

ผลกระทบของความไม่เป็นเชิงเส้นของวัสดุต่อการโก่งตัวมากของคานยื่น ที่ทำจากวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิกภายใต้แรงดึงรั้งจากเคเบิล

พีรสิทธิ์ มหาสุวรรณชัย¹ ชัยณรงค์ อธิสกุล² สมชาย ชูชีพสกุล³

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี บางมด พุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140

และ บุญชัย ผึ้งไผ่งาม⁴

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ถนนรังสิต-นครนายก (คลองหก) ธัญบุรี ปทุมธานี 12110

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอการโก่งตัวมากของคานยื่นที่ทำจากวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก โดยพิจารณาผลของความไม่เป็นเชิงเส้น ทั้งทางเรขาคณิตและความไม่เป็นเชิงเส้นของวัสดุ คานรับแรงกระทำที่ปลายคานจากสายเคเบิลที่ดึงรั้ง โดยสายเคเบิลจะดึงรั้งปลายคานผ่านจุดยึดหมุดที่กำหนดให้มีตำแหน่งอยู่ใต้ฐานรองรับแบบยึดแน่นของคาน ทั้งนี้ใช้หลักการของวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิกเพื่อหาความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นของโมเมนต์ดัดและค่าความโค้ง โดยการสร้างสมการครอบคลุมปัญหาขึ้นจากการพิจารณาสมมูลของคาน และความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตของชิ้นส่วนย่อยของคาน รวมถึงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและค่าความโค้ง การหาคำตอบเชิงตัวเลขของสมการอาศัยระเบียบวิธีการยิงเป้า ผลการศึกษาพบว่า การเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ของวัสดุ n และ ε_0 มีผลต่อระยะการโก่งตัวและแรงที่กระทำ ทั้งนี้แสดงพฤติกรรมระยะการโก่งตัวมากของคานยื่นที่มีผลมาจากวัสดุที่ไม่เป็นเชิงเส้นในรูปกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงและระยะการเคลื่อนที่

คำสำคัญ : การโก่งตัวมาก / คานปลายยื่น / เจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก / วิธีการยิงเป้า / วัสดุไม่เป็นเชิงเส้น

* Corresponding Author : chainarong.ath@kmutt.ac.th

¹ นักศึกษาปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

² ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

³ ศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

⁴ อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

Effect of Material Nonlinearity on the Large Deflections of Cantilever Beam made of Generalized Ludwick Material Subjected to Tension from a Guyed Cable

Peerasit Mahasuwanchai¹ Chainarong Athisakul^{2*} Somchai Chucheeepsakul³

King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod, Thungkru, Bangkok 10140

and Boonchai Phungpaingam⁴

Rajamangala University of Technology Thanyaburi, Rangsit-Nakhonnayok Rd. (Klong 6),
Thanyaburi, Pathum Thani 12110

Abstract

This research aims to present large deflections of a cantilever beam made of a Generalized Ludwick material. Both geometric and material nonlinearities are considered. The beam is subject to the tension from a guyed cable. The guyed cable is attached from the free end of the beam and passes through a pin support, which is located under a fixed end of the beam. The Generalized Ludwick constitutive law is employed to derive the nonlinear moment curvature relation. The governing equations of this problem are formulated by considering the equilibrium of the beam, the geometric relations of a beam segment and the moment curvature relation. The shooting method is employed to obtain the numerical solutions. The results show that changes in the nonlinear material constants n and ε_0 have a significant effect on the large displacements and their corresponding applied loads. The load displacement diagrams are illustrated to explain the effect of material nonlinearity on the large displacement behavior of the cantilever beam.

Keywords : Cantilever Beam / Generalized Ludwick / Large Deflection / Nonlinear Material / Shooting Method

* Corresponding Author : chainarong.ath@kmutt.ac.th

¹ Master of Engineering Student, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.

² Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.

³ Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.

⁴ Lecturer, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.

1. บทนำ

ที่มาและความสำคัญ

การวิเคราะห์โครงสร้างโดยทั่วไปอยู่บนพื้นฐานและหลักการตามทฤษฎีที่เป็นเชิงเส้นโดยกำหนดสมมติฐานให้โครงสร้างที่นำมาวิเคราะห์มีการแอ่นตัวหรือโก่งตัวน้อยมาก และสมบัติของวัสดุอยู่ภายใต้กฎของฮุก กล่าวคือความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดมีลักษณะเป็นเส้นตรงในช่วงยืดหยุ่น (Elastic)

ในปัจจุบันเทคโนโลยีทางด้านวัสดุวิศวกรรมและเทคโนโลยีการก่อสร้างได้มีการพัฒนาไปอย่างมาก ดังนั้นโครงสร้างสมัยใหม่จึงสามารถมีองค์ประกอบที่สลับซับซ้อนเพิ่มขึ้นได้ ซึ่งในกรณีที่โครงสร้างมีความซับซ้อนสูง การพิจารณาการโก่งตัวมากของคานหรือการพิจารณาถึงความไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิตเป็นสิ่งจำเป็น นอกจากนี้ในกรณีที่วัสดุที่นำมาใช้เป็นวัสดุพิเศษที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดในช่วงยืดหยุ่นมีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยทฤษฎีเชิงเส้นจะไม่สามารถทำได้ ดังนั้นการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นเรขาคณิตร่วมกับความไม่เป็นเชิงเส้นในด้านวัสดุจึงเป็นเรื่องที่น่าสนใจ ตัวอย่างของปัญหานี้ที่สามารถนำไปใช้งานจริงได้ ได้แก่ การวิเคราะห์โครงสร้างที่มีการยึดรั้งด้วยสายเคเบิล เช่น โครงสร้างสะพานซิง สะพานสายเคเบิล อาคารโดม อาคารสนามกีฬาขนาดใหญ่ และเสาอาคารสื่อสารโทรคมนาคม เป็นต้น

การศึกษาปัญหาการโก่งตัวมากของโครงสร้างในอดีตเริ่มต้นจากปัญหาการโก่งตัวของคานยื่นและคานช่วงเดียวอย่างง่าย โดย Conway [1] ได้เสนอแนวทางการใช้วิธีอีลิปติกอินทิกรัลเพื่อวิเคราะห์การโก่งตัวมากของคานอย่างง่าย ต่อมา Gospodnetic [2] ใช้วิธีอีลิปติกอินทิกรัลเพื่อหาสมการแสดงเส้นโค้งการโก่งตัวมากของคานช่วงเดียวภายใต้แรงกระทำแบบจุด โดยคำตอบที่ได้รับจัดเป็นคำตอบแบบแม่นยำ ซึ่งในเวลาต่อมา Frisch-Fay [3] ได้ทำการรวบรวมและแสดงตัวอย่างการนำวิธีอีลิปติกอินทิกรัลในการใช้หาคำตอบของปัญหาโก่งตัวมากของคานในลักษณะต่างๆ โดยปัญหาการโก่งตัวมากของโครงสร้างในลักษณะนี้มักเรียกเป็นการเฉพาะว่าปัญหาอีลาสติคคา แม้ว่าวิธีการอีลิปติกอินทิกรัลสามารถแก้ปัญหาอีลาสติคคา

และให้คำตอบแม่นยำตรงได้แต่ปัญหาที่นำมาวิเคราะห์ควรมีลักษณะการรับแรงที่ไม่ซับซ้อน ในกรณีที่แรงกระทำมีความซับซ้อนหรือสมบัติของวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีอีลิปติกอินทิกรัลเพื่อหาคำตอบแบบแม่นยำไม่สามารถกระทำได้ ดังนั้นสำหรับปัญหาอีลาสติคคาที่มีความซับซ้อนจำเป็นต้องใช้วิธีการเชิงตัวเลขอันได้แก่ วิธีการยิงเป้า (shooting method) และวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) มาช่วยในการหาคำตอบ โดย Huddleston [4] และ Miller [5] เสนอวิธีการยิงเป้าสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาอีลาสติคคาในระนาบต่อมา Wang และ Kittipornchai [6] นำวิธีการยิงเป้ามายุคที่ใช้สำหรับวิเคราะห์ปัญหาการโก่งตัวมากของชิ้นส่วนโครงสร้าง นอกจากวิธีการยิงเป้าแล้ววิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นอีกวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการหาคำตอบเชิงตัวเลขของปัญหาการโก่งตัวมากของโครงสร้างได้ดังตัวอย่างงานวิจัยของ Chucheeepsakul และ Huang [7] และ Klaycham และคณะ [8] แม้ว่าวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จะสามารถประยุกต์ใช้กับรูปแบบปัญหาได้หลากหลายแต่สำหรับปัญหาประเภทอีลาสติคคาวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จะมีขั้นตอนและกระบวนการในการหาคำตอบที่ยุ้งยากกว่าวิธีการยิงเป้า ด้วยเหตุนี้งานวิจัยในกลุ่มนี้จึงมักนิยมเลือกใช้วิธีการยิงเป้าสำหรับการวิเคราะห์หาคำตอบ

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นล้วนเป็นการศึกษาพฤติกรรมของคานที่มีความยาวส่วนโค้งคงที่ภายใต้สมมติฐานที่ว่าวัสดุของคานมีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดเป็นเชิงเส้น แต่ในปัจจุบันมีวัสดุจำนวนมากที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นสมมติฐานข้างต้นจึงไม่เหมาะสมสำหรับคานที่ทำจากวัสดุเหล่านี้

ในอดีตมีตัวอย่างงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการเสียรูปมากของคานและเสาที่ทำจากวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นดังนี้ Lee [9] ได้ศึกษาการโก่งตัวมากของคานปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้น้ำหนักกระจายสม่ำเสมอและน้ำหนักบรรทุกทุกครั้งที่กระทำที่ปลายคานโดยวัสดุเป็นแบบลุดวิกซึ่งงานวิจัยยังพบปัญหาของความไม่เป็นเชิงเส้นและ รูปทรงเรขาคณิตที่ไม่สามารถหาผลเฉลยในสมการรูปแบบปิดได้ ต่อมา Solano [10] ได้

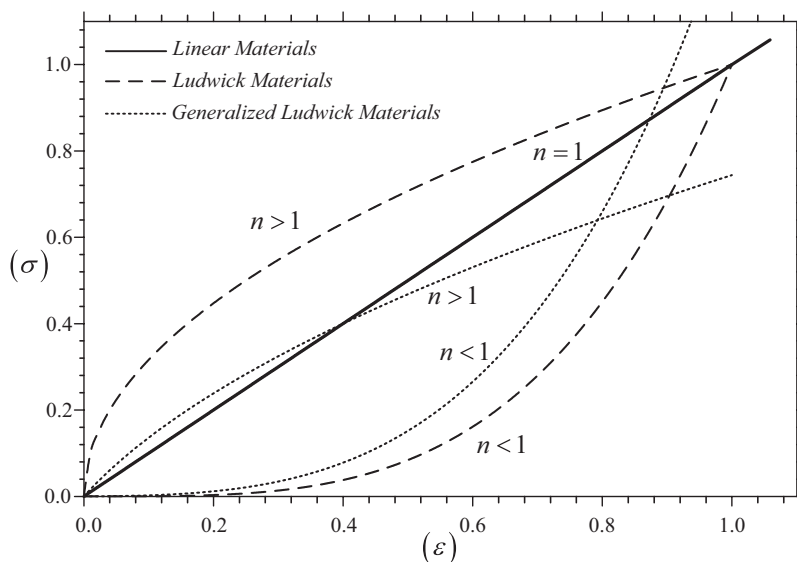
นำเสนอสมการในรูปแบบปิดโดยวิธีกึ่งวิเคราะห์ (Semi-Analysis) เพื่ออธิบายพฤติกรรมการโก่งตัวมากของคานปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบลูตวิกที่รับแรงกระทำสม่ำเสมอตลอดความยาวและแรงแบบจุดกระทำที่ปลายคาน Mutyalarao และคณะ [11] วิเคราะห์การแอ่นตัวมากของคานปลายยื่นที่รับแรงแบบจุดกระทำที่ปลายคานโดยแรงทำมุมกับการเคลื่อนที่โดยใช้การแก้ปัญหาด้วยเทคนิคการอินทิเกรตด้วยรูเง-คุตดา อันดับสี่ Athisakul และคณะ [12] เสนอผลกระทบของความไม่เป็นเชิงเส้นของวัสดุแบบลูตวิกที่มีต่อการโก่งตัวมากของคานที่มีความยาวส่วนโค้งแปรเปลี่ยนได้ภายใต้น้ำหนักตัวเองกระจายสม่ำเสมอตลอดความยาวส่วนโค้ง โดยนำเสนอความสัมพันธ์ระหว่างแรงดิ่งวิกฤตกับค่าคงที่ของความไม่เป็นเชิงเส้น

