	0.04094
X_2	1	0.1737	0.03388
X_3	1	0.0181	0.04026
X_4	1	0.8125	0.00513
X_5	1	0.0061	0.06153
X_1, X_2	2	0.1828	0.07216
X_1, X_3	2	0.0226	0.04315
X_1, X_4	2	0.8512	0.00423
X_1, X_5	2	0.0162	0.05232
X_2, X_3	2	0.2245	0.03424
X_2, X_4	2	0.8216	0.00701
X_2, X_5	2	0.2201	0.03444
X_3, X_4	2	0.8125	0.00786
X_3, X_5	2	0.1761	0.03637
X_4, X_5	2	0.8457	0.00598
X_1, X_2, X_3	3	0.2291	0.03687
X_1, X_2, X_4	3	0.8200	0.00515
X_1, X_2, X_5	3	0.2225	0.03660
X_1, X_3, X_4	3	0.8731	0.00313
X_1, X_3, X_5	3	0.1807	0.03919
X_1, X_4, X_5	3	0.8423	0.00431
X_2, X_3, X_4	3	0.8013	0.00542
X_2, X_3, X_5	3	0.2245	0.03709
X_2, X_4, X_5	3	0.8512	0.00561
X_3, X_4, X_5	3	0.8125	0.00547
X_1, X_2, X_3, X_4	4	0.9802	0.00092
X_1, X_2, X_3, X_5	4	0.2291	0.04023
X_1, X_2, X_4, X_5	4	0.9200	0.00395
X_1, X_3, X_4, X_5	4	0.9300	0.00412
X_2, X_3, X_4, X_5	4	0.8867	0.00615
X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	5	0.9852	0.00114



รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า MSE และจำนวนตัวแปรอิสระ



รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า R^2 และจำนวนตัวแปรอิสระ

4.1 การเลือกรูปแบบชุดตัวแปรอิสระที่เหมาะสม

การพิจารณาเลือกชุดตัวแปรอิสระที่เหมาะสมจะพิจารณาจากค่า MSE ก่อนโดยเลือกชุดตัวแปรอิสระที่มีค่า MSE ต่ำที่สุดซึ่งก็คือ ชุดตัวแปรอิสระ (X_1, X_2, X_3, X_4) จากนั้นจึงค่อยพิจารณาค่า R^2 ที่มีค่าสูงสุดหรือใกล้เคียงกับค่าสูงสุดซึ่งชุดตัวแปรอิสระ (X_1, X_2, X_3, X_4) นั้นมีค่า R^2 ใกล้เคียงกับค่าสูงที่สุดและสังเกตว่าการเพิ่มตัวแปร X_5 เข้ามาทำให้ค่า R^2 สูงขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้นดังนั้นเมื่อพิจารณาทั้งค่า MSE และค่า R^2 แล้วจะเห็นได้ว่าชุดตัวแปรอิสระ (X_1, X_2, X_3, X_4) นั้นเป็นชุดตัวแปรที่มีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้สร้างสมการถดถอยนั่นเอง

4.2 การสร้างสมการถดถอยจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

ดังที่ได้กล่าวไปแล้วในงานวิจัยนี้มีตัวแปรอิสระที่ศึกษาอยู่ 5 ตัวแปรด้วยกันคือ D_u, D_i, D_o, Q_f และ C_v ซึ่งจากการทดลองข้อมูลของตัวแปรอิสระนี้สัมพันธ์กันในรูปแบบสมการกำลังดังสมการที่ (11)

$$\Delta P = K_1 D_u^{n_1} D_i^{n_2} D_o^{n_3} Q_f^{n_4} \exp(n_5 C_v) \tag{11}$$

