ความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบในรอยต่อที่ยึดด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียวมาตรฐาน : การเปรียบเทียบค่าโดยวิธีวิเคราะห์และวิธีโฟโตอิลาสติกซิตี

ณัฐพงษ์ เทียนกุล[1] และ พิเชษฐ์ พินิจ[2]
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี บางมด ทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140

บทคัดย่อ

รอยต่อที่ยึดชิ้นส่วนด้วยสลักเกลียวซึ่งเป็นการจับยึดแบบชั่วคราวนั้นถูกใช้เพื่อให้การจับยึดชิ้นส่วนทางวิศวกรรมเป็นไปโดยง่ายและสะดวก เกณฑ์ความเสียหายของรอยต่อนี้ขึ้นอยู่กับค่าคงตัวความแข็งแกร่งของรอยต่อ ซึ่งแปรเปลี่ยนไปตามค่าความแข็งแกร่งของสลักเกลียวและค่าความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบ เนื่องด้วยค่าความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบเป็นตัวแปรที่หาค่าได้ค่อนข้างยาก บทความนี้จึงนำเสนอการหาและเปรียบเทียบค่าความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบที่คำนวณได้จากวิธีวิเคราะห์และวิธีโฟโตอิลาสติกซิตี ส่วนสำคัญของการได้มาซึ่งวิธีวิเคราะห์ที่ใช้ในการประมาณค่าความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบ คือ การกำหนดตำแหน่งของขอบความเค้นด้วยสมการเชิงเส้นตรงในฟังก์ชันของครึ่งหนึ่งของมุมกรวยยอดตัดชิ้นส่วนประกบทำจากเรซิ่นสองชิ้นมีรูปร่างตัวแอลที่มีขนาดเท่ากัน และมีรูสำหรับสวมสลักเกลียวหัวหกเหลี่ยมขนาดมาตรฐาน ISO M8 $\times$ 1.25 mm ยาว 50 mm ชิ้นส่วนประกบได้รับแรงขันตึงเบื้องต้นตั้งแต่ 1250 N ถึง 2500 N โดยใช้ประแจวัดโมเมนต์บิดเป็นช่วงๆ ละ 125 N ในแต่ละช่วงดังกล่าว รอยต่อจะถูกวางไว้ในโพลาริสโคปแบบแสงโพลาไรซ์วงกลมเพื่อถ่ายภาพ ภาพสนามความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากการบีบอัดของสลักเกลียวและ แป้นเกลียวแสดงให้เห็นว่าขอบของสนามความเค้นที่เป็นตัวแปรสำคัญในการหาค่าความแกร่งของชิ้นส่วนประกบมีความสัมพันธ์เชิงเส้นโค้งมากกว่าจะเป็นเส้นตรงที่สมมติไว้ในวิธีวิเคราะห์ การเปรียบเทียบค่าความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบระหว่างที่คำนวณได้จากวิธีวิเคราะห์ที่ครึ่งหนึ่งของมุมกรวยยอดตัดเท่า และค่าที่คำนวณได้จากวิธีที่นำเสนอแสดงให้เห็นว่ามีความแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด อย่างไรก็ตามสมการที่ใช้หาค่าความแกร่งด้วยวิธีวิเคราะห์มีรูปแบบที่ง่ายต่อการใช้งานมากกว่าวิธีการที่ได้นำเสนอ

คำสำคัญ : ความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบ / วิธีเชิงตัวเลขเพื่อหาปริพันธ์ / โฟโตอิลาสติกซิตี

* *Corresponding Author : pichet.pin@kmutt.ac.th*

1 *นักศึกษาระดับปริญญาตรี ภาควิชาครุศาสตร์เครื่องกล คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี*

2 *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาครุศาสตร์เครื่องกล คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี*

Member Stiffness of Standard Bolted Joint Member : Comparing Results Obtained by Analytical Methods and by Photoelasticity

Nuttapong Tienkul[1] and Pichet Pinit[2*]

King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod, Thungkru, Bangkok10140

Abstract

Bolted joint - a non-permanent joining - is used to facilitate clamping of engineering parts. The failure criteria of the bolted joint depend on the stiffness constant of the joint, which varies according to the stiffness of both the bolts and clamped members of the joint. Since the stiffness of clamped members is rather difficult to obtain, this article presents a systematic study on the comparison of results given by various analytical methods as well as by the photoelasticity. A key part that was used in the analytical methods for the estimation of the stiffness of clamped members is the assumption that the edge of the stress field under the clamped zone could be represented by a linear equation based on half of apex angle of a truncated solid cone. In the experiments, the two members of a joint were made from resin in L-shape with the same dimensions having a through-the-thickness hole for a standard size hexagon head bolts of ISO M8 × 1.25 mm at 50 mm long. The torque was applied to the bolt head by a torque wrench to cause a preload in the bolt from 1250 N to 2500 N at a step of 125 N. At every step of bolt preloading, the joint was placed in a circular polariscope to record the stress filed in the clamped zone. The stress fields revealed their edges as having the form of a curve rather than a straight line as assumed in the analytical methods. It was found that there is a significant difference in the stiffness of the clamped members as computed via the use of the analytical methods with the half of apex angle of 30° and that from the strategy proposed in this paper. However, the analytical methods are more robust than the proposed one.

Keywords : Member Stiffness / Numerical Method of Integration / Photoelasticity

* *Corresponding Author : pichet.pin@kmutt.ac.th*

1 *Undergraduate student, Department of Mechanical Technology Education, Faculty of Industrial Education and Technology.*

2 *Assistant Professor, Department of Mechanical Technology Education, Faculty of Industrial Education and Technology.*

1. บทนำ

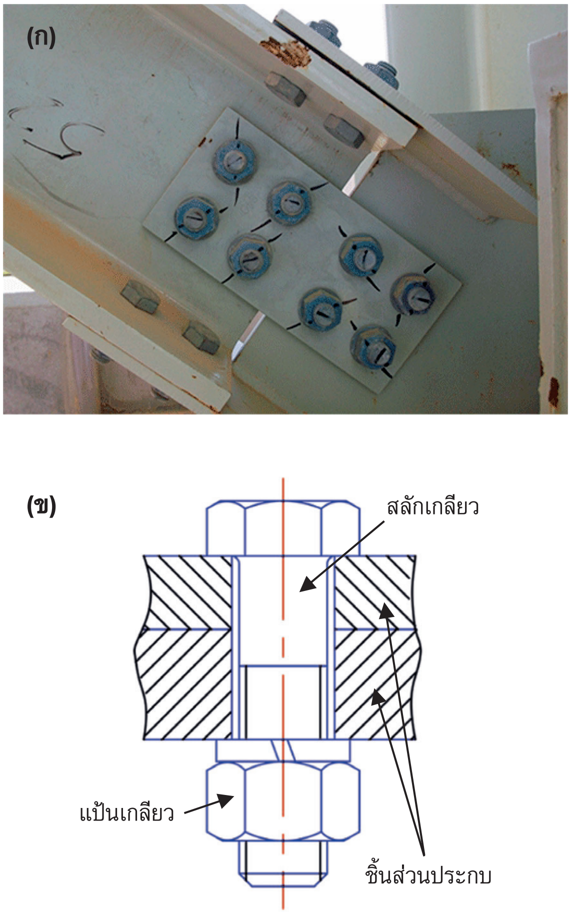
1.1 ความสำคัญของการยึดชิ้นส่วนด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียว

มีชิ้นส่วนเครื่องจักรกลต่างๆ มากมายที่ต้องอาศัยการยึดเข้าด้วยกันเพื่อการทำงานได้ถูกต้องและปลอดภัยตามที่ได้รับการออกแบบไว้ทั้งภายใต้ภาระสถิตและภาระแปรเปลี่ยน การยึดชิ้นส่วนมีสองลักษณะคือ การยึดแบบถาวร และการยึดแบบชั่วคราว การยึดแบบแรกจะมีความแข็งแรงมากในการรับภาระภายนอก แต่ก็มีข้อจำกัดที่ว่าการดูแลบำรุงรักษากระทำได้ยาก ขณะที่แบบที่สองนั้นการบำรุงรักษาเป็นไปโดยง่ายและสะดวก แต่ก็ไม่สามารถนำไปใช้ในการรับภาระที่มีค่าสูงมากๆ ได้