ในส่วนของเขา Brojan และคณะ [13] ศึกษาการโก่งเดาะและพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของเขาที่ทำจากวัสดุแบบลูตวิก และพบว่าสมบัติของวัสดุแบบลูตวิก มีข้อบกพร่องในการวิเคราะห์หาค่าแรงดิ่งวิกฤตเนื่องจากความชันของความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของแบบจำลองวัสดุแบบลูตวิกในช่วงเริ่มต้นมีค่าเป็นอนันต์และศูนย์เมื่อค่าคงที่ของวัสดุ $n > 1$ และ $n < 1$ ตามลำดับ ด้วยเหตุนี้ Jung และ Kang [14] ได้เสนอความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของวัสดุใหม่โดยปรับปรุงสมการของลูตวิก ซึ่งทำให้ปัญหาที่กล่าวข้างต้นได้รับการแก้ไข และเรียกแบบจำลองวัสดุที่ได้รับการปรับปรุงนี้ว่าแบบจำลองวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก ต่อมาพบงานวิจัยที่ใช้แบบจำลองวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์-

ลูตวิกมากขึ้น เช่น Saetiew และ Chucheeepsakul [15,16] ได้ศึกษาพฤติกรรมก่อนและหลังการโก่งเดาะของเขาที่ทำจากวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก ผลจากการใช้แบบจำลองวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิกทำให้สามารถแสดงสมการสำหรับคำนวณค่าแรงวิกฤตได้ ในขณะที่พฤติกรรมหลังการโก่งเดาะได้แสดงให้เห็นถึงความมีเสถียรภาพและไร้เสถียรภาพของเขาเมื่อค่าคงที่ของวัสดุ $n > 1$

สำหรับปัญหาการโก่งตัวมากของเขาหรือคานปลายยื่นที่รับแรงดิ่งรั้งที่ปลายนั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานทางวิศวกรรมได้หลากหลาย ได้แก่ สะพานขึงเสาอากาศ คันเบ็ดตกปลา หรือเครื่องเล่นในสวนสนุก ซึ่งวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างเหล่านี้อาจมีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น โดย Phonok และ Phungpaingam [17] ได้ทำการศึกษาผลของความไม่เป็นเชิงเส้นของวัสดุที่มีต่อการโก่งตัวมากของเขาปลายยื่นภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิลโดยยังคงพิจารณาสมบัติของวัสดุให้เป็นแบบลูตวิก แต่เนื่องจากแบบจำลองวัสดุที่ใช้ในการคำนวณเป็นแบบลูตวิก ดังนั้นจึงเกิดปัญหาในการคำนวณค่าแรงดิ่งวิกฤต ซึ่งปัญหาดังกล่าวได้รับการแก้ไขในงานวิจัยนี้โดยการนำแบบจำลองวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิกมาร่วมในการคำนวณ

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงศึกษาการโก่งตัวมากของคานยื่นที่ทำจากวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิกภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายจากเคเบิล โดยรูปที่ 1 แสดงความแตกต่างของความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของวัสดุทั้งแบบเชิงเส้น แบบไม่เป็นเชิงเส้นตามหลักการลูตวิก และแบบไม่เป็นเชิงเส้นตามหลักการเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก



รูปที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของวัสดุแบบเชิงเส้น ไม่เป็นเชิงเส้นแบบลูดวิกและไม่เป็นเชิงเส้นแบบเจนเนอรัลไลซ์ลูดวิก

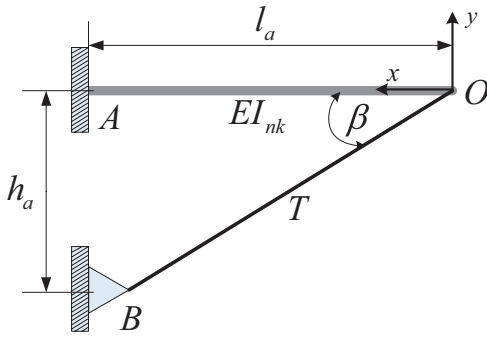
2. ทฤษฎีและสมการครอบคลุมปัญหา

รูปที่ 2 แสดงลักษณะปัญหาการโก่งตัวมากของคานาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบเจนเนอรัลไลซ์ลูดวิก ภายใต้แรงดิ่งรั้งที่ปลายจากเคเบิล กำหนดให้คานาปลายยื่นมีความยาว l_a โดยที่คานาปลายยื่นทำมุม β กับสายเคเบิล ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับปลายอิสระของคานา (จุด O) ส่วนที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดรั้งผ่านจุด B ซึ่งอยู่ต่ำจากปลายที่ยึดแน่นของคานา (จุด A) เป็นระยะ h_a โดยแรงดิ่ง T จากเคเบิลจะมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานรองรับเสมอ B โดยสมมติฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องรวมถึงสมการครอบคลุมปัญหาแสดงรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1 สมมติฐาน

การศึกษานี้ได้กำหนดสมมติฐานไว้ดังนี้

- วัสดุที่ใช้ทำคานาเป็นเนื้อเดียวกันและมีสมบัติทางกายภาพเหมือนกันในทุกทิศทางตลอดความยาวคานา
- คานาไม่มีการยึดหดตัวตามแนวแกนเมื่อรับแรงกระทำ
- สายเคเบิลมีการยึดหดตัวน้อยมากเมื่อรับแรง
- แรงดิ่งรั้งจากเคเบิลมีทิศทางทำมุมกับแนวราบและผ่านจุดยึดรั้งที่ตำแหน่ง B เสมอ
- การแอ่นตัวของคานาปลายยื่นมีค่ามากแต่ความเครียดที่เกิดขึ้นมีค่าน้อย
- ไม่พิจารณาน้ำหนักของคานาในการวิเคราะห์
- สมบัติของวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นเป็นไปตามความสัมพันธ์แบบเจนเนอรัลไลซ์ลูดวิก



รูปที่ 2 คานปลายยื่น (Cantilever Beam) ที่ถูกยึดตั้งด้านปลายอิสระด้วยสายเคเบิล (ก่อนเกิดการโก่งตัวมาก)

2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้ง

สมการของโมเมนต์ดัดและความโค้งของคานสามารถสร้างขึ้นจากการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดร่วมกับเรขาคณิตของเส้นโค้งในระนาบ โดยงานวิจัยนี้ใช้สมบัติของวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น

และความเครียดแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิกแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้ [14]

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E \left[(|\varepsilon| + \varepsilon_0)^{\frac{1}{n}} - \varepsilon_0^{\frac{1}{n}} \right] ; \varepsilon \geq 0 \\ -E \left[(|\varepsilon| + \varepsilon_0)^{\frac{1}{n}} - \varepsilon_0^{\frac{1}{n}} \right] ; \varepsilon < 0 \end{cases} \quad (1)$$

เมื่อ σ คือค่าความเค้น

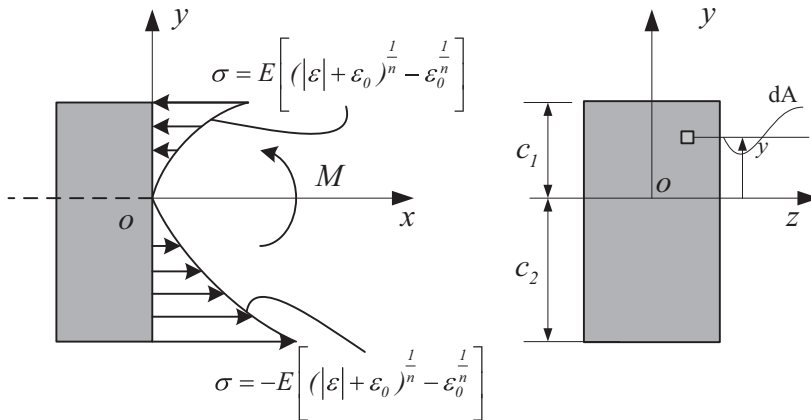
ε คือค่าความเครียด

ε_0 คือค่าคงที่ของวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก

E คือค่าโมดูลัสของการยืดหยุ่น

จากการพิจารณาผลของการกระจายความเค้นภายในหน้าตัดคานดังรูปที่ 3 ทำให้ได้ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดภายในกับความเค้นที่ตึงฉากกับหน้าตัดคานตามสมการที่ (2)

$$M = -\int \sigma y dA \quad (2)$$



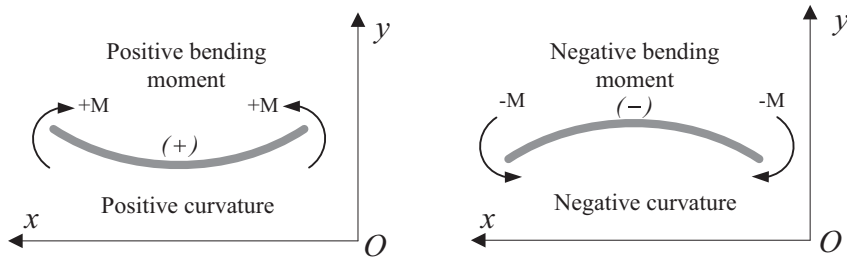
รูปที่ 3 การกระจายความเค้นตามแนวแกนของคานซึ่งมีความสัมพันธ์ของวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก

ในการศึกษานี้กำหนดให้แกนอ้างอิงอยู่ที่ปลายคานที่จุด O ดังรูปที่ 2 ดังนั้นเครื่องหมายโมเมนต์ดัดและความโค้งของแกนสะเทินของคานเป็นไปตามรูปที่ 4 จากเรขาคณิตของเส้นโค้งในระนาบ ค่าความโค้ง (κ) ของเส้นโค้งเป็นไปตามสมการต่อไปนี้

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} \quad (3)$$

เมื่อ ρ คือค่ารัศมีความโค้งของระนาบสะเทินของคาน

κ คือค่าความโค้งของคาน



รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างเครื่องหมายของโมเมนต์ดัดภายในคานและเครื่องหมายความโค้งของแกน สะเทินของคาน (Curvature)

เนื่องจากความเครียดและความโค้งของคาน (Curvature) มีความสัมพันธ์กันด้วยสมการ

$$\varepsilon = -\frac{y}{\rho} = -\kappa y \quad (4)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (1)-(4) ทำให้ได้ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดภายในคานกับความโค้งของคาน สำหรับคานที่ทำจากวัสดุที่มีสมบัติไม่เป็นเชิงเส้นแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิก ตามสมการต่อไปนี้

$$M = E \int \left\{ \left(|\varepsilon| + \varepsilon_0 \right)^{\frac{1}{n}} - \varepsilon_0^{\frac{1}{n}} \right\} y dA \quad (5)$$

เมื่อ แทนค่าความเครียดจากสมการที่ (4) ลงไปในสมการที่ (5) สามารถเขียนความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัดและความโค้งได้ดังนี้

$$M = E \int \left\{ \left(\kappa y + \varepsilon_0 \right)^{\frac{1}{n}} - \varepsilon_0^{\frac{1}{n}} \right\} y dA \quad (6)$$