และจากชุดตัวแปรที่มีความเหมาะสมนั้นไม่มีตัวแปร C_v รวมอยู่ด้วยหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือผลของ C_v ที่มีต่อความดันลดนั้นมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับตัวแปรอิสระตัวอื่นๆ ดังนั้นจึงทำให้สมการที่ (11) ลดรูปเป็น

$$\Delta P = K_1 D_u^{n_1} D_i^{n_2} D_o^{n_3} Q_f^{n_4} \tag{12}$$

หรือเมื่อเขียนตัวแปรที่ทำการศึกษาในสมการที่ (12) ให้อยู่ในรูปตัวแปร X และ Y จะได้ดังสมการที่ (13)

$$Y = K_1 X_1^{n_1} X_2^{n_2} X_3^{n_3} X_4^{n_4} \tag{13}$$

จากข้อมูลที่ได้จากการทดลองหลายครั้งสามารถนำมาใช้ในการสร้างสมการถดถอยได้โดยใช้รูปแบบสมการถดถอยแบบเส้นตรงพหุคูณซึ่งมีรูปแบบดังสมการที่ (1) และเมื่อเขียนตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยให้อยู่ในรูปแบบสมการที่ (1) จะได้

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4 \tag{14}$$

จะเห็นว่ารูปแบบสมการถดถอยแบบเส้นตรงพหุคูณตามสมการที่ (14) ซึ่งเป็นรูปแบบสมการที่ใช้ในการสร้างสมการถดถอย กับรูปแบบสมการที่ (13) ซึ่งเป็นรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรในงานวิจัยนี้ไม่ได้อยู่ในรูปแบบเดียวกันดังนั้นจึงต้องมีการแปลงรูปแบบสมการที่ (13) ให้อยู่ในรูปแบบสมการถดถอยเส้นตรงพหุคูณดังสมการที่ (14) ก่อนโดยการประยุกต์ลอการิทึมเข้าไปทั้งสองข้างของสมการที่ (13) จะได้สมการที่ (15)

$$\log(Y) = \log(K_1) + n_1 \log(X_1) + n_2 \log(X_2) + n_3 \log(X_3) + n_4 \log(X_4) \tag{15}$$

สำหรับการหาค่าคงที่ K_1 และ n_1-n_4 ในสมการที่ (15) นั้นจะใช้สมการที่ (2) ซึ่งเมื่อแทนตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องลงในสมการที่ (2) จะได้รูปแบบดังสมการที่ (16) จากนั้นจึงทำการแก้สมการที่ (16) เพื่อหาค่า a_0-a_4 และใช้วิธีการเทียบสัมประสิทธิ์ เพื่อหาค่า K_1 และ n_1-n_4 โดยจากการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ $K_1 = 10^{a_0}$, $n_1 = a_1$, $n_2 = a_2$, $n_3 = a_3$ และ $n_4 = a_4$

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_1 & \sum_{i=1}^n X_2 & \sum_{i=1}^n X_3 & \sum_{i=1}^n X_4 & a_0 \\ \sum_{i=1}^n X_1 & \sum_{i=1}^n X_1 X_1 & \sum_{i=1}^n X_1 X_2 & \sum_{i=1}^n X_1 X_3 & \sum_{i=1}^n X_1 X_4 & a_1 \\ \sum_{i=1}^n X_2 & \sum_{i=1}^n X_1 X_2 & \sum_{i=1}^n X_2 X_2 & \sum_{i=1}^n X_2 X_3 & \sum_{i=1}^n X_2 X_4 & a_2 \\ \sum_{i=1}^n X_3 & \sum_{i=1}^n X_1 X_3 & \sum_{i=1}^n X_2 X_3 & \sum_{i=1}^n X_3 X_3 & \sum_{i=1}^n X_3 X_4 & a_3 \\ \sum_{i=1}^n X_4 & \sum_{i=1}^n X_1 X_4 & \sum_{i=1}^n X_2 X_4 & \sum_{i=1}^n X_3 X_4 & \sum_{i=1}^n X_4 X_4 & a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n Y \\ \sum_{i=1}^n X_1 Y \\ \sum_{i=1}^n X_2 Y \\ \sum_{i=1}^n X_3 Y \\ \sum_{i=1}^n X_4 Y \end{bmatrix} \tag{16}$$