ในงานวิศวกรรมส่วนมากนิยมใช้การยึดชิ้นส่วนแบบชั่วคราวเนื่องด้วยช่างผู้รับผิดชอบสามารถดูแลบำรุงรักษาตามระยะเวลาที่กำหนดเพื่อการทำงานที่ถูกต้องและปลอดภัยได้ [1-3] ทั้งนี้การประยุกต์ใช้การยึดแบบชั่วคราวที่เราสามารถพบเห็นได้โดยทั่วไปก็คือโครงสร้าง งานระบบท่อที่มีความดันภายใน เช่น ระบบท่อน้ำประปา และระบบท่อในโรงกลั่นน้ำมันฯ ด้วยเหตุนี้การศึกษาปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนที่ถูกบีบด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียว โดยเฉพาะการวิเคราะห์ความเค้นจึงเป็นเรื่องที่มีความสำคัญยิ่งที่จะทำให้รอยต่อนั้นมีความสามารถในการต้านทานภาระที่มากระทำและคงสภาพการทำงานอยู่ได้

1.2 สภาพปัญหา/ความท้าทายในงานจริง

รูปที่ 1 แสดงภาพการยึดชิ้นส่วนหรือหน้าแปลนด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียว และภาพตัดด้านข้างหน้าแปลนที่ถูกบีบอัดด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียวเพียงหนึ่งตัว ประเด็นสำคัญในการออกแบบรอยต่อ (รูปที่ 1ก) ก็คือว่าควรมีจำนวนสลักเกลียวมากน้อยเพียงใดที่จะไม่ทำให้เกิดการแยกตัวระหว่างชิ้นส่วนประกบเพื่อความปลอดภัยหรือรั่วซึมในกรณีภาชนะความดันหรือระบบท่อ และเหมาะสมกับหลักทางเศรษฐศาสตร์ กล่าวคือไม่ใช้จำนวนสลักเกลียวมากเกินไปจนทำให้สิ้นเปลือง?



รูปที่ 1 การยึดชิ้นส่วนประกบด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียว : (ก) รอยต่อที่ยึดด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียวในระบบโครงสร้าง [4] และ (ข) ภาพตัดของชิ้นส่วนประกบที่ถูกบีบอัดด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียว [5]

ความแข็งแกร่งของรอยต่อขึ้นอยู่กับค่าความแข็งแกร่งของสลักเกลียว (bolt) และความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบ (bolted member) (รูปที่ 1ข) ความแข็งแกร่ง k ของชิ้นงานใดๆ สามารถกำหนด ค่าได้จากความสัมพันธ์

$$k = \frac{F}{\delta} \tag{1}$$

โดยที่ F คือแรงที่กระทำต่อชิ้นส่วน และ δ คือระยะยืดหรือหดตัวของชิ้นส่วนเดียวกันนั้น

เมื่อสลักเกลียวในรูปที่ 1 ถูกขันโดยการหมุนหัวสลักเกลียวหรือแป้นเกลียว ผลที่เกิดขึ้นก็คือ ตัวสลักเกลียวจะยืดตัวออกขณะที่ชิ้นส่วนประกบจะหดตัวสั้นลงตามแนวตัวสลักเกลียว (รูปที่ 2 ก) เนื่องจากสลักเกลียวและชิ้นส่วนประกบอยู่ในรอยต่อเดียวกัน จุดที่ระยะยืดและหดมาบรรจบกันนั้นเป็นจุดที่แสดงถึงแรงขันตึงเบื้องต้น F_i (preload) ที่ผู้ปฏิบัติงานต้องขันให้มีขึ้นในรอยต่อก่อนการใช้งาน (รูปที่ 2 ข) ซึ่งในขณะนี้แรงภายในสลักเกลียว F_b และแรงภายในชิ้นส่วนประกบ F_m จะมีขนาดเท่ากับแรงขันตึงเบื้องต้น

จากรูปที่ 2 เราสามารถคำนวณหาค่าความแข็งแกร่งของสลักเกลียวและชิ้นส่วนประกบได้ ดังนี้

$$k_b = \frac{F_i}{\delta_b} \quad \text{และ} \quad k_m = \frac{F_i}{\delta_m} \tag{2}$$

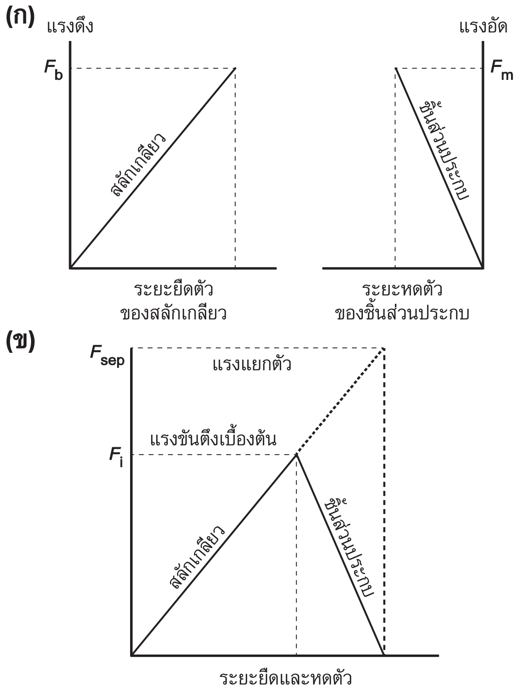
โดยที่ k_b และ δ_b คือ ความแข็งแกร่งและระยะยืดตัวของสลักเกลียวตามลำดับ และ k_m และ δ_m คือ ความแข็งแกร่งและระยะหดตัวของชิ้นส่วนประกบตามลำดับ ในรอยต่อเดียวกันนั้น

ความแข็งแกร่ง k_b และ k_m ถูกรวมเข้าด้วยกันภายใต้ค่าคงตัวค่าหนึ่งที่เรียกว่า ค่าคงตัวความแข็งแกร่งของรอยต่อที่ยึดด้วยสลักเกลียว (stiffness constant of bolted joint) C ดังนี้

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} \tag{3}$$

ค่า C นี้แสดงถึงสัดส่วนของแรงภายนอกที่สลักเกลียวจะรับหรือแบ่งไปเมื่อรอยต่อนั้นอยู่ภายใต้ภาระภายนอกหรือถูกนำไปใช้งาน

ค่านี้มีความสำคัญมากเนื่องด้วยเกี่ยวข้องในการกำหนดเกณฑ์ความเสียหายของรอยต่อ (failure criteria) กล่าวคือ รอยต่อจะต้องไม่แยกออกจากกันขณะใช้งาน หรือ $F_{sep} = \frac{F_i}{1-C}$ โดย F_{sep} คือแรงภายนอกที่เริ่มแยกชิ้นส่วนประกบให้ออกจากกัน (รูปที่ 2ข) สำหรับการออกแบบรอยต่อที่เหมาะสมนั้น Budynas และ Nisbett [6] แนะนำให้ใช้ หรือสลักเกลียวจะรับแรงภายนอกที่มากระทำต่อรอยต่อประมาณ ร้อยละ 20 เมื่อเทียบกับชิ้นส่วนประกบ



รูปที่ 2 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะยืดของสลักเกลียวและชิ้นส่วนประกบโดย F_b F_i และ F_m คือแรงภายในสลักเกลียว แรงขันตึงเบื้องต้นและแรงภายในชิ้นส่วนประกบ ตามลำดับ