จากสมการที่ (6) ทำการอินทิเกรตตลอดพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทำให้สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งของคานที่ทำจากวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลูตวิกได้ดังสมการที่ (7)

$$M = Eb \left[\left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0 \right)^{\left(\frac{n+1}{n} \right)} \left(\frac{\kappa h n (n+1) - 2n^2 \varepsilon_0}{\kappa^2 (2n+1)(n+1)} \right) + \frac{2n^2 \varepsilon_0^{\left(\frac{2n+1}{n} \right)}}{\kappa^2 (2n+1)(n+1)} - \varepsilon_0^{\left(\frac{1}{n} \right)} \frac{h^2}{4} \right] \quad (7)$$

เมื่อ M คือโมเมนต์ดัดภายในหน้าตัด ณ ตำแหน่งใดๆ ของความยาวโค้ง s

b คือค่าความกว้างของหน้าตัดคาน

h คือค่าความสูงของหน้าตัดคาน

จากสมการข้างต้น หากพิจารณาวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบลูตวิก โดยไม่พิจารณาค่า ε_0 โดยกำหนด $\varepsilon_0 = 0$ แทนลงในสมการที่ (6) ทำให้สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งของคานที่ทำจากวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบลูตวิก ได้ดังนี้

$$M = E \int \left(\varepsilon^{\frac{1}{n}} \right) y dA = E \int \left(\kappa y \right)^{\frac{1}{n}} y dA = E \int \left(\kappa^{\frac{1}{n}} y^{\frac{n+1}{n}} \right) dA = EI_n \kappa^{\frac{1}{n}} = EI_n \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (8)$$

เมื่อ I_n คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคานที่มีสมบัติแบบลูตวิก โดยที่ $I_n = \int \left(y^{\frac{n+1}{n}} \right) dA$

จากสมการที่ (8) ถ้าพิจารณา คานที่มีพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง b ความสูง h จะได้ค่า I_n ดังแสดงในสมการที่ (9)

$$I_n = \int \left(y^{\frac{n+1}{n}} \right) dA = \left(\frac{1}{2} \right)^{\left(\frac{n+1}{n} \right)} \left(\frac{n}{2n+1} \right) b h^{\left(\frac{2n+1}{n} \right)} \quad (9)$$

จากสมการที่ (9) หากพิจารณาสมบัติของวัสดุเป็นแบบเชิงเส้น $n = 1$ จะทำให้ค่า I_n ลดรูปลงได้ตรงกับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าดังสมการที่ (10)

$$I_0 = \frac{bh^3}{12} \quad (10)$$

โดยที่ I_0 หมายถึงโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีสมบัติแบบเชิงเส้น

เมื่อพิจารณากรณีที่มีสมบัติของวัสดุเป็นแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลู่ดวก ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้งจะมีความยุ่งยากซับซ้อนดังสมการที่ (7) ด้วยเหตุนี้จึงทำการจัดรูปโดยทำการหาอนุพันธ์ในสมการที่ (7) ทั้งสองข้าง จึงได้ความสัมพันธ์ระหว่างอนุพันธ์ของโมเมนต์ดัดและความโค้งดังสมการที่ (11)

$$\begin{aligned} \frac{dM}{ds} = Eb \left[\frac{\left(\kappa \frac{h}{2}\right)(n+1)\left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0\right)^{\frac{1}{n}} h}{\kappa^2 (2n+1)} - \frac{n\varepsilon_0 \left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0\right)^{\frac{1}{n}} h}{\kappa^2 (2n+1)} - \frac{n \left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0\right)^{\frac{n+1}{n}} h}{\kappa^2 (2n+1)} \right. \\ \left. + \frac{4n^2 \varepsilon_0 \left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0\right)^{\frac{n+1}{n}}}{\kappa^3 (2n+1)(n+1)} - \frac{4n^2 \varepsilon_0^{\frac{2n+1}{n}}}{\kappa^3 (2n+1)(n+1)} \right] \frac{d\kappa}{ds} \quad (11) \end{aligned}$$

จากสมการที่ (11) ทำการนิยามพารามิเตอร์ใหม่ I_{nk} สำหรับคานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีสมบัติของวัสดุเป็นแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลู่ดวกได้ดังสมการที่ (12)

$$\begin{aligned} I_{nk} = b \left[\frac{\left(\kappa \frac{h}{2}\right)(n+1)\left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0\right)^{\frac{1}{n}} h}{\kappa^2 (2n+1)} - \frac{n\varepsilon_0 \left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0\right)^{\frac{1}{n}} h}{\kappa^2 (2n+1)} - \frac{n \left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0\right)^{\frac{n+1}{n}} h}{\kappa^2 (2n+1)} \right. \\ \left. + \frac{4n^2 \varepsilon_0 \left(\kappa \frac{h}{2} + \varepsilon_0\right)^{\frac{n+1}{n}}}{\kappa^3 (2n+1)(n+1)} - \frac{4n^2 \varepsilon_0^{\frac{2n+1}{n}}}{\kappa^3 (2n+1)(n+1)} \right] \quad (12) \end{aligned}$$

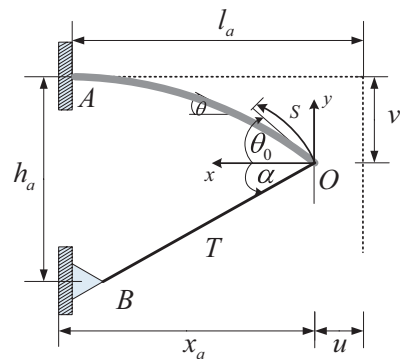
เมื่อนำค่า I_{nk} จากสมการที่ (12) แทนลงไป ในสมการที่ (11) ทำให้ได้สมการอยู่ในรูปแบบที่กระชับขึ้นดังสมการที่ (13)

$$\frac{dM}{ds} = EI_{nk} \frac{d\kappa}{ds} \quad (13)$$

2.3 สมการครอบคลุมปัญหา

จากรูปที่ 2 คานปลายยื่นมีความยาว l_a ปลายด้านหนึ่งของเคเบิลยึดเข้ากับส่วนปลายอิสระของคานที่ (จุด O) ในขณะที่ปลายอีกด้านหนึ่งของเคเบิลจะยึดรั้งผ่านจุดรองรับที่จุด B ซึ่งอยู่ต่ำกว่าปลายที่ยึดแน่นของคาน (จุด A) เป็นระยะ h_a โดยหน้าตัดคานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังรูปที่ 3

เมื่อคานเกิดการโก่งตัวดังรูปที่ 5 แรงดึงรั้งจากเคเบิลจะมีทิศทางผ่านตำแหน่งของฐานยึดที่ B เสมอ เพื่อความสะดวกในการคำนวณจะทำการกำหนดพิกัดอ้างอิงไว้ที่ตำแหน่ง O ดังรูปที่ 5 โดยกำหนดให้ θ คือมุมลาดชันที่จุดใดๆ ของคานเทียบกับแกนราบตลอดความยาวของส่วนโค้ง α เป็นมุมที่วัดจากเคเบิลเทียบกับแกนราบ หรือทิศทางของแนวแรงดึงรั้งจากเคเบิล T ระยะ x_a เป็นระยะห่างทางแนวราบวัดจากปลายอิสระไปยังปลายยึดแน่น T_u คือค่าระยะการเคลื่อนที่แนวราบ y_a คือระยะการโก่งตัวในแนวตั้ง โดยเทียบกับตำแหน่งก่อนเกิดการเสียรูป s คือพิกัดของคานตามแนวเส้นโค้ง

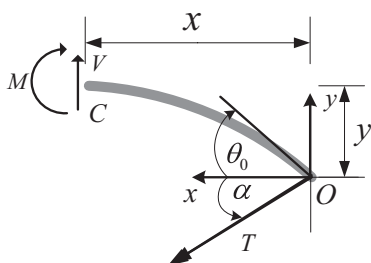


รูปที่ 5 การโก่งตัวของคานปลายยื่นจากแรงดึงรั้งจากเคเบิล

เมื่อพิจารณาสมมูลของโมเมนต์ที่จุด C ของชิ้นส่วนด้านปลายยื่นของคานดังรูปที่ 6 ทำให้ได้สมการโมเมนต์ดัดของคานดังสมการที่ (14) ทำการหาอนุพันธ์สมการที่ (14) ทั้งสองข้างทำให้ได้สมการที่ (15)

$$M = -Ty \cos \alpha - Tx \sin \alpha \quad (14)$$

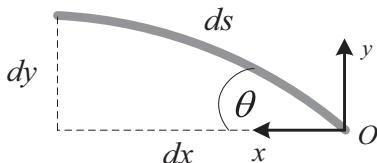
$$\frac{dM}{ds} = -T \frac{dy}{ds} \cos \alpha - T \frac{dx}{ds} \sin \alpha \quad (15)$$



รูปที่ 6 แรงกระทำต่อชิ้นส่วนย่อยด้านปลายของคานยื่น

ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตของเส้นโค้งการแอ่นตัวมากของคานตามรูปที่ 7 แสดงได้ดังนี้

$$\frac{dy}{ds} = \sin \theta, \quad \frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (16a-b)$$



รูปที่ 7 ชิ้นส่วนย่อยของอีลาสติค

นำสมการที่ (16a-b) แทนลงในสมการที่ (15) ได้ดังสมการที่ (17)

$$\frac{dM}{ds} = -T \sin \theta \cos \alpha - T \cos \theta \sin \alpha \quad (17)$$

และถ้านำ $\frac{dM}{ds}$ ในสมการที่ (17) ไปแทนลงในสมการที่ (13) แล้วทำการจัดรูปใหม่ทำให้ได้สมการที่ (18)

$$\frac{d\kappa}{ds} = \frac{-T \sin \theta \cos \alpha - T \cos \theta \sin \alpha}{EI_{nk}} \quad (18)$$

ดังนั้นสมการที่ (3), (16a-b) และ (18) คือชุดของระบบสมการครอบคลุมปัญหาของคานปลายยื่นที่มีสมบัติของวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลุดวิกภายใต้แรงดึงรั้งจากเคเบิลด้านปลายอิสระ

3. เปรียบวิธีการหาคำตอบเชิงตัวเลข

จากระบบสมการครอบคลุมปัญหานั้นได้แก่ สมการที่ (3), (16a-b), และ (18) เป็นระบบสมการอนุพันธ์ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น การหาคำตอบเชิงวิเคราะห์ที่ไม่สามารถทำได้ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงอาศัยระเบียบวิธีการยิงเป้าในการหาคำตอบ วิธีนี้เป็นวิธีการหาคำตอบเชิงตัวเลขของปัญหาแบบเงื่อนไขขอบเขตซึ่งสามารถให้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแม่นยำ โดยรายละเอียดของระเบียบวิธีการยิงเป้ามี่ดังต่อไปนี้

3.1 ตัวแปรไร้มิติ

เพื่อความสะดวกในการหาคำตอบเชิงตัวเลขและลดความผิดพลาดจากการคำนวณ จึงทำการจัดรูปของสมการครอบคลุมปัญหาให้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติ โดยตัวแปรไร้มิติที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้แก่

$$\bar{x}_a = \frac{x_a}{l_a}, \quad \bar{h}_a = \frac{h_a}{l_a}, \quad \bar{b} = \frac{b}{l_a}, \quad \bar{h} = \frac{h}{l_a}, \quad \bar{u} = \frac{u}{l_a}, \quad \bar{v} = \frac{v}{l_a} \quad (19a-f)$$

$$\bar{x} = \frac{x}{l_a}, \quad \bar{y} = \frac{y}{l_a}, \quad \bar{s} = \frac{s}{l_a}, \quad \bar{\kappa} = \frac{l_a}{\rho} = \kappa l_a = \frac{d\theta}{ds} \quad (19g-j)$$

$$\bar{T} = \frac{T}{EI_0} l_a^2, \quad \bar{I}_0 = \frac{I_0}{l_a^4}, \quad \bar{I}_{nk} = \frac{I_{nk}}{l_a^4} \quad (19k-m)$$