4.3 ผลการทำนายค่าความดันลดโดยใช้สมการถดถอย

เมื่อนำข้อมูลในชุดตัวแปรอิสระ (X_1, X_2, X_3, X_4) มาทำการสร้างสมการถดถอย และแทนค่าต่างๆ จากการทดลองลงในสมการที่ (16) เพื่อหาค่าคงที่ a_0-a_4 จะได้สมการที่อยู่ในรูปของเมทริกซ์ 5x5 ดังแสดงในสมการที่ (17)

$$\begin{bmatrix} 16.00 & -35.958 & -32.054 & -33.295 & -55.559 \\ -35.95 & 81.835 & 72.024 & 74.888 & 125.001 \\ -32.054 & 72.024 & 64.228 & 66.701 & 111.290 \\ -33.295 & 74.888 & 66.701 & 69.293 & 115.617 \\ -55.559 & 125.001 & 111.290 & 115.617 & 193.093 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 77.345 \\ -173.851 \\ -154.985 \\ -160.960 \\ -268.292 \end{bmatrix} \quad (17)$$

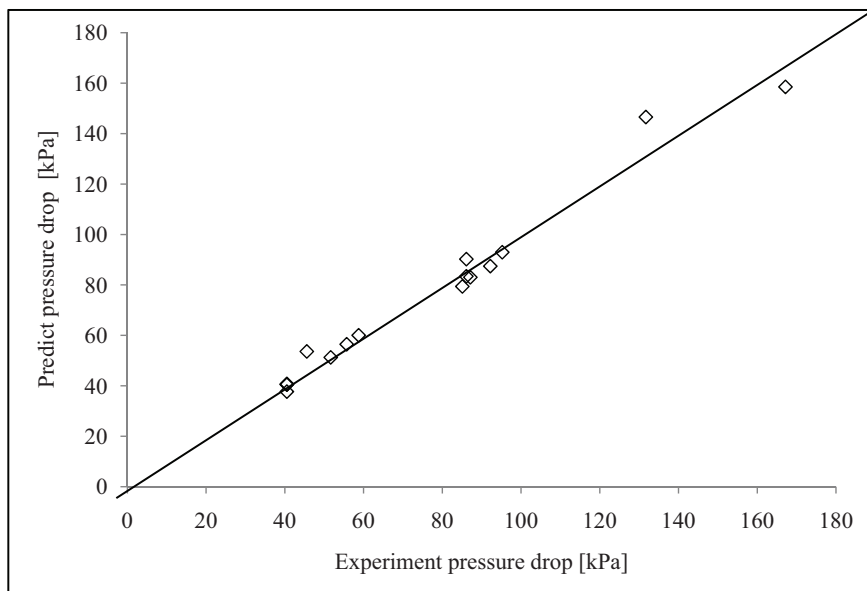
จากนั้นทำการแก้สมการเพื่อหาค่า a_0 - a_4 โดยในงานวิจัยนี้ได้ใช้ระเบียบวิธีเมทริกซ์ผกผันในการแก้สมการ [12,14] และได้ค่า a_0 - a_4 ดังสมการที่ (18)

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.140 \\ -0.335 \\ -0.032 \\ 0.636 \\ 1.958 \end{bmatrix} \quad (18)$$