ค่าความแข็งแกร่ง k_b ของสลักเกลียวสามารถหาได้ง่ายเนื่องจากมีลักษณะรูปทรงกระบอกยาว ความยากในการหาค่า C จึงอยู่ที่การหาค่าความแข็งแกร่ง k_m และด้วยเหตุนี้ความแม่นยำและถูกต้องในการออกแบบรอยต่อจึงขึ้นอยู่กับความถูกต้องของค่าความแข็งแกร่ง k_m ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วค่าที่คำนวณได้เป็นค่าโดยประมาณเท่านั้น (approximate value) เนื่องจากรูปร่างของชิ้นส่วนประกบและส่วนที่อยู่ภายใต้อิทธิพลการบีบอัด (clamped zone) ของสลักเกลียวมีความซับซ้อน

2. การหาค่าความแข็งแกร่ง k_m

2.1 แนวคิด

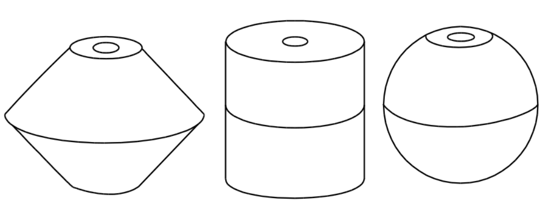
เมื่อสลักเกลียวถูกขันเพื่อให้เกิดแรงขันตึงเบื้องต้น F_i (รูปที่ 1) จะเกิดแรงดึงในสลักเกลียว F_b และแรงบีบอัด

F_m ในชิ้นส่วนประกบ (รูปที่ 2) ขณะนั้นจะเกิดการกระจายตัวของความเค้นขึ้นภายในชิ้นส่วนประกบสมมาตรในลักษณะรูปทรงที่แตกต่างกันออกไปตามสมมติฐาน (รูปที่ 3)

นักวิจัยหลายคนได้พยายามค้นหาวิธีการหาค่าให้มีความถูกต้องมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างสมการหาค่าระยะยืดหรือหดตัวตามแนวแกน ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีในรายวิชากลศาสตร์วัสดุ กล่าวคือ $\delta = FL/EA$ โดยผนวกกับสมการ (1) ดังนี้

$$k_m = \frac{E_m A_m}{L_m} \tag{4}$$

โดย E_m A_m และ L_m คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นหรือค่ายังส์มอดูลัส, พื้นที่ประสิทธิผลภายใต้อิทธิพลการบีบอัดของสลักเกลียว และความยาวของชิ้นส่วนประกบทั้งหมดภายใต้สลักเกลียวนั้นตามลำดับ เนื่องด้วยในรอยต่อที่ยึดด้วยสลักเกลียวหนึ่งๆ นั้นค่า E_m และ L_m จะคงตัว ด้วยเหตุนี้ค่า k_m จึงขึ้นอยู่กับค่า A_m ซึ่งอีกทอดหนึ่งขึ้นอยู่กับรูปทรงสมมาตรในรูปที่ 3 อย่างไรก็ตามเงื่อนไขที่ว่า E_m มีค่าคงตัวนั้นจะเป็นจริงได้เมื่อชิ้นส่วนประกบทำจากวัสดุชนิดเดียวกันเท่านั้น



รูปที่ 3 รูปทรงสมมาตร 3 มิติที่เป็นแบบจำลองการกระจายตัวของความเค้นแบบในชิ้นส่วนประกบบนและล่างที่อยู่ภายใต้อิทธิพลการบีบอัดของสลักเกลียว [7]

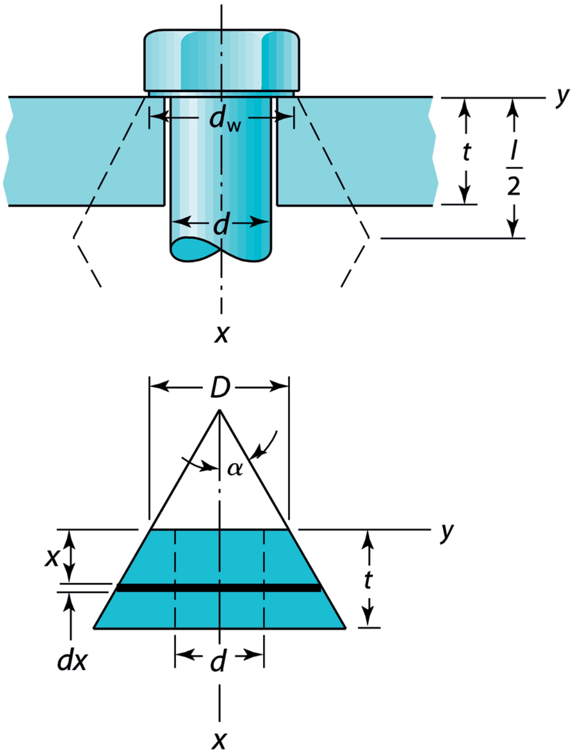
2.2 การทบทวนวรรณกรรม

การหาค่าความแข็งแกร่ง k_m ของชิ้นส่วนประกบซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการออกแบบรอยต่อโดยอาศัยตัวแปรในสมการ (3) นั้นเป็นที่สนใจของนักวิชาการและนักวิจัยในสาขาซึ่งได้เสนอแนะแนวทางที่หลากหลาย

Norton [8] และ Juvinall และ Marshek [9] ได้รายงานแนวทางการแก้ปัญหาโดยอาศัยการประมาณค่ารูปทรงกระบอก (รูปที่ 3 กลาง) จากค่าเฉลี่ยระหว่างระยะเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปทรงกรวยด้านยอดตัดและฐาน (รูปที่ 3 ซ้าย) ทั้งนี้ระยะเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปทรงกรวยด้านฐานนั้นจะขึ้นอยู่กับมุมยอดกรวย (apex angle) วิธีการนี้ง่ายและสะดวกต่อการคำนวณแต่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูง และสอดคล้องไม่มากนักกับลักษณะการกระจายตัวของความเค้นที่เกิดขึ้นจริงที่ศึกษาโดย Gould และ Mikic [10] และ Motosh [11] ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปทรงกรวย

Budynas และ Nisbett [6] ได้กล่าวถึงผลงานวิจัยของ Ito และคณะ [12] เกี่ยวกับการระบุลักษณะของการกระจายตัวของความเค้นด้วยวิธีอัลตราโซนิคซึ่งยืนยันให้เห็นว่ารูปร่างมีความใกล้เคียงกับรูปทรงกรวย (รูปที่ 3 ซ้าย) และสามารถสร้างแบบจำลองได้ดังรูปที่ 4 เราจะเห็นได้จากรูปว่าการค่า A_m หรือ k_m นั้นขึ้นอยู่กับค่ามุม α ซึ่งสามารถเลือกใช้ได้หลากหลายค่าระหว่าง 25° ถึง 30° ตามคำแนะนำของ Osgood [13]

ผู้วิจัยหลายคนได้พยายามศึกษารอยต่อที่ยึดด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียวในหลากหลายแบบเพื่อวิเคราะห์หาค่ามุม α ที่เหมาะสม Arche [14] รายงานผลการทดสอบว่า α มีค่าอยู่ระหว่าง 35° ถึง 38° ขณะที่ผลการทดสอบความเค้นสัมผัสในรอยต่อด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียวของ Marshall และคณะ [15] ซึ่งแสดงในรูปของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้มิติ $k_m/E_m d$ กับค่ามุม α ชี้ให้เห็นว่าตัวแปรไร้มิติจะมีค่าแตกต่างกันไม่มากนักเมื่อมุม α มีค่าอยู่ระหว่าง 30° ถึง 41° และยังสรุปไว้อย่างชัดเจนอีกว่า $\alpha \approx 41°$ และ $\alpha \approx 68°$ สำหรับชิ้นส่วนประกบผิวขัดมันและผิวที่ผ่านการกัดหรือกลึงตามลำดับ นอกจากนี้ Marshall และคณะ [16] ยังได้ให้ข้อสรุปไว้ก่อนหน้านี้อีกว่า ยังมีปัจจัยอีกหลากหลายที่ส่งผลต่อการหาค่า k_m เช่น ลักษณะทางเรขาคณิตที่แท้จริงของขอบสนามความเค้น และความเรียบผิวของวัสดุที่ใช้ทำชิ้นประกบ ปัจจัยเหล่านี้ส่งผลให้ค่ามุม α อาจมีค่าเพิ่มสูงขึ้นถึง 70° ลักษณะเช่นนี้แสดงให้เห็นถึงการแปรเปลี่ยนของการกระจายตัวของความเค้น และค่ามุม α