3.2 สมการครอบคลุมปัญหาในรูปตัวแปรไร้มิติ

สำหรับปัญหาคานภายใต้แรงดึงรั้งจากสายเคเบิลด้านปลายอิสระสามารถเขียนสมการครอบคลุมให้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติได้โดยอาศัยสมการที่ (3), (16a-b), (18) และสมการที่ (19) ซึ่งทำให้ได้ระบบสมการครอบคลุมปัญหาในรูปตัวแปรไร้มิตินี้

$$\frac{d\bar{x}}{ds} = \cos \theta \quad (20)$$

$$\frac{d\bar{y}}{ds} = \sin \theta \quad (21)$$

$$\frac{d\bar{\kappa}}{ds} = (-\bar{T} \sin \theta \cos \alpha - \bar{T} \cos \theta \sin \alpha) \left(\frac{\bar{I}_0}{\bar{I}_{nk}} \right) \quad (22)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \bar{\kappa} \quad (23)$$

การหาคำตอบของระบบสมการอนุพันธ์ที่อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติข้างต้นสามารถทำได้โดยใช้ระเบียบวิธีการยิงเป้า โดยมีเงื่อนไขขอบเขต 2 จุด ณ ตำแหน่งปลายทั้งสองข้างของคานาดังนี้

เงื่อนไขที่จุดปลายด้านขวา (จุด O):

$$\bar{s} = 0, \bar{x} = 0, \bar{y} = 0, \theta = \theta_0, M = 0 \quad (24a-e)$$

เงื่อนไขที่จุดปลายด้านซ้าย (จุด A):

$$\bar{s} = 1, \bar{x} = \bar{x}_a, \bar{y} = \bar{v} = \bar{h}_a - \tan \alpha, \theta = 0 \quad (25a-d)$$

ขั้นตอนการคำนวณเริ่มต้นจากการกำหนดค่าเริ่มต้น ระยะ $\bar{h}_a$ และกำหนดสมบัติของวัสดุ $n, \bar{b}, \bar{h}, \varepsilon_0, \bar{\kappa}$ จากนั้นกำหนดค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ และกำหนดจุดสิ้นสุดในการคำนวณ ให้กับสมการอนุพันธ์ โดยงานวิจัยนี้เลือกจุดรองรับด้านขวาของคานา (จุด O) เป็นจุดเริ่มต้น ซึ่งเงื่อนไขค่าเริ่มต้นจะประกอบด้วยเงื่อนไขที่ทราบค่าแน่นอนตามเงื่อนไขขอบเขตดังสมการที่ (24a-c,e) และ (25a,d) โดยมีเป้าเพื่อหาค่าตัวแปรที่ต้องการ ได้แก่ $\bar{T}, \alpha, \theta_0, \bar{x}_a, \bar{v}$ ตลอดความยาวของคานายื่น แต่ขั้นตอนการคำนวณจำเป็นต้องทำการสุ่มค่า $\bar{T}, \theta_0, \alpha$ เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นในกระบวนการคำนวณด้วยวิธีการยิงเป้าร่วมกับวิธีอินทิเกรตด้วยวิธีรุงเง-คุตตาอันดับสี่จากปลายด้านขวา กลับมาด้านซ้ายของคานา โดยการตรวจสอบความถูกต้องของผลการคำนวณนั้น ได้ทำการเปรียบเทียบกับเงื่อนไข

ขอบเขตที่ทราบค่าแน่นอน ซึ่งในที่นี้ใช้เงื่อนไขดังระบุในสมการที่ (26) ซึ่งในแต่ละรอบของการคำนวณหากมีการตรวจสอบพบว่าค่าของฟังก์ชันทางขวาของสมการที่ (26) ยังมีค่ามากกว่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ 10^{-7} จะเกิดการคำนวณซ้ำจนกระทั่งได้คำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\text{Min}_{\bar{T}, \alpha, \theta_0} \phi = |\theta(1)| + |\bar{x}(1) - \bar{x}_a| + |\bar{y}(1) + \bar{x}_a \tan \alpha - \bar{h}_a| \quad (26)$$

4. ผลการวิเคราะห์

4.1 ตรวจสอบความถูกต้องของผลการวิเคราะห์

เพื่อให้เกิดความมั่นใจว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นมานั้นมีความถูกต้อง และสามารถนำมาใช้ในการหาคำตอบเชิงตัวเลขของปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น จำเป็นต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ โดยนำไปเปรียบเทียบกับปัญหาการโก่งตัวมากของเสาปลายยื่นที่ทำจากวัสดุแบบลวดวิกภายใต้แรงยึดรั้งที่ปลายเคเบิล ในงานวิจัยของ Phonok และ Phungpaingam [17]

จากตารางที่ 1 และตารางที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ปัญหาในกรณีวัสดุแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นแบบลวดวิกระหว่างงานวิจัยนี้กับงานวิจัยของ Phonok และ Phungpaingam [17] ซึ่งผลที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันมาก โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนของแรงดึงในเคเบิล $\bar{T} = 0.0001\%$ มุม $\alpha = 0.0001\%$ และมุม $\theta_0 = 0.0002\%$ แสดงให้เห็นว่าโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นมานั้นมีความถูกต้องแม่นยำเพียงพอสำหรับกรณีวัสดุที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นแบบลวดวิก

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ มุม α และมุม θ_0

กรณีวัสดุแบบเชิงเส้น $n = 1$ $\varepsilon_0 = 0$ กับงานวิจัยของ Phonok และ Phungpaingam [17]

$\bar{u}$	$(\bar{T})$		(α)		(θ_0)	
	[17]	งานวิจัยนี้	[17]	งานวิจัยนี้	[17]	งานวิจัยนี้
0.01	9.88613	9.88615	-0.1157	-0.1157	0.2313	0.2313
0.10	10.04173	10.04173	-0.3712	-0.3712	0.7425	0.7425
0.20	10.23113	10.23113	-0.5345	-0.5345	1.0689	1.0689
0.30	10.44157	10.44157	-0.6674	-0.6674	1.3347	1.3347
0.40	10.67820	10.67820	-0.7871	-0.7871	1.5743	1.5743
0.50	10.94841	10.94840	-0.9010	-0.9010	1.8021	1.8021
0.60	11.26328	11.26327	-1.0136	-1.0137	2.0273	2.0273
0.70	11.64075	11.64074	-1.1290	-1.1290	2.2581	2.2581
0.80	12.11298	12.11298	-1.2522	-1.2522	2.5045	2.5045
0.90	12.74827	12.74826	-1.3919	-1.3919	2.7837	2.7838
0.99	13.61848	13.61847	-1.5495	-1.5495	3.0990	3.0990

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ มุม α และมุม θ_0

กรณีวัสดุแบบไม่เป็นเชิงเส้น $n = 2$ $\varepsilon_0 = 0$ กับงานวิจัยของ Phonok และ Phungpaingam [17]

$\bar{u}$	$(\bar{T})$		(α)		(θ_0)	
	[17]	งานวิจัยนี้	[17]	งานวิจัยนี้	[17]	งานวิจัยนี้
0.01	184.78534	185.00436	-0.1120	-0.1120	0.2240	0.2240
0.10	104.74725	104.83242	-0.3596	-0.3596	0.7192	0.7191
0.20	88.93218	89.01847	-0.5179	-0.5178	1.0358	1.0357
0.30	81.20926	81.25822	-0.6470	-0.6470	1.2940	1.2940
0.40	76.45925	76.49171	-0.7637	-0.7636	1.5273	1.5273
0.50	73.26329	73.28491	-0.8749	-0.8749	1.7499	1.7499
0.60	71.05663	71.07183	-0.9855	-0.9855	1.9710	1.9710
0.70	69.59024	69.60110	-1.0997	-1.0997	2.1994	2.1994
0.80	68.78973	68.79874	-1.2232	-1.2232	2.4465	2.4465
0.90	68.77557	68.78527	-1.3673	-1.3673	2.7346	2.7346
0.99	70.04426	70.05373	-1.5441	-1.5441	3.0881	3.0882

งานวิจัยนี้ได้แสดงการเปรียบเทียบค่าแรงวิกฤตของคานที่มีสมบัติของวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลู่ตวิก ดังตารางที่ 3 พบว่า เมื่อกำหนดให้ค่า $\bar{h}_a = 0$ ซึ่งเป็นกรณีที่แรงดิ่งรั้งของสายเคเบิลผ่านจุดรองรับแบบยึดแน่นเสมอ ทำให้ปัญหานี้มีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาเสารับแรงอัดที่มีจุดรองรับแบบยึดหมุนทั้งสองด้าน เมื่อพิจารณาค่าคงที่ของวัสดุที่ $n = 0.9$ และ $\varepsilon = 0.001$ จะได้ค่าแรงวิกฤต $\bar{T}_{cr}$ เท่ากับ 5.177 และถ้าให้ค่าคงที่ของวัสดุ n น้อยมากๆ ผลของแรงดิ่งวิกฤต $\bar{T}_{cr}$ จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ส่วนที่ค่าคงที่

ของวัสดุ $n = 1$ ผลของแรงดิ่งวิกฤต $\bar{T}_{cr}$ จะมีค่าเข้าใกล้ค่า π^2 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าแรงวิกฤตของเสาที่มีจุดรองรับแบบยึดหมุนทั้งสองด้าน และในกรณีที่กำหนดให้ค่าคงที่ $n = 1.25$ และ $\varepsilon = 0.001$ พบว่าค่าแรงดิ่งวิกฤต $\bar{T}_{cr}$ จะมีค่า 31.475 ซึ่งผลที่ได้สอดคล้องกับคำตอบเชิงวิเคราะห์ที่ได้จากงานวิจัยของ Saetiew และ Chucheepsakul [15] ตามสมการที่ (27)

$$P_{cr} = \frac{\varepsilon_0^{(1-n)/n}}{n} \times \pi^2 \quad (27)$$

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบการคำนวณค่าแรงวิกฤตของคานที่มีสมบัติของวัสดุแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลู่ตวิกกับงานวิจัยของ Saetiew และ Chucheepsakul [15]

ε_0	n	$\bar{T}_{cr}$ [15]	$\bar{T}_{cr}$ งานวิจัยนี้	% ความแตกต่าง
0.001	0.9	5.090072	5.177373	1.715123
	1	9.869604	9.871305	0.017231
	1.25	31.433282	31.47537	0.133895

4.2 การโค้งตัวมากของคานยื่นที่ทำจากวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลู่ตวิกภายใต้แรงดิ่งรั้งที่ปลายจากเคเบิล

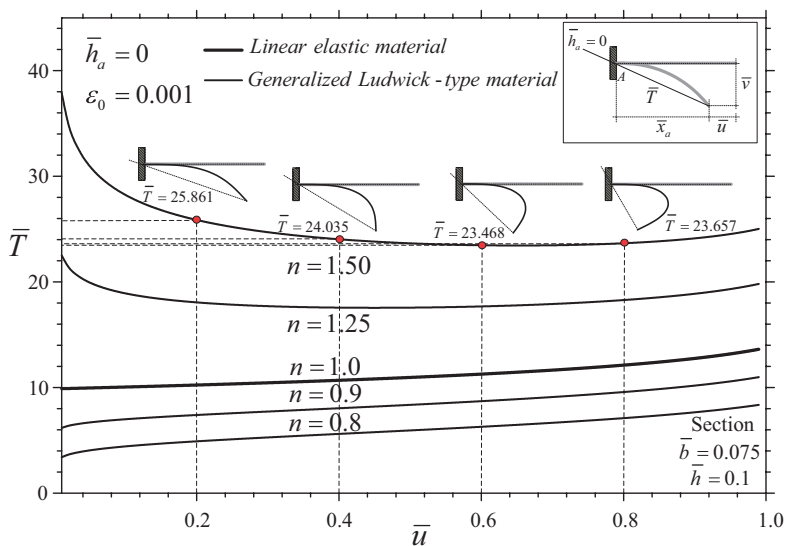
หัวข้อนี้นำเสนอผลการวิเคราะห์ปัญหาการโค้งตัวมากของคานที่ทำจากวัสดุไม่เป็นเชิงเส้นแบบเจนเนอร์รัลไลซ์ลู่ตวิกภายใต้แรงดิ่งรั้งที่ปลายจากเคเบิล โดยสำหรับงานวิจัยนี้กำหนดให้ขนาดของหน้าตัดคานมีค่าดังต่อไปนี้