หลังจากใช้ระเบียบวิธีเมทริกซ์ผกผันจะได้ค่าคงที่ a_0 - a_4 คือ $a_0 = 12.140$, $a_1 = -0.335$, $a_2 = -0.032$, $a_3 = 0.636$ และ $a_4 = 1.958$ ดังแสดงในสมการที่ (18) ซึ่งจากค่า a_0 - a_4 ที่ได้นี้เมื่อนำมาเทียบสัมประสิทธิ์เพื่อหาค่า K_1 และ n_1 - n_4 จะได้ค่าคงที่ $K_1 = 1.382 \times 10^{12}$, $n_1 = -0.335$, $n_2 = -0.032$, $n_3 = 0.636$ และ $n_4 = 1.958$ และเมื่อแทนค่าของค่าคงที่ที่หาได้ลงในสมการที่ (12) จะได้รูปแบบสมการถดถอยที่ใช้ทำนายค่าความดันลดได้ดังสมการที่ (19)

$$\Delta P = \frac{1.382 \times 10^{12} D_o^{0.636} Q_f^{1.958}}{D_u^{0.335} D_f^{0.032}} \quad (19)$$

จากสมการที่ (19) จะพบว่าผลของตัวแปร D_u , D_f และ Q_f จะมีลักษณะคล้ายกับสมการที่ (9) แต่ในสมการที่ (19) นี้จะมีผลของ D_o ที่มีอิทธิพลต่อความดันลดเพิ่มขึ้นมาในสมการด้วย และในสมการที่ (19) จะไม่มีผลของ D_c เนื่องจากในงานวิจัยนี้มีการใช้ไฮโดรไซโคลขนาด 50 มิลลิเมตรเพียงขนาดเดียวในการทดลองเท่านั้น และเมื่อนำสมการที่ได้ไปใช้ทำนายค่าความดันลดที่ได้จากการทดลอง และสร้างกราฟเปรียบเทียบกับค่าที่ทำนายได้จากสมการ ผลที่ได้แสดงในรูปที่ 6 จากรูปที่ 6 เมื่อนำสมการถดถอยที่สร้างได้มาใช้ในการทำนายค่าความดันลด และสร้างกราฟเปรียบเทียบกับค่าความดันลดที่ได้จากการทดลอง จะเห็นได้ว่าค่าสมการถดถอยที่สร้างมานั้นสามารถทำนายค่าความดันลดได้ใกล้เคียงกับค่าความดันลดที่ได้จากการทดลอง นอกจากนี้จากรูปที่ 6 ยังพบว่าค่าความดันลดที่ได้จากการทำนายและจากการทดลองมีค่าใกล้เคียงกันในช่วงความดันตั้งแต่ 40-100 กิโลปาสกาล และมีความคลาดเคลื่อนมากขึ้นเมื่อความดันลดมีค่าสูงขึ้นโดยมีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยเท่ากับ ± 4.5 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 6 ค่าความดันลดที่ได้จากสมการถดถอยและค่าความดันลดที่ได้จากการทดลอง

5. สรุปผลและอภิปรายผล

จากการหาค่าตัวแปรที่ส่งผลกระทบต่อความดันลดโดยใช้ระเบียบวิธีทดลองที่เป็นไปได้ทั้งหมดจะเห็นได้ว่าชุดตัวแปรอิสระ (X_1, X_2, X_3, X_4) หรือ (D_u, D_i, D_o, Q_f) เป็นชุดตัวแปรอิสระที่มีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้เป็นข้อมูลเพื่อสร้างสมการทดลองได้ ซึ่งเมื่อพิจารณาจากค่าเลขยกกำลังของตัวแปรอิสระแต่ละตัวแล้วจะได้ค่าเลขยกกำลังโดยเรียงลำดับจากค่ามากไปค่าน้อยคือ $Q_f > D_o > D_u > D_i$ ความหมายทางกายภาพของเลขยกกำลังในที่นี้คือ ตัวแปรที่มีเลขยกกำลังมากจะส่งผลกระทบต่อความดันลดมากกว่าตัวแปรที่มีเลขยกกำลังน้อย ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อความดันลดภายในไฮโดรไซโคลนเรียงลำดับจากมากไปน้อยคือ $Q_f > D_o > D_u > D_i$ และเมื่อนำค่าความดันลดที่ทำนายได้จากสมการทดลองและค่าที่ได้จากการทดลองมาสร้างกราฟเปรียบเทียบกันพบว่าค่าทั้งสองมีค่าใกล้เคียงกัน ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าสมการทดลองที่สร้างได้นี้สามารถใช้ทำนายค่าความดันลดที่เกิดของในไฮโดรไซโคลนได้อย่างถูกต้องแม่นยำ