รูปที่ 4 แบบจำลองทรงกรวยกลวงของบริเวณที่ได้รับอิทธิพลจากการบีบอัดของสลักเกลียวที่มีมุมยอดกรวย 2α โดยที่ $D \approx d_w$ [6]

ด้วยความซับซ้อนดังกล่าว Wileman และคณะ [17] จึงได้นำเสนอผลการประมาณค่า k_m ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งแสดงออกมาในรูปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล สมการดังกล่าวสามารถหาค่า k_m ได้โดยสะดวกแต่ก็มีข้อจำกัดที่ว่า สมการใช้ได้กับกรณีรูปทรงและเงื่อนไขขอบสมมาตรเท่านั้น Haider และคณะ [2] จึงได้พยายามเสนอวิธีการหาค่า k_m โดยใช้การประมาณค่าความเค้นในรูปของสมการพหุนามกำลังสาม และใช้ความสัมพันธ์เดียวกันกับที่อธิบายไว้โดย Budynas และ Nisbett [6] (รูปที่ 3 ซ้าย) ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าค่า k_m สอดคล้องกับ Budynas และ Nisbett ในเฉพาะกรณีที่สนามความเค้นเกิดเต็มรูปแบบเท่านั้น นอกจากนี้ด้วยวิธีการแทนค่าย้อนกลับเพื่อหาค่ามุม α พบว่ามีค่า 36° หากต้องการให้เกิดความสอดคล้องกันดังที่กล่าวข้างต้น ความแตกต่างในการกำหนดค่ามุม α เป็นเรื่องที่มีความสำคัญมากและยังไม่สามารถหาข้อสรุปที่ชัดเจนได้ [18-19]

จากข้อมูลข้างต้นเราจะเห็นได้ว่า ค่ามุม α มีความสำคัญยิ่งต่อการหาค่า k_m คำถามสำคัญจึงมีอยู่ว่าจะมีวิธีการอื่นใดหรือไม่ที่ไม่ต้องใช้ค่ามุม α เพื่อตอบคำถามนี้ Marcia และคณะ [20] จึงได้นำเสนอแนวทางการกำหนดรูปร่างของเส้นขอบสนามความเค้นด้วยการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ Weibull โดยเทียบกับการกระจายตัวของความดัน (ความเค้น) ที่วัดโดยแผ่นฟิล์มบาง หลังจากนั้นก็กำหนดหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของฟังก์ชัน Weibull โดยอาศัยการวิเคราะห์สหสัมพันธ์กับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้นั้นแสดงถึงความสอดคล้องกันของเส้นขอบความดัน ยกเว้นบริเวณใกล้กับตัวสลักเกลียว

จากการทบทวนวรรณกรรมข้างต้น งานวิจัยนี้มุ่งสนใจการหารูปทรงเรขาคณิตที่แท้จริงของขอบสนามความเค้นที่แสดงถึงอิทธิพลของการบีบอัดของสลักเกลียวและแป้นเกลียวโดยอาศัยแนวคิดเดียวกับ Marcia และคณะ [20] อย่างไรก็ตามรายละเอียดจะแตกต่างกันไป กล่าวคือ ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีเชิงทดลองที่เรียกว่าโฟโตอิลาสติกซิตี (หัวข้อที่ 4)

3. วิธีการประมาณค่าความแข็งแกร่ง k_m

สามวิธีหลักที่นิยมใช้คำนวณหาค่า A_m คือ การคำนวณโดยการประมาณค่าให้พื้นที่ภายใต้อิทธิพลการบีบอัดของสลักเกลียวมีรูปร่างเป็นทรงกระบอกกลวง (hollow cylinder) การคำนวณโดยอาศัยรูปร่างเป็นทรงกรวยกลวง (hollow cone) (รูปที่ 3) และการคำนวณโดยอาศัยหลักการวางซ้อน (superposition) ทั้งนี้แนวทางการประมาณค่าทั้งหมดจะอาศัยรูปทรงกรวยกลวงด้วยกันทั้งสิ้น อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยยังค้นไม่พบงานวิจัยใดที่กล่าวถึงแบบจำลองรูปทรงกลมกลวง (hollow sphere) (รูปที่ 3 ขวา) หรือรูปทรงแคปซูล (hollow capsule)

3.1 วิธีที่หนึ่ง : การประมาณค่ารูปทรงกระบอกกลวงจากรูปทรงกรวยกลวง

วิธีการนี้ตั้งอยู่บนสมมติฐานว่าการหดตัวของชิ้นส่วนประกบเป็นไปตามรูปร่างของพื้นที่ประสิทธิผลภายใต้อิทธิพลการบีบอัดของสลักเกลียวในลักษณะรูปทรงกระบอกกลวง ดังนั้นวิธีการนี้จึงอาศัยการหาค่าเฉลี่ยระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางด้านยอดตัด D กับเส้นผ่านศูนย์กลางที่กว้างที่สุดของฐานทรงกรวยกลวง D_{base} (จุด

หักมุมของเส้นประในรูปที่ 4 บน) ตามความหนาของชิ้นประกบ

จากหลักการข้างต้น เราสามารถเขียนสมการหาค่า A_m ได้ดังนี้ [8-9]

$$A_\mathrm{m} \cong \frac{\pi}{4}\left[\left(\frac{D+D_\mathrm{base}}{2}\right)^2 - d^2\right] \tag{5}$$

โดยที่ $D_{base} = D + 2t \tan \alpha$ ด้วยสมการ (5) เราสามารถหาค่า K_m ของแต่ละชิ้นส่วนประกบได้ดังสมการ (4)

3.2 วิธีที่สอง : การหาปริพันธ์ฟังก์ชันรูปทรงกรวยกลวง

พิจารณารูปที่ 4 และสมการระยะยืดหรือหดตัวตามแนวแกน เราจะได้ว่า [6]

$$d\delta_\mathrm{m} = \frac{F_\mathrm{i}\,dx}{E_\mathrm{m}A(x)} \tag{6}$$

สิ่งสำคัญในการหาผลเฉลยของสมการ (6) คือการหา $A(x)$ และการหาปริพันธ์

พิจารณารูปที่ 4 อีกครั้ง เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} A &= \pi(r_\mathrm{outer}^2 - r_\mathrm{inner}^2) \\ &= \pi\left\{\left[y(x)+\frac{D}{2}\right]^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2\right\} \\ &= \pi\left\{\left[y(x)+\frac{D+d}{2}\right]\left[y(x)+\frac{D-d}{2}\right]\right\} \end{aligned} \tag{7}$$

ในสมการ (7) r_{outer} และ r_{inner} คือระยะที่วัดจากแกน x ไปตามแกน y จนถึงเส้นเอียงที่ทำมุม α กับแกน x และถึงเส้นประ ตามลำดับ ดังนั้น $y(x)$ จึงเป็นตัวแปรสำคัญมากในการกำหนดค่าพื้นที่ A เราจะเห็นได้ว่า $y(x)$ เป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ใดๆ ก็ได้ที่สอดคล้องมากที่สุดกับรูปทรงของการกระจายความเค้น และหากเรากำหนด $y(x)$ โดยใช้รูปทรงกรวย (รูปที่ 4) ก็จะได้ว่า $y(x) = x \tan \alpha$ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง (linear relation)

ด้วยการแทน $y(x) = x \tan \alpha$ ลงในสมการ (7) และ (6) ตามลำดับ และหาปริพันธ์โดยใช้สูตร $\int \frac{dx}{(ax+b)(px+q)} = \frac{1}{bp-aq}\ln\left[\frac{px+q}{ax+b}\right]$ จากนั้นประยุกต์ใช้สมการ (2) ก็จะได้ว่า

$$k_\mathrm{m}^i = \frac{\pi E_\mathrm{m} d \tan\alpha}{\ln\left[\frac{(2t\tan\alpha + D - d)(D+d)}{(2t\tan\alpha + D + d)(D-d)}\right]} \tag{8}$$