ค่าความกว้างของหน้าตัดคาน $\bar{b} = 0.075$

ค่าความสูงของหน้าตัดคาน $\bar{h}_a = 0.1$

รูปที่ 8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดิ่งรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ที่ระยะซึ่งการโค้งตัวของคานภายใต้แรงลักษณะนี้มีรูปแบบคล้ายกับเสาที่มีปลายทั้งสองด้านเป็นจุดยึดหมุนและมีแรงอัดกระทำที่ปลายคาน ทั้งนี้เนื่องจากทิศทางของแรงดิ่งรั้งจากเคเบิลให้รูปร่างการโค้งตัวโดยผ่านจุดยึดรั้งเสมอ ซึ่งจุดยึดรั้งในกรณีนี้อยู่ตำแหน่งเดียวกับจุดยึดแน่นของคานสำหรับกรณีที่ค่าคงที่ของวัสดุ $n = 1$ และ $n < 1$ ค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ เพิ่มขึ้นตามค่าแรงดิ่งรั้งจากเคเบิลที่เพิ่มขึ้น ส่วนกรณีที่ค่าคงที่ของวัสดุ $n > 1$ เมื่อคานเกิดการโค้งตัวแล้วแรงดิ่งรั้งจากเคเบิลยังคง

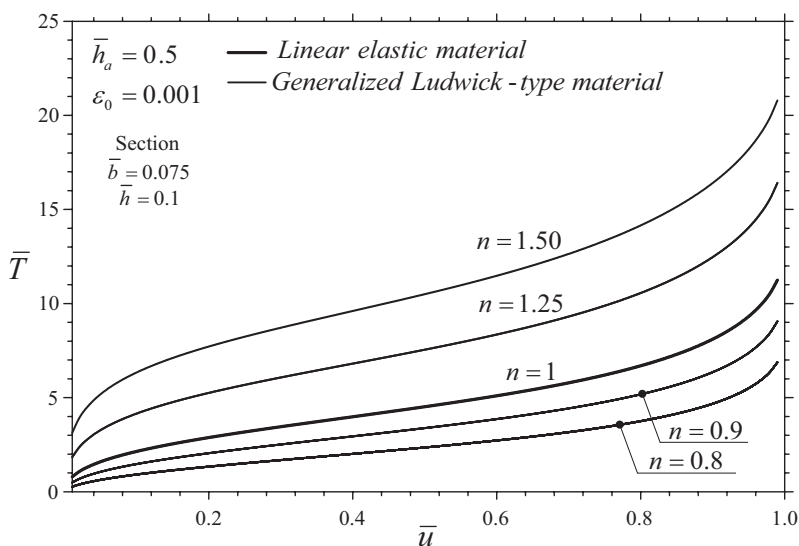
ลดลงอย่างรวดเร็ว โดยเมื่อแรงดิ่งรั้งจากเคเบิลลดลงถึงค่าหนึ่งแล้วจากนั้นจะค่อยๆปรับค่าเพิ่มขึ้นจนถึงตำแหน่งที่คานเกิดการโค้งตัวสูงสุด ผลของการลดลงและเพิ่มขึ้นของแรงดิ่งในเคเบิลในกรณีที่ $n > 1$ เป็นผลมาจากสองส่วนด้วยกันคือ 1) ผลจากความชันของความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด และ 2) ผลจากการโค้งตัวของเสา โดยที่ความชันของความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดจะมีค่าลดลงอย่างมากในช่วงแรก (รูปที่ 1) ซึ่งมีผลทำให้สตีเฟนสของเสาลดลงตามไปด้วย ในขณะที่ผลจากการโค้งตัวของเสามีผลทำให้สตีเฟนสของเสาเพิ่มขึ้น ดังนั้นในช่วงเริ่มแรกของการดึงเคเบิล ผลของการลดลงอย่างมากของความชันของความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดมีอิทธิพลเหนือกว่าการเพิ่มขึ้นของสตีเฟนสของเสาอันเนื่องมาจากการโค้งตัวเป็นผลให้แรงดิ่งของเคเบิลลดลงในช่วงแรก จนกระทั่งผลของการเพิ่มขึ้นของสตีเฟนสของเสาอันเนื่องมาจากการโค้งตัวมากมีอิทธิพลมากกว่าในช่วงหลังจึงเป็นสาเหตุให้แรงดิ่งในเคเบิลเพิ่มขึ้น และถ้าสังเกตที่ระยะการเคลื่อนที่เดียวกันเมื่อค่าคงที่ของวัสดุ n มากขึ้นจะทำให้ค่าแรงดิ่งรั้งจากเคเบิลเพิ่มขึ้นด้วย



รูปที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่าระยะการเคลื่อนที่ $\bar{u}$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ ค่าคงที่ของวัสดุ $n = 0.8, 0.9, 1, 1.25, 1.5$ และค่าคงที่ $\varepsilon_0 = 0.001$

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$ ดังรูปที่ 9 เมื่อให้ระยะ $\bar{u}$ เพิ่มขึ้นค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิลมีค่าเพิ่มขึ้น จนกระทั่งคานเริ่มโก่งตัวมากจนปลายอิสระ

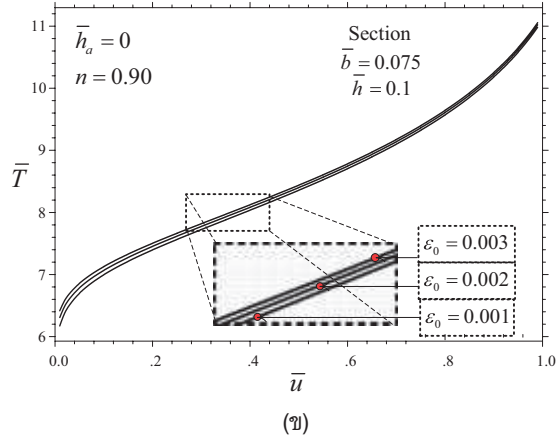
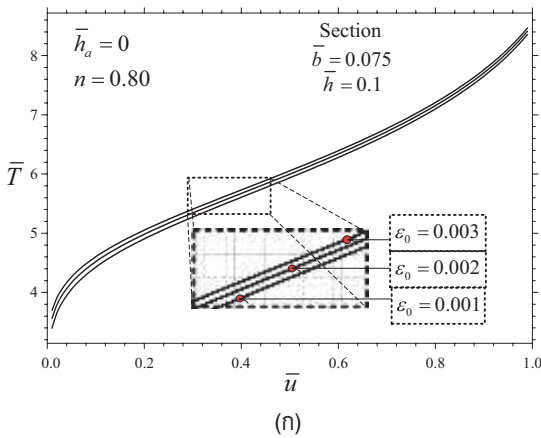
เริ่มเข้าใกล้กับปลายด้านยึดแน่นของคานส่งผลให้แรงดึงรั้งมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น และสังเกตที่ระยะการเคลื่อนที่ $\bar{u}$ เดียวกัน พบว่าค่าคงที่ของวัสดุ n ที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้แรงดึงรั้งจากเคเบิลเพิ่มขึ้นด้วย



รูปที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่าระยะการเคลื่อนที่ $\bar{u}$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ ค่าคงที่ของวัสดุ $n = 0.8, 0.9, 1, 1.25, 1.5$ และค่าคงที่ $\varepsilon_0 = 0.001$

พิจารณาผลกระทบของค่าคงที่ ε_0 ที่มีต่อความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ สำหรับค่าคงที่ของวัสดุ $n < 1$ ดังแสดงในรูปที่ 10(ก) และ 10(ข) พบว่าเมื่อค่าคงที่ ε_0 เพิ่มขึ้น

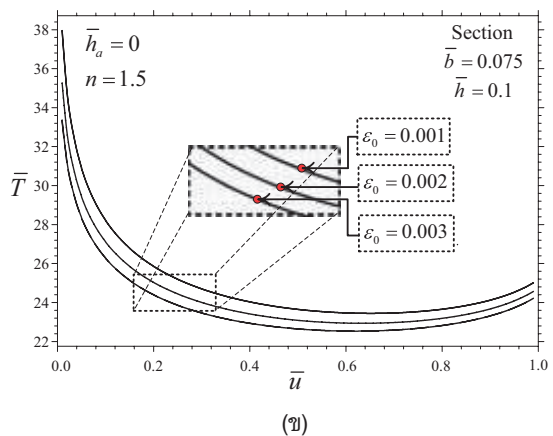
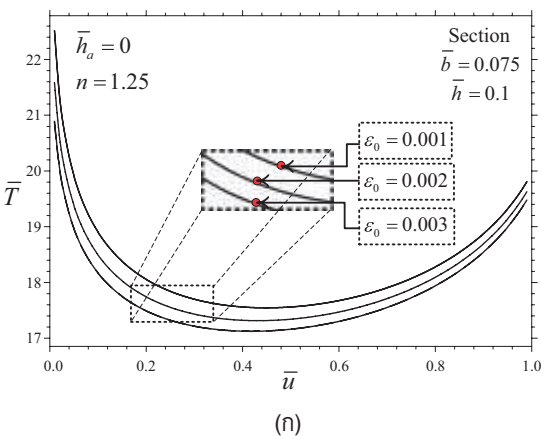
มากขึ้นส่งผลทำให้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ เพิ่มขึ้น และระยะการเคลื่อนที่ $\bar{u}$ ที่มากขึ้นก็ส่งผลให้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ เพิ่มขึ้นเช่นกัน



รูปที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่าระยะการเคลื่อนที่ $\bar{u}$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ ที่ค่าคงที่ $\varepsilon_0 = 0.001$
(ก) ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8$ (ข) ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.9$

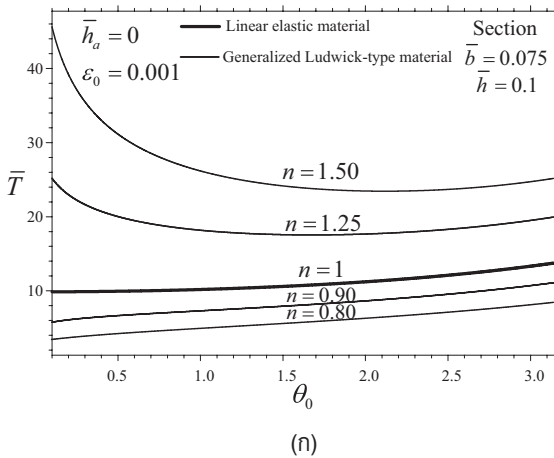
สำหรับค่าคงที่ของวัสดุ $n > 1$ เมื่อพิจารณาผลกระทบของค่าคงที่ ε_0 ที่มีต่อความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ดังแสดงในรูปที่ 11(ก) และ 11(ข) พบว่าเมื่อค่าคงที่ ε_0 เพิ่มขึ้นทำให้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ ลดลง และ

เมื่อคานเกิดการโก่งตัวแล้วแรงดึงรั้งจากเคเบิลยังลดลงอย่างรวดเร็ว โดยแรงดึงรั้งจากเคเบิลจะยังลดลงจนถึงค่าค่าหนึ่งจากนั้นเริ่มค่อยๆ ปรับค่าเพิ่มขึ้นจนถึงตำแหน่งที่คานเกิดการโก่งตัวสูงสุด