6. ข้อเสนอแนะ

ในการทดลองเพื่อหาสมการสหสัมพันธ์และสร้างสมการทดลองนั้น เพื่อให้ได้ผลที่ถูกต้องควรมีการทดลองเก็บค่าและทำซ้ำหลายๆครั้ง นอกจากนี้ควรทำการทดลองโดยใช้ไฮโดรไซโคลนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางอื่นๆด้วย เพื่อจะได้มีพจน์ของ D_c ปรากฏอยู่ในสมการที่ (19) ซึ่งจะทำให้ให้สมการที่ (19) มีความสมบูรณ์เพิ่มมากยิ่งขึ้น และสามารถประยุกต์ใช้งานได้กว้างขึ้น

7. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณศูนย์เทคโนโลยีโลหะวัสดุแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ ที่เอื้อเฟื้อเครื่องวัดขนาดอนุภาคในงานวิจัยครั้งนี้

8. เอกสารอ้างอิง

1. Heiskanen, K., 1993, Particle Classification, Chapman&Hall, London.
2. Bradley, D., 1965, The Hydrocyclone, Pergamon Press, London.

3. Gelder, A.L., 1952, "Model Tests with Hydrocyclones", *Proc. 8th Int. Congr. Theor. and Appl. Math.*, pp. 47-52.

4. Trawinski, H., 1958, "Naherungssatze zur Berechnung Wichtige. Betriebsdaten fur Hydrocyclone und Zentrifugen", *Chem. Ing. Tech.*, Vol. 30, pp. 85-95.

5. Plitt, L.R., 1976, "A Mathematical Model of the Hydrocyclone Classifier", *CIM Bull*, Vol. 69, pp. 114-123.

6. Rouse, B.D., Clayton, J.S., and Brooker, G.F., 1987, "Confirmation of Modeling Techniques for Small Diameter Cyclones", *Proceedings of the 3rd International Conference on Hydrocyclones.*, pp. 7-20.

7. Dahlstrom, D.A., 1949, "Cyclone Operation Factors and Capacities on Coal Refuse Slurries", *Trans. AIME*, Vol. 184, pp. 31-44.

8. Phongphay, T., and Buranathiti, T., 2008, "Finite Element Simulation of Ballistic Impact from Small Arm Bullet: A Case Study of 9mm Parabellum Bullets on AISI1080, AA1100 and AA5083", *KMUTT Research and Development Journal*, Vol. 4, pp. 823-845. (in Thai)

9. Juditprasert, C., Tangduangdee, C., and Siritwatanayotin, S., 2008, "Simulation of Food Freezing: Effects of Air Temperature and Velocity", *KMUTT Research and Development Journal*, Vol. 4, pp. 823-845. (in Thai)

10. Munson, R., Young, F., Okiishi, H., 2005, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 5th Edition, John Wiley&Sons.

11. Pharnichwongs, V., 2003, *Regression Analysis*, 2nd Edition, King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok Press, Bangkok, Thailand. (in Thai)

12. Taesombat, S., 2005, *Regression Analysis*, 2nd Edition, Kasetsart University Press, Bangkok, Thailand. (in Thai)

13. Supmonchai, S., 2002, Regression Analysis (in Thai) in Business, Pinkao Press, Bangkok, Thailand. (in Thai)
14. Dechaumphai, P., and Wansophaark, N., 2010, Numerical Method in Engineering, 7th Edition, Chulalongkorn University Press, Bangkok, Thailand.
15. Wongsarivej, P., Tanthapanichaknno, W., and Yoshida, H., 2005, "Classification of Silica Fine Particles Using a Novel Electric Hydrocyclone", *Science and Technology of Advance Materials*, Vol. 6, pp. 364-369.