โดยที่ t คือความหนาของชิ้นส่วนประกบที่กำลังพิจารณา และ i คือสัญลักษณ์ที่ระบุว่าสมการ (8) ใช้ได้กับรูปทรงกรวยเพียงรูปทรงเดียวเท่านั้น

ในการใช้งานจริง Osgood [13] แนะนำว่ามุม α ควรมีค่าอยู่ระหว่าง 25° ถึง 33° และสำหรับกรณีการใช้งานโดยทั่วไปนั้น Budynas และ Nisbett [6] แนะนำให้ใช้ $\alpha = 30°$

3.3 วิธีที่สาม : การประมาณค่าด้วยหลักการวางซ้อน

วิธีที่สามนี้อาศัยหลักการวางซ้อนระหว่างรูปทรงกรวยตันยอดตัด (truncated solid cone) กับรูปทรงกระบอกกลม (cylinder) ที่ความยาวเท่ากัน [21] ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$k_\mathrm{m}^i = k_\text{solid cone}^i - k_\text{cylinder}^i \tag{9}$$

ความหมายของสมการ (9) ก็คือ ค่าความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบจะเท่ากับค่าความแข็งแกร่งที่คำนวณโดยอาศัยรูปทรงกรวยตันหักลบออกด้วยค่าความแข็งแกร่งที่คำนวณได้โดยอาศัยรูปทรงกระบอกกลมที่แสดงถึงรูเจาะเพื่อสวมสลักเกลียวผ่านชิ้นส่วนประกบนั้น (รูปที่ 3)

3.3.1 การหาค่าความแข็งแกร่ง k_cylinder^i

เราสามารถหาค่าความแข็งแกร่ง k_cylinder^i ได้โดยง่ายเนื่องจากรูเจาะที่ใช้ใส่สลักเกลียวเป็นทรงกระบอกกลมยาวตามความหนาของชิ้นส่วนประกบ ดังนั้น เราเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$k_\text{cylinder}^i = \frac{\pi E_\mathrm{m} d^2}{4t} \tag{10}$$

สมการ (10) นี้ได้มาโดยการแทนค่าพื้นที่ประสิทธิผล $A_m = \pi d^2/4$ ลงในสมการ (4) โดยที่ $A_m = t$

3.3.2 การหาค่าความแข็งแกร่ง $k^i_{\text{solid cone}}$

เราสามารถกำหนดค่าความแข็งแกร่ง $k^i_{\text{solid cone}}$ ได้โดยอาศัยรายละเอียดในสมการ (7) แต่จะง่ายหรือซับซ้อนน้อยกว่าเนื่องด้วยเป็นรูปทรงกรวยตัน ดังนี้

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2_{\text{outer}} \\ &= \pi \left[y(x) + \frac{D}{2} \right]^2 \end{aligned} \qquad \textbf{(11)}$$

หากแทน $y(x) = x \tan \alpha$ ลงในสมการ (11) และ (6) ตามลำดับ หาปริพันธ์โดยวิธีการแทนค่าตัวแปรโดยให้ $u = D/2 + x \tan \alpha$ และ $dx = du/\tan \alpha$ และใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (2) ก็จะได้

$$k^i_{\text{solid cone}} = \frac{\pi E_{\text{m}}}{4t}(D^2 + 2tD \tan \alpha) \qquad \textbf{(12)}$$

ค่าความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนประกบสามารถแสดงได้โดยแทนสมการ (10) และสมการ (12) ลงในสมการ (9) ซึ่งก็คือ

$$k^i_{\text{m}} = \frac{\pi E_{\text{m}}}{4t}(D^2 + 2tD \tan \alpha - d^2) \qquad \textbf{(13)}$$

เราจะเห็นได้ว่า สมการ (13) มีรูปแบบที่ซับซ้อนน้อยกว่าสมการ (8)

หากสังเกตทั้งสามวิธีข้างต้น เราจะพบว่าการได้มาซึ่งสมการ (5) (8) และ (13) นั้นอาศัยการประมาณเส้นขอบของสนามความเค้นด้วย $y(x) = x \tan \alpha$ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นและเป็นไปตามรูปทรงกรวย (รูปที่ 3 ซ้าย) จากนั้นนำไปแทนลงในสมการ (7) หรือสมการ (11) และหาปริพันธ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสมเพื่อหาค่า k^i_{m} ต่อไป

วิธีที่สองอาศัยการหาปริพันธ์ของฟังก์ชันรูปทรงกรวยกลวงจึงมีความซับซ้อนมากกว่าแบบแรก แต่ก็จะให้ผลการคำนวณที่แม่นยำมากกว่า ส่วนวิธีที่สามจะคล้ายคลึงกับวิธีที่สองมากแต่จะลดรูปฟังก์ชันในบางลักษณะจึงทำให้ซับซ้อนน้อยลง อย่างไรก็ตามโดยภาพรวมแล้วทั้งสามวิธีนั้นก็ยังถือว่าเป็นการประมาณค่า k_{m} เนื่องจากการหาค่าให้ถูกต้องและแม่นยำอย่างแท้จริงนั้นเป็นไปได้ยากมาก ทั้งนี้โดยเฉพาะวิธีที่หนึ่งนั้นจะให้ค่าความคลาดเคลื่อนสูงมาก [2] ด้วยเหตุนี้ประเด็นสำคัญในการวิจัยครั้งนี้จึงอยู่ที่การกำหนดหารูปทรงเรขาคณิตที่แท้จริงของขอบความเค้นโดยอาศัยวิธีโฟโตอิลาสติกซิตี

4. โฟโตอิลาสติกซิตี

โฟโตอิลาสติกซิตี (photoelasticity) เป็นหนึ่งในวิธีวิเคราะห์ความเค้นเชิงทดลอง โดยอาศัยหลักการหักเหของแสงที่สัมพันธ์กับผลต่างของความเค้นหลัก (principle stress difference) ที่เกิดขึ้นในวัสดุโปร่งใสหรือโปร่งแสงซึ่งทำเป็นแบบจำลองจากวัตถุจริงที่อยู่ภายใต้การกระทำของภาระภายนอกเดียวกัน (external loads) [22] วิธีโฟโตอิลาสติกซิตีช่วยให้เรามองเห็นภาพความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นที่เกิดขึ้นและภาระภายนอกที่มากระทำได้อย่างชัดเจนซึ่งเรียกว่า สนามความเค้น (stress field) [23] ด้วยลักษณะนี้วิธีโฟโตอิลาสติกซิตีจึงทำให้เราประเมินตำแหน่งความเสียหายที่อาจจะเกิดขึ้นในชิ้นส่วนทางกลในเบื้องต้นได้โดยง่ายโดยไม่ต้องคำนวณหาค่าความเค้นใดๆ

ในการวิเคราะห์ปัญหาความเค้นระนาบ (plane stress) เราสามารถแสดงความสัมพันธ์เป็นสมการได้ว่า

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f_\sigma N}{h} \qquad \textbf{(14)}$$

โดย $\sigma_1 - \sigma_2$ คือผลต่างของค่าความเค้นหลัก, N คือ อันดับริ้วสีในสนามความเค้น, h คือความหนาของชิ้นทดสอบที่ทำจากวัสดุโปร่งใส อาทิ เรซิ่น และ f_σ คือค่าคงตัวริ้ว-ความเค้นของวัสดุ (material stress-fringe value) ที่หาค่าได้โดยการสอบเทียบ ซึ่งมีหลากหลายวิธี [22] จากสมการ (14) หากเราทราบค่า f_σ และอันดับริ้ว N ที่จุดใดจุดหนึ่งบนชิ้นทดสอบ เราก็จะทราบค่าผลต่างความเค้นหลัก ณ จุดนั้นได้