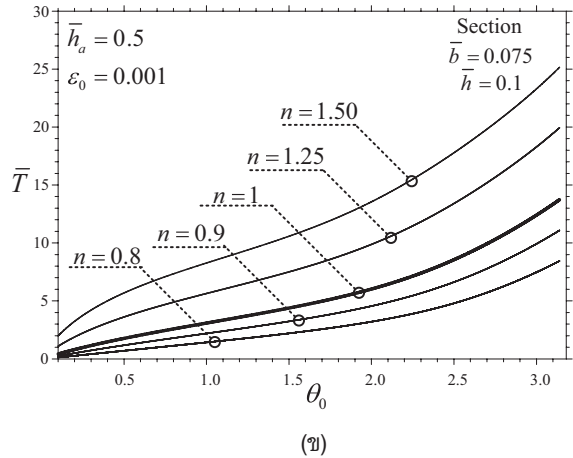


รูปที่ 11 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่าระยะการเคลื่อนที่ $\bar{u}$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ ที่ค่าคงที่ $\varepsilon_0 = 0.001-0.003$
(ก) ค่าคงที่วัสดุ $n = 1.25$ (ข) ค่าคงที่วัสดุ $n = 1.5$

จากรูปที่ 12(ก) ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่ามุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ ซึ่งแรงดึงรั้งผ่านจุดยึดแน่นของคานเสมอ ที่ค่าคงที่ของวัสดุ $n > 1$ เมื่อค่ามุม θ_0 เพิ่มขึ้น แรงดึงรั้งจากเคเบิลจะลดลงไปเรื่อยๆ จนถึงค่าหนึ่งที่เป็นจุดต่ำสุด และถ้ามุม θ_0 เพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆ พบว่าแรงดึงรั้งจากเคเบิลเริ่มค่อยๆ ปรับค่าเพิ่มขึ้น



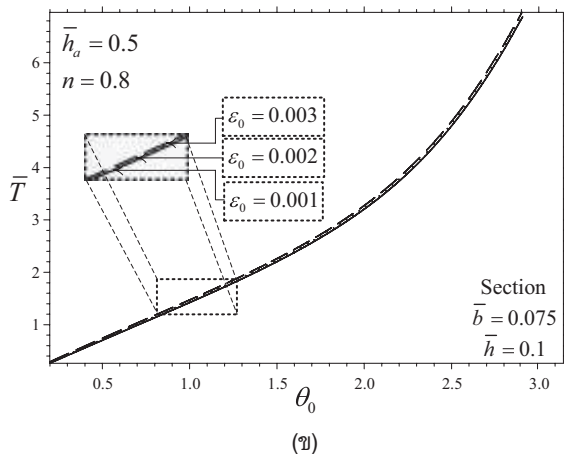
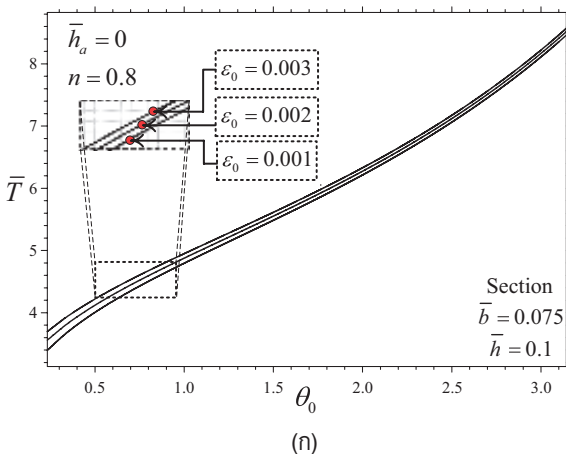
จนมุม θ_0 เข้าใกล้ค่า π ในขณะที่ค่าคงที่ของวัสดุ $n < 1$ เมื่อคานเริ่มมีการโก่งตัวแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ จะค่อยๆ เพิ่มขึ้นจนถึงค่าแรงดึงรั้งสูงสุดที่มุม θ_0 เข้าใกล้ค่า π จากรูปที่ 12(ข) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$ ทุกค่าคงที่ของวัสดุ n เมื่อคานเริ่มมีการโก่งตัวค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ มีค่าเพิ่มขึ้น และมีค่าสูงสุดเมื่อมุม θ_0 เข้าใกล้ค่า π



รูปที่ 12 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่ามุม θ_0 ที่ค่าคงที่ของวัสดุ $n = 0.8, 0.9, 1, 1.25, 1.5$ และค่าคงที่ $\varepsilon = 0.001$
(ก) ระยะ $\bar{h}_a = 0$ (ข) ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

พิจารณาผลกระทบของค่าคงที่ ε_0 ที่มีต่อความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่ามุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ ดังรูปที่ 13(ก) เมื่อค่าคงที่ ε_0 เพิ่มขึ้น ส่งผลให้แรงดึงรั้งจากเคเบิลและมุม θ_0 เพิ่มขึ้น โดยเส้นกราฟ

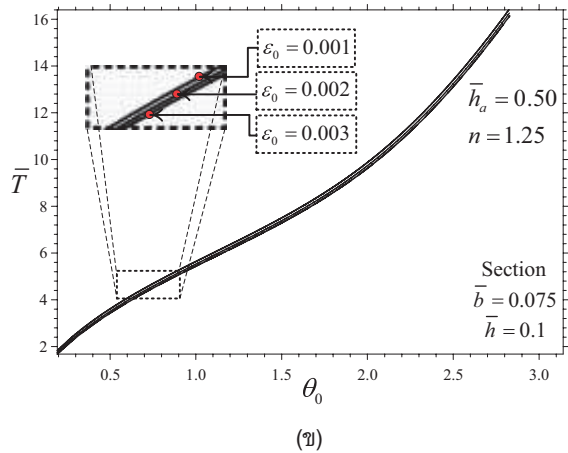
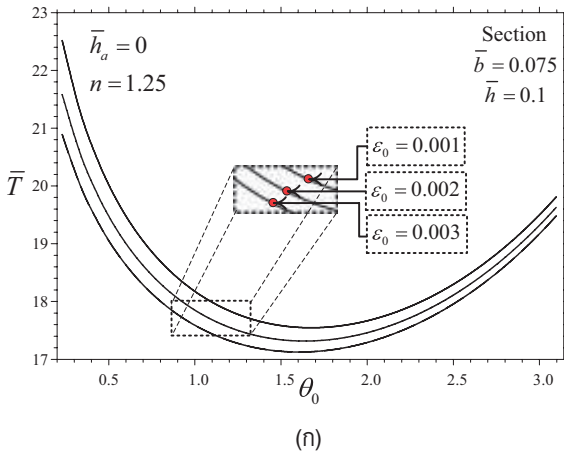
มีลักษณะที่ขนานกัน ส่วนรูปที่ 13(ข) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$ เมื่อค่าคงที่ ε_0 เพิ่มขึ้นส่งผลให้แรงดึงรั้งจากเคเบิลและมุม θ_0 เพิ่มขึ้น ดังนั้นเมื่อให้ระยะ $\bar{h}_a$ เพิ่มขึ้นผลกระทบของค่าคงที่ ε_0 ส่งผลน้อยกว่า



รูปที่ 13 ผลกระทบของค่าคงที่ ε_0 ตั้งแต่ 0.001-0.003 ที่ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8$
(ก) ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่ามุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$
(ข) ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่ามุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

พิจารณาผลกระทบของค่าคงที่ ε_0 ที่มีต่อความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่ามุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ ดังรูปที่ 14(ก) เมื่อค่าคงที่ ε_0 เพิ่มขึ้น ทำให้แรงดึงรั้งจากเคเบิลลดลง ส่วนค่ามุมที่คำนวณเกิดการโก่งตัว

สูงสุดมีค่าเข้าใกล้ค่า π ส่วนรูปที่ 14(ข) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$ เมื่อค่าคงที่ ε_0 เพิ่มขึ้นส่งผลให้แรงดึงรั้งจากเคเบิลลดลงเช่นกัน ดังนั้นเมื่อให้ระยะ $\bar{h}_a$ เพิ่มขึ้นผลกระทบของค่าคงที่ ε_0 ส่งผลน้อยกว่า



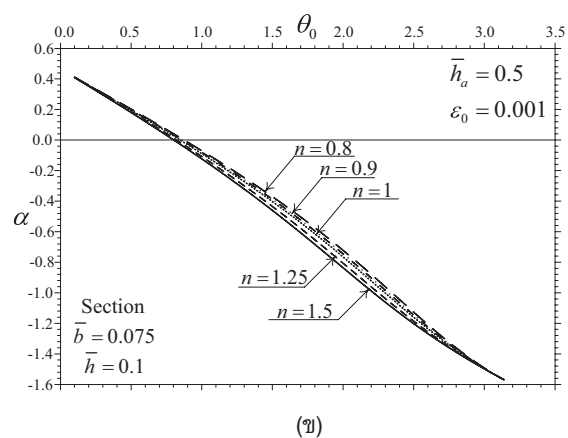
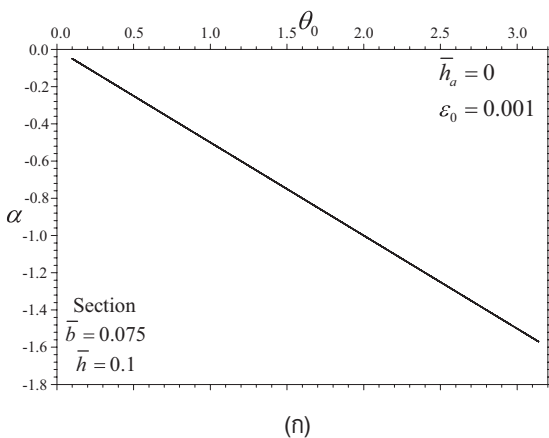
รูปที่ 14 ผลกระทบของค่าคงที่ ε_0 ตั้งแต่ 0.001-0.003 ที่ค่าคงที่วัสดุ $n = 1.25$

(ก) ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่ามุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$

(ข) ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่ามุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

รูปที่ 15(ก) ความสัมพันธ์ระหว่างทิศทางของแนวแรง α กับค่ามุม θ_0 ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ เมื่อให้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ เพิ่มขึ้น พบว่ามุม θ_0 จะมีค่าเป็น 2 เท่าของทิศทางของแนวแรง α เสมอ โดยสามารถพิสูจน์ได้จากเงื่อนไขทางเรขาคณิตของเส้นโค้งการโก่งตัว ส่วนกรณี

ที่กำหนดให้ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$ ดังรูปที่ 15(ข) พบว่าเมื่อมุม θ_0 เพิ่มขึ้นทิศทางของแนว α มีผลเพิ่มขึ้นในทิศทางตรงกันข้ามเช่นกัน แต่กรณีนี้ค่าคงที่ของวัสดุ n จะมีผลกระทบต่อทิศทางของแนวแรง α กับค่ามุม θ_0

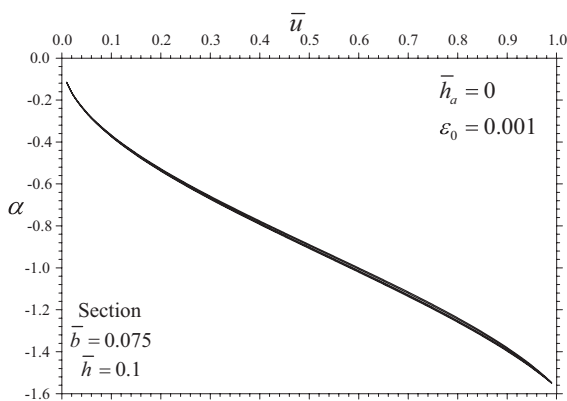


รูปที่ 15 ทิศทางของแนวแรง α กับค่ามุม θ_0 ที่ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8, 0.9, 1, 1.25, 1.5$ และค่าคงที่ $\varepsilon_0 = 0.001$

(ก) ระยะ $\bar{h}_a = 0$

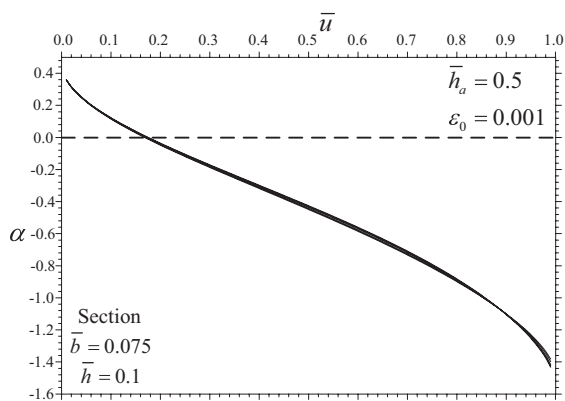
(ข) ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