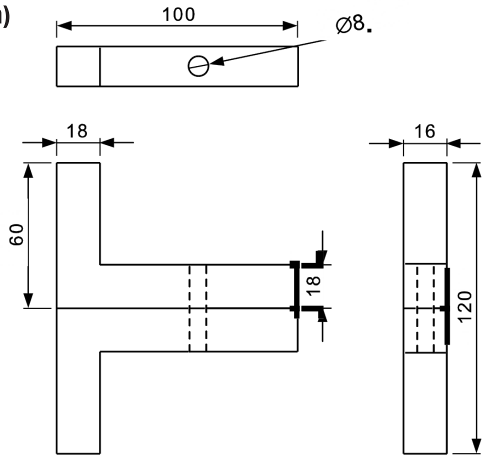
การดำเนินงานตามวิธีโฟโตอิลาสติกซิตีโดยทั่วไปนั้นเป็นดังนี้ ติดตั้งแบบจำลองโปร่งใสในตำแหน่งที่เหมาะสมในอุปกรณ์ทางแสงที่เรียกว่า โพลาริสโคป (polariscope) จากนั้นใส่ภาระหรือแรงภายนอกกับแบบจำลองนั้นให้สอดคล้องกับสภาพจริง (ทั้งขนาดของแรงและเงื่อนไขขอบ) และบันทึกภาพสนามความเค้นด้วยกล้องบันทึกภาพ จากนั้นนำภาพสนามความเค้นไปใช้งานเพื่อการวิเคราะห์ต่อไป

สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้ขอบของสนามความเค้นซึ่งสามารถระบุได้โดยพิจารณาริ้วสีของสนามความเค้นที่เกิดจากการบีบอัดด้วยสลักและแป้นเกลียว

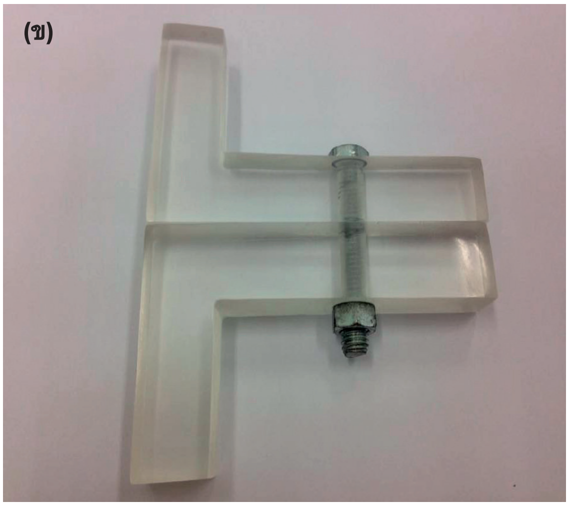
ความสับสนอาจเกิดขึ้นว่า แล้วเช่นนั้นเราจะสามารถใช้สมการ (14) หรือภาพสนามความเค้นที่เป็นสิ่งสะท้อนสมการ (14) ในการหาค่า k_m ได้อย่างไรหากรูปทรงสนามความเค้นที่เกิดขึ้นเป็นดังรูปที่ 3 คำตอบข้อสงสัยนี้ก็คือว่า ในสภาพจริงแล้วการเกิดขึ้นของรูปทรงสนามความเค้นมีความสมมาตรรอบแนวแกนตามรูเจาะ ดังนั้นการหาค่า δ โดยรวมจึงใช้ระนาบใดระนาบหนึ่งก็ได้ที่ตัดขนานแนวแกนรูเจาะ (รูปที่ 4) นอกจากนี้ขอบของสนามความเค้นที่จะเลือกใช้นั้นจะเป็นเส้นริ้วสีที่อยู่ห่างจากขอบของรูเจาะมากที่สุด ซึ่ง ณ บริเวณนั้นค่าความเค้นและการแปรเปลี่ยนของค่าความเค้นต่อระยะทางในแนวแกน y (รูปที่ 4) มีค่าเท่ากับศูนย์ กล่าวคือ $\sigma = \partial\sigma/\partial y = 0$ ด้วยเหตุนี้เราจึงพิจารณาสภาพดังกล่าวเป็นปัญหาระนาบได้

แม้ว่าความสัมพันธ์ในสมการ (14) จะกล่าวถึงปัญหาระนาบ ในทางปฏิบัตินั้น เราสามารถใช้วิธีโฟโต-อิลาสติกซิตีกับปัญหา 3 มิติ ได้เช่นกันโดยอาศัยวิธีการแช่แข็งสนามความเค้น (stress freezing method) กล่าวคือ เรายังคงสามารถใช้สมการ (14) ได้ การพิสูจน์การได้มาซึ่งสมการ (14) ในมิติของดัชนีการหักเหของแสงนั้น (reflective index) ผู้อ่านสามารถค้นคว้าเพิ่มเติมได้ในงานของ Phillips [24] และ Dijkstra และ Broere [25]

(ก)



(ข)



รูปที่ 5 รอยต่อ : (ก) ขนาดและรูปร่างของชิ้นส่วนประกบ (หน่วยเป็น mm) และ (ข) รอยต่อที่เสร็จสมบูรณ์

5. การออกแบบ การทดลองและผลลัพธ์

5.1 การออกแบบ

ผู้วิจัยสนใจศึกษาความเค้นที่เกิดขึ้นจากอิทธิพลของการบีบอัดของสลักเกลียวและแป้นเกลียวในลักษณะปัญหาสมมาตร รูปร่างของชิ้นส่วนประกบเป็นรูปตัวแอลสองชิ้น (รูปที่ 5 ก) แบบจำลองชิ้นส่วนประกบดังกล่าวทำมาจากเรซิ่นที่ผ่านการผสมและหล่อขึ้นใช้เอง [22]

สำหรับสลักเกลียวและแป้นเกลียวที่ใช้ในการทดลองเป็นหัวหกเหลี่ยมขนาดมาตรฐาน ISO M8 × 1.25 mm ยาว 50 mm และเมื่อนำสลักเกลียวและแป้นเกลียวมาประกอบเข้ากับชิ้นส่วนประกบแล้วก็พร้อมนำไปทดลองได้ (รูปที่ 5 ข)

แรงขันตึงเบื้องต้น F_i ในตัวสลักเกลียวเกิดขึ้นได้โดยใช้ประแจวัดโมเมนต์บิด (torque wrench) พร้อมลูกประแจขันที่หัวสลักเกลียวหรือแป้นเกลียว (รูปที่ 6 ก) แรงขันตึงเบื้องต้นสัมพันธ์กับค่าโมเมนต์บิดตามสมการ

$$T = KdF_i \tag{15}$$

โดยที่ T คือโมเมนต์บิดที่ใส่ให้แก่สลักเกลียว และ K คือสัมประสิทธิ์โมเมนต์บิด Budynas และ Nisbett [6] แสดงค่าที่หลากหลายของ K ตามเงื่อนไขต่างๆ ของรอยต่อ อย่างไรก็ตามในกรณีที่ไม่ได้กำหนดให้เป็นอย่างอื่นก็ให้ใช้ K = 0.2 ซึ่งเป็นค่าที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เมื่อแทนค่า K และ d ลงในสมการ (15) เราก็จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าโมเมนต์บิดและแรงขันตึงเบื้องต้น F_i (ตารางที่ 1)

ตารางที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์บิดและแรงขันตึงเบื้องต้นที่เกิดขึ้นในสลักเกลียวตามสมการ (15)

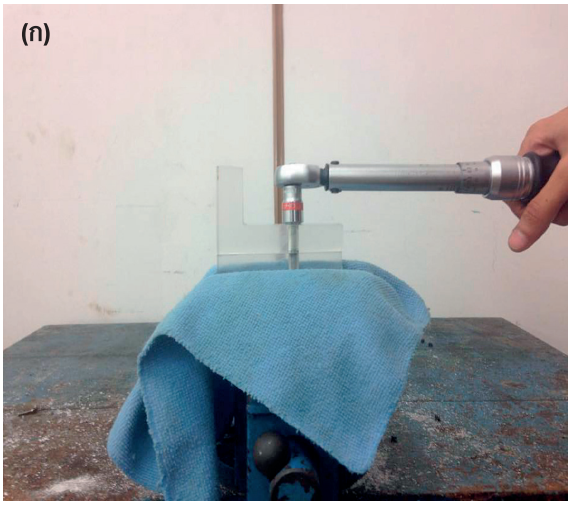
โมเมนต์บิด, T (N·m)	แรงขันตึงเบื้องต้น, F_i (N)
2.0	1250
2.2	1375
2.4	1500
2.6	1625
2.8	1750
3.0	1875
3.2	2000
3.4	2125
3.6	2250
3.8	2375
4.0	2500

5.2 การทดลองและผลลัพธ์

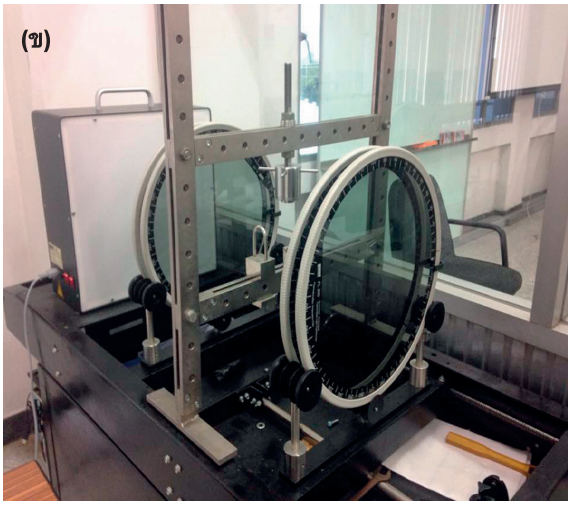
ผู้วิจัยได้นำรอยต่อที่เสร็จสมบูรณ์ไปสร้างให้เกิดแรงขันตึงเบื้องต้นในตัวสลักเกลียวตามข้อมูลในตารางที่ 1 และนำไปวางในชุดโพลาริสโคปเพื่อบันทึกภาพสนามความเค้นด้วยกล้อง DSLR Nikon D60 (รูปที่ 6ข)

ภาพสนามความเค้นที่เกิดจากการบีบอัดของสลักเกลียวและแป้นเกลียวด้วยแรงขันตึงเบื้องต้นตามตารางที่ 1 แสดงเป็นลำดับในรูปที่ 7 ตั้งแต่ 1250 N ไปจนถึง 2500 N

(ก)

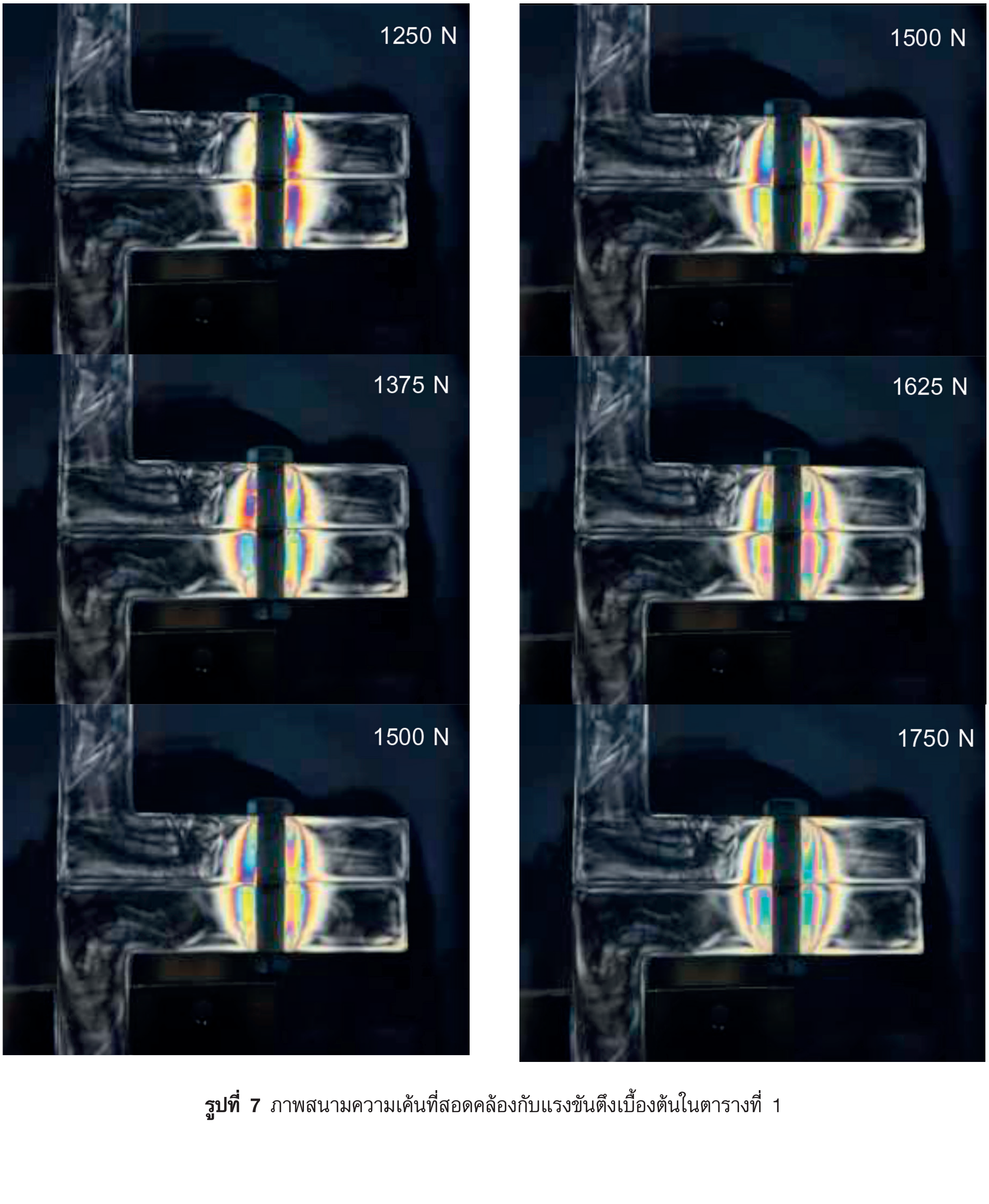


(ข)