จากรูปที่ 16(ก) ความสัมพันธ์ระหว่างทิศทางของแรง α กับค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ พบว่าทิศทางของแนวแรง α เพิ่มขึ้น เมื่อระยะการเคลื่อนที่ $\bar{u}$ มากขึ้น และ ณ ตำแหน่งที่คานเกิดการโก่งตัวสูงสุด ทิศทางของแนวแรง α จะมีแนวโน้มเข้าใกล้ค่า $-\pi/2$ โดยผลกระทบของค่าคงที่ของวัสดุ n มีผลน้อยมาก



(ก)

มาก และจากรูปที่ 16(ข) ให้ระยะ $\bar{T} = 0.5$ พบว่าทิศทางของแนวแรงเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบ ขึ้นอยู่กับตำแหน่งแรงดึงรั้งจากเคเบิล และ ณ ตำแหน่งที่คานเกิดการโก่งตัวสูงสุด ทิศทางของแนวแรง α จะมีแนวโน้มเข้าใกล้ค่า $-\pi/2$ โดยผลกระทบของค่าคงที่ของวัสดุ n มีผลน้อยมาก



(ข)

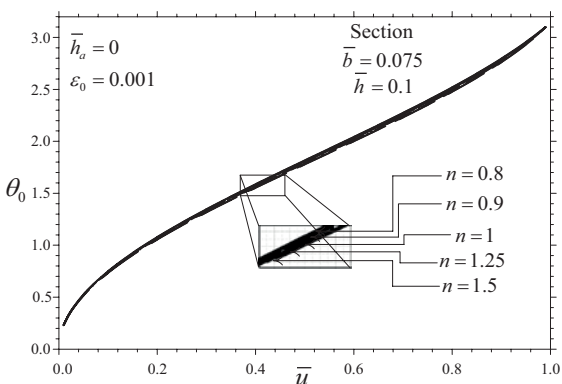
รูปที่ 16 ทิศทางของแนวแรง α กับค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ที่ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8, 0.9, 1, 1.25, 1.5$ และค่าคงที่ $\epsilon_0 = 0.001$

(ก) ระยะ $\bar{h}_a = 0$

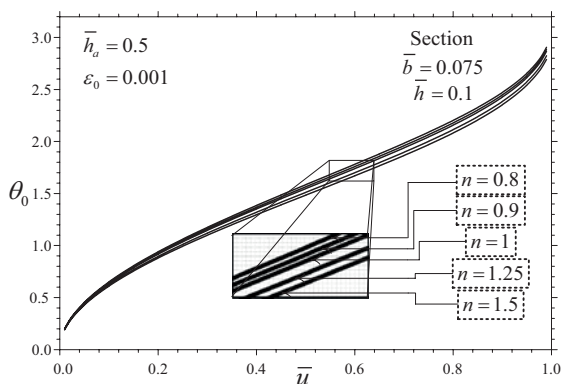
(ข) ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

ความสัมพันธ์ระหว่างมุม θ_0 กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ดังรูปที่ 17(ก) ให้ระยะ $\bar{h}_a = 0$ และ รูปที่ 17(ข) ให้ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$ พบว่าเมื่อให้ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ เพิ่มขึ้นหรือคานเริ่มมีการโก่งตัว ส่งผลให้

ค่ามุม θ_0 เพิ่มขึ้น และ ณ ตำแหน่งที่คานเกิดการโก่งตัวสูงสุดมุม θ_0 มีค่าเข้าใกล้ค่า π และยังพบว่าถ้าค่าคงที่ของวัสดุ n เพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่ามุม θ_0 ลดลงตามลำดับ



(ก)



(ข)

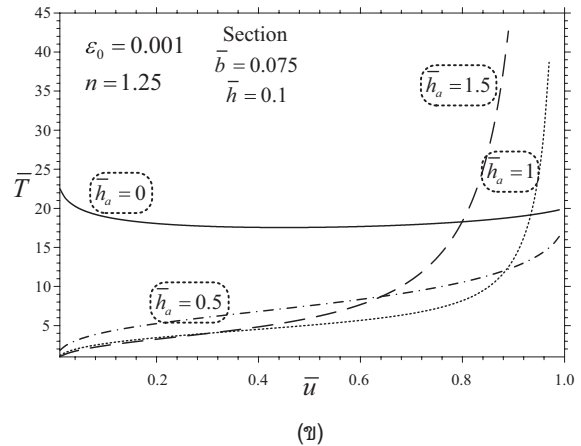
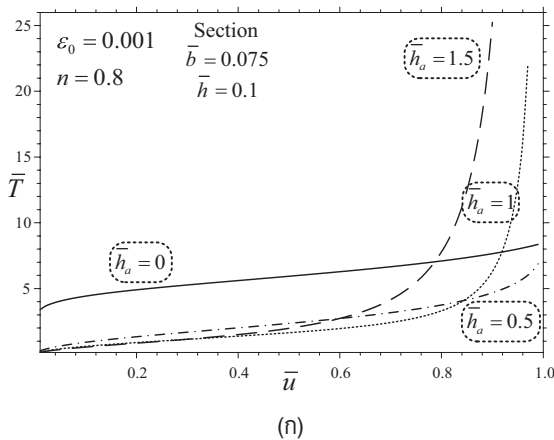
รูปที่ 17 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ามุม θ_0 กับค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ที่ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8, 0.9, 1, 1.25, 1.5$ และค่าคงที่ $\epsilon_0 = 0.001$

(ก) ระยะ $\bar{h}_a = 0$

(ข) ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

ผลของการเปลี่ยนแปลงระยะ $\bar{h}_a$ ส่งผลต่อความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ กับค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ดังรูปที่ 18(ก) และ 18(ข) แสดงให้เห็นว่าในช่วงแรกที่ยานเริ่มมีการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ $\bar{h}_a = 0$ มีค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิล มากกว่าระยะ

$\bar{h}_a = 0.5, 1, 1.5$ ถ้าพิจารณาที่ระยะ $\bar{h}_a > 0$ เมื่อการเคลื่อนที่ $\bar{u}$ เพิ่มขึ้นแรงดึงรั้งจากเคเบิลจะค่อยๆ ปรับค่าเพิ่มขึ้น และ ณ ตำแหน่งที่คานเกิดการโก่งตัวสูงสุด ระยะ $\bar{h}_a$ มากกว่าจะต้องการแรงดึงรั้งที่ปลายสูงกว่าเมื่อต้องการให้ระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ เดียวกัน

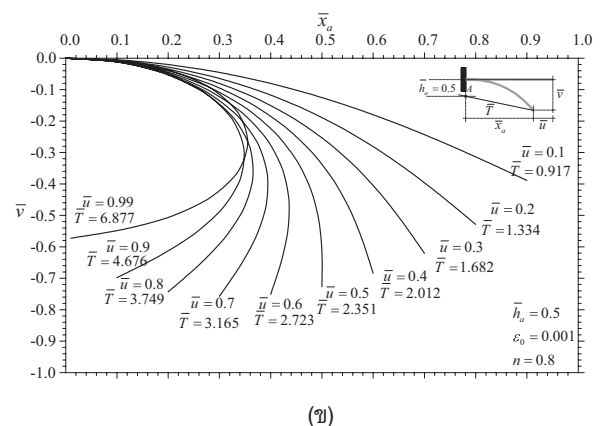
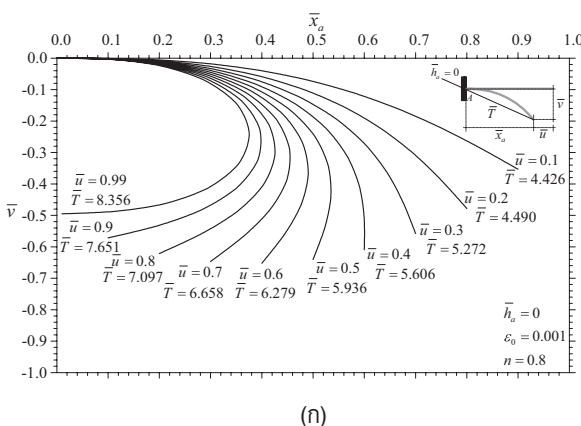


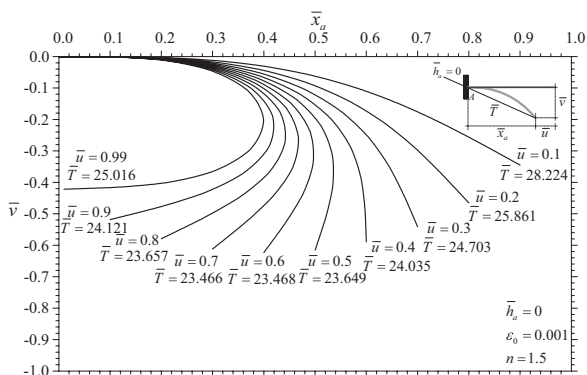
รูปที่ 18 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงในเคเบิล $\bar{T}$ กับค่าระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0, 0.5, 1, 1.5$ และค่าคงที่ $\varepsilon_0 = 0.001$

(ก) ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8$ (ข) ค่าคงที่วัสดุ $n = 1.25$

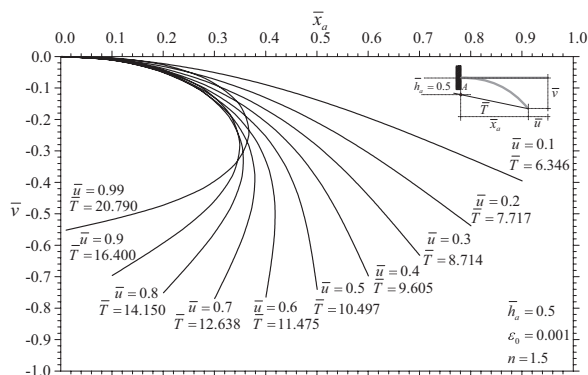
เมื่อพิจารณาระยะการโก่งตัวมากของคานปลายยื่นภายใต้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ ดังรูปที่ 19(ก) และ 19(ข) พบว่าที่ระยะ ปลายคานมีระยะการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง $\bar{v}$ มากกว่าที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ และผลของระยะ $\bar{h}_a$ ยังส่งผลต่อแรงดึงรั้งของเคเบิลโดยที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$ แรงดึงรั้ง

จากเคเบิลจะน้อยกว่าที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ ในทำนองเดียวกัน เมื่อกำหนดค่าคงที่ของวัสดุ $n = 1.5$ ดังรูปที่ 19(ค) และ 19(ง) ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0, 0.5$ ตามลำดับ พบว่าที่ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$ ปลายคานมีระยะการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งมากกว่าที่ระยะ $\bar{h}_a = 0$ เช่นกัน





(ค)



(ง)

รูปที่ 19 ระยะการโค้งตัวมากของคานยื่นภายใต้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ ที่ค่าคงที่ $\varepsilon_0 = 0.001$

(ก) ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8$ และระยะ $\bar{h}_a = 0$

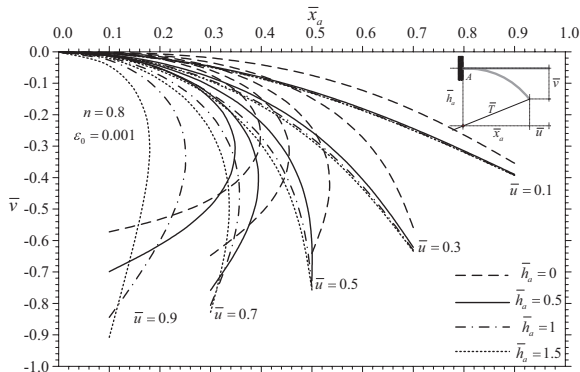
(ข) ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8$ และระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

(ค) ค่าคงที่วัสดุ $n = 1.5$ และระยะ $\bar{h}_a = 0$

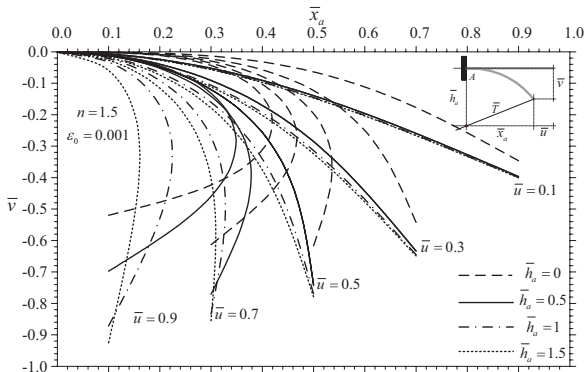
(ง) ค่าคงที่วัสดุ $n = 1.5$ และระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

รูปที่ 20(ก) และ 20(ข) แสดงระยะการโค้งตัวมากของคานเมื่อกำหนดให้ค่าคงที่ของวัสดุ $n = 0.8, 1.5$ ตามลำดับ จากรูปทั้งสองพบว่าเมื่อให้ระยะ $\bar{h}_a$ เพิ่มขึ้น

ส่งผลต่อระยะการโค้งตัวในแนวตั้ง $\bar{v}$ ที่เพิ่มขึ้นด้วย เมื่อพิจารณาระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ เดียวกัน



(ก)



(ข)

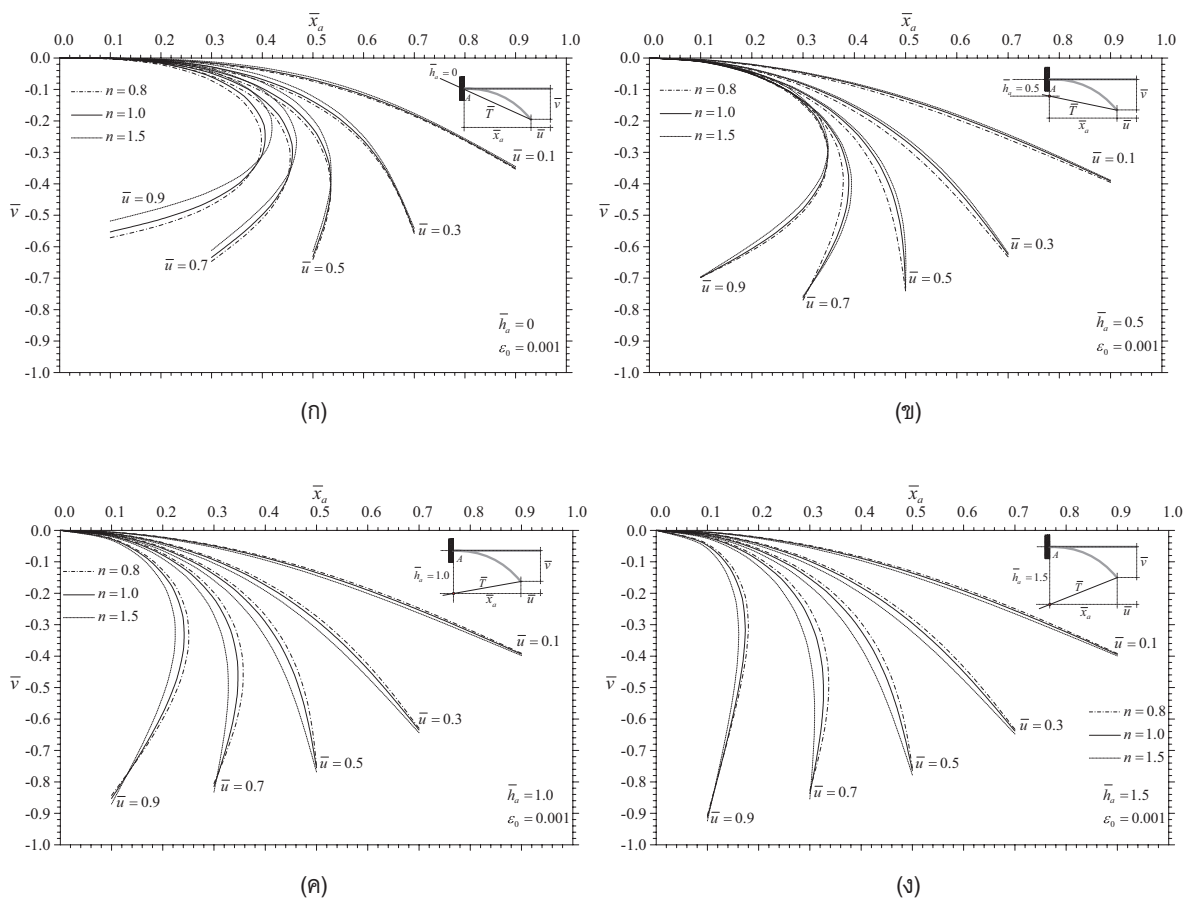
รูปที่ 20 ระยะการโค้งตัวมากของคานยื่นภายใต้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ ที่ระยะ $\bar{h}_a = 0, 0.5, 1, 1.5$ และค่าคงที่ $\varepsilon_0 = 0.001$

(ก) ค่าคงที่วัสดุ $n = 0.8$

(ข) ค่าคงที่วัสดุ $n = 1.5$

เมื่อพิจารณาระยะการโค้งตัวมากของคานปลายยื่นภายใต้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ ดังรูปที่ 21(ก)-(ง) พบว่ากรณีทีระยะ $\bar{h}_a < 1$ ค่าคงที่ของวัสดุ $n > 1$ มีการโค้งตัวตามแนว $\bar{v}$ ที่น้อยกว่าค่าคงที่ของวัสดุที่ $n < 1$ ส่วนกรณีระยะ $\bar{h}_a > 1$ ค่าคงที่ของวัสดุที่ $n > 1$ มีการโค้งตัว

ตามแกน $\bar{v}$ ที่มากกว่าค่าคงที่ของวัสดุ $n < 1$ แสดงว่าเมื่อระยะการเคลื่อนที่ในแนวราบ $\bar{u}$ เพิ่มมากขึ้น ผลของการเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ของวัสดุ n ส่งผลต่อระยะการโค้งตัวของคานอย่างเด่นชัด



รูปที่ 21 ระยะการโก่งตัวมากของคานปลายยื่นภายใต้แรงดึงรั้งจากเคเบิล $\bar{T}$ ที่ค่าคงที่ของวัสดุ $n = 0.8, 1, 1.5$ และค่าคงที่ $\epsilon_0 = 0.001$

(ก) ระยะ $\bar{h}_a = 0$ (ข) ระยะ $\bar{h}_a = 0.5$

(ค) ระยะ $\bar{h}_a = 1$ (ง) ระยะ $\bar{h}_a = 1.5$

5. บทสรุป

งานวิจัยนี้วิเคราะห์พฤติกรรมการโก่งตัวมากของคานที่ทำจากวัสดุแบบเส้นใยคาร์บอนภายใต้แรงดึงรั้งที่ปลายจากเคเบิล โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขร่วมกับเทคนิคการอินทิเกรตเชิงตัวเลข รุนเง-คุตตา อันดับสี่ และเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม จากผลการศึกษาสามารถสรุปได้ดังนี้ ระยะจากปลายยึดแน่นของคานถึงจุดยึดหมุนของเคเบิล $\bar{h}_a$ ค่าคงที่ของวัสดุ n และค่าคงที่ ϵ_0 มีผลต่อพฤติกรรมการโก่งตัวของคาน โดยเมื่อการโก่งตัวของคานมีค่าสูงขึ้นผลของค่าคงที่ของวัสดุยังส่งผลต่อรูปร่างการโก่งตัวและแรงดึงรั้งในเคเบิลมากขึ้น และเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งการ

เคลื่อนที่ในแนวราบค่าเดียวกัน พบว่าเมื่อค่า n สูงขึ้น ค่าแรงดึงรั้งในเคเบิลจะมีค่าสูงขึ้น ในทางกลับกันหากค่า ϵ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นค่าแรงดึงรั้งจากเคเบิลจะมีค่าลดลง ส่วนระยะยึดเคเบิล $\bar{h}_a$ ที่มากขึ้น ส่งผลต่อระยะการโก่งตัวของคานที่เพิ่มขึ้นเช่นกัน

6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยจากภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ภายใต้สัญญาเลขที่ CE-KMUTT-FTERO 5803.

7. เอกสารอ้างอิง

1. Conway, H.D., 1946, "The Large Deflection of Simply Supported Beams," *Philosophical Magazine*, 38, pp. 905-911.
2. Gospodnetic, D., 1959, "Deflection Curve of Simply Supported Beam," *Journal of Applied Mechanics*, 26 (4), pp. 675-676.
3. Frisch-Fay, R., 1962, *Flexible Bars*, London, Butterworths.
4. Huddleston, J.V., 1968, "A Numerical Technique for Elastica Problems," *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 94 (5), pp. 1159-1165.
5. Miller, R.E., 1980, "Numerical Analysis of a Generalized Plane Elastica," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 15, pp. 325-332.
6. Wang, C.M. and Kittipornchai, S., 1992, "Shooting-Optimization Technique for Large Deflection Analysis of Structural Members," *Engineering Structures*, 14 (4), pp. 231-240.
7. Chucheepsakul, S. and Huang, T., 1997, "Finite Element Solution of Variable-Arc-Length Beams Under a Point Load," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 123 (7), pp. 968-970.
8. Klaycham, K., Athisakul, C. and Chucheepsakul, S., 2014, "Finite Element Method for Critical Top Tension Analysis of Neutrally Buoyant Riser," *KMUTT Research and Development Journal*, 37, pp. 429-446.
9. Lee, K., 2002, "Large Deflection of Cantilever Beam of Non-linear Elastic Material under Combined Loading," *International Journal of Non-linear Mechanics*, 37, pp. 439-443.
10. Solano-Carrillo, E., 2009, "Semi-exact-solutions for Large Deflections of Cantilever Beams of Non-linear Elastic Behavior," *International Journal of Non-linear Mechanics*, 44, pp. 253-256.
11. Mutyalaraao, M., Bharathi, D. and Nageswara Rao, B., 2010. "Large Deflections of a Cantilever Beam under an Inclined End Load," *Journal of Applied Mathematics and Computation*, 217, pp. 3607-3613.
12. Athisakul, C., Phungpaingam, B., Juntarakong G. and Chucheepsakul, S., 2012, "Effect of Material Nonlinearity on Large Deflection of Variable-Arc-Length Beams Subjected to Uniform Self-Weight," *Mathematical Problems in Engineering*, 2012, 9 p.
13. Brojan, M., Puksic, A. and Kosel, F., 2007, "Buckling and Post-Buckling of a Nonlinearly Elastic Column," *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, (ZAMM), 87 (7), pp. 518-527.
14. Jung, J.H. and Kang, T.J., 2005, "Large Deflection Analysis of Fibers with Nonlinear Elastic Properties," *Textile Research Journal*, 75 (10), pp. 715-723.
15. Saetiew, W. and Chucheepsakul, S., 2012, "Post-buckling of Simply Supported Column made of Nonlinear Elastic Materials Obeying the Generalized Ludwick Constitutive Law," *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, (ZAMM), 92 (6), pp. 479-489.
16. Saetiew, W. and Chucheepsakul, S., 2012, "Post-buckling of Linearly Tapered Column made of Nonlinear Elastic Materials Obeying the Generalized Ludwick Constitutive Law," *International Journal of Mechanical Sciences*, 65, pp. 83-96.
17. Phonok, S. and Phungpaingam, B., 2012, "Large Deflections of Cantilever Column made from Ludwick's Material under Tension from Guyed Cable," *17th National Convention on Civil Engineering*, Centara Hotel and Convention Centre Udon Thani, pp. STR015-1-STR015-10. (In Thai)