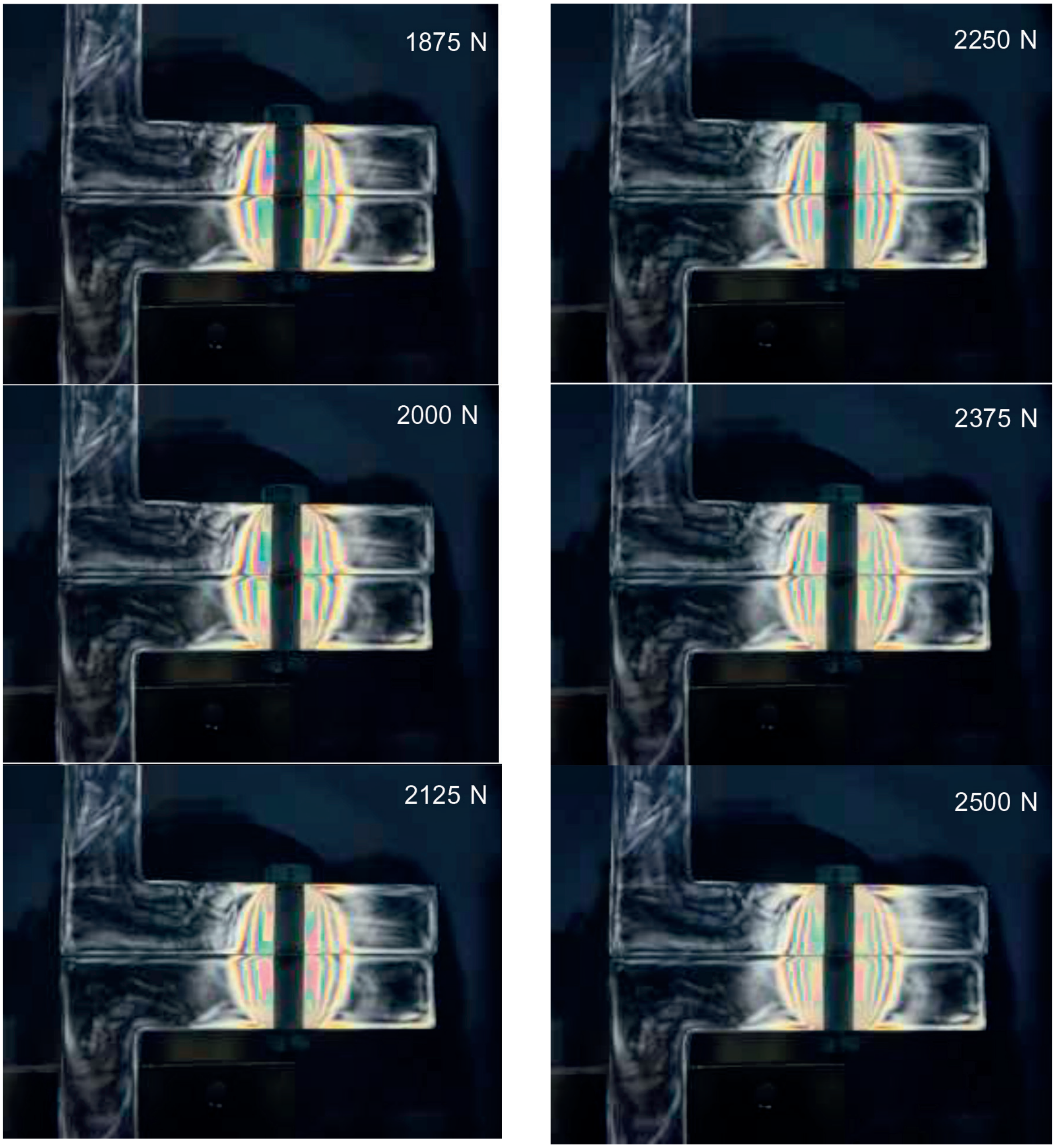


รูปที่ 6 การทดลอง : (ก) การขันหัวสลักเกลียวเพื่อให้ได้แรงขันตึงเบื้องต้นตามตารางที่ 1 และ (ข) ชุดโพลาริสโคปเพื่อบันทึกภาพสนามความเค้นโดยจัดวางความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่างๆ เป็นแบบแสงโพลาไรซ์วงกลม

ผู้วิจัยใช้วิธีการสร้างจุดที่เส้นขอบของสนามความเค้นในแต่ละภาพด้วยมือ เพื่อหาแนวโน้มความสัมพันธ์ระหว่างค่าตำแหน่ง x กับ y หรือ $y(x)$ ในการปฏิบัติผู้วิจัยได้บันทึกภาพออกมาให้มีขนาดใหญ่พอประมาณที่จะทำให้กำหนดความสัมพันธ์นั้นได้โดยง่ายและมีความถูกต้อง (รูปที่ 8) ทั้งนี้ได้รวมสัดส่วนความแตกต่างระหว่างขนาดของชิ้นงานจริงและขนาดของชิ้นงานในภาพที่ใช้กำหนดความสัมพันธ์นั้นไว้เรียบร้อยแล้ว ด้วยกระบวนการที่กล่าวข้างต้น เราจะได้เส้นขอบความเค้นทั้งหมด 11 เส้นเทียบกับข้อมูลในตารางที่ 1 (รูปที่ 9)

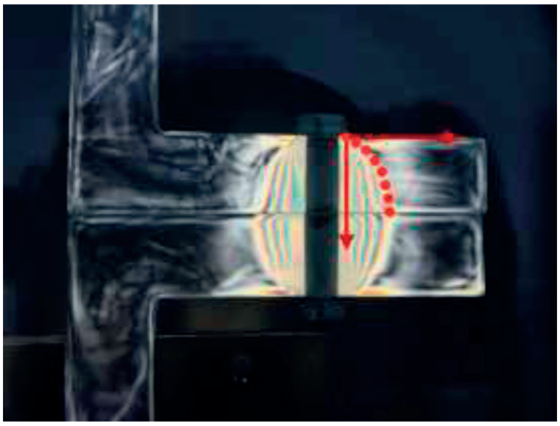


รูปที่ 7 ภาพสนามความเค้นที่สอดคล้องกับแรงขันตึงเบื้องต้นในตารางที่ 1



รูปที่ 7 (ต่อ) ภาพสนามความเค้นที่สอดคล้องกับแรงขันตึงเบื้องต้นในตารางที่ 1

จากนั้นผู้วิจัยสร้างเส้นแนวโน้ม (curve fitting) จากชุดข้อมูลเหล่านั้นและเลือกเส้นแนวโน้มเพียงเส้นเดียวมาแทนลงในสมการ (7) หรือสมการ (11) และหาปริพันธ์ต่อไป การที่ผู้วิจัยเลือกใช้เพียงเส้นเดียวมีเหตุผลดังนี้ พิจารณารูปที่ 9ก เราจะเห็นได้ว่า เส้นขอบความเค้นยังมีความแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด ทั้งนี้เนื่องจากอิทธิพลของความเค้นตกค้างในชิ้นส่วนประกบ

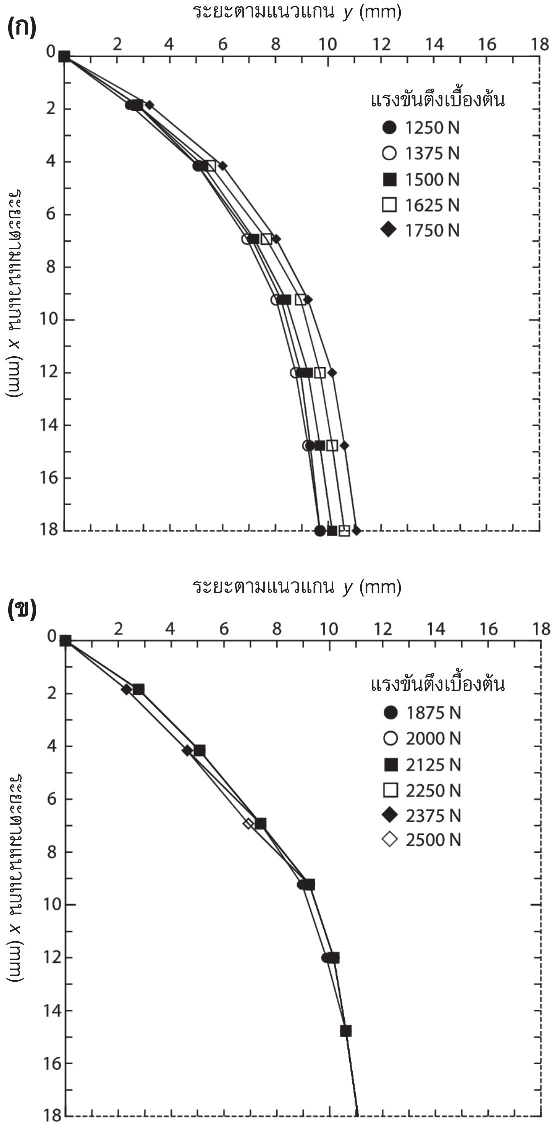


รูปที่ 8 การสร้างจุดที่เส้นขอบของสนามความเค้นด้วยมือเพื่อหาแนวโน้มความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวแปร x (แนวดิ่ง) กับค่าตัวแปร y (แนวนอน) หรือฟังก์ชัน $y(x)$ ของภาพสนามความเค้นที่ F_i = 2500 N ในรูปที่ 7

ดังนั้นเราจึงไม่สามารถตัดสินใจได้ว่าจะเลือกใช้เส้นขอบความเค้นเส้นใดจึงจะเหมาะสม เมื่อพิจารณารูปที่ 9ข เราจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า เส้นขอบความเค้นทั้งหมดเกือบจะซ้อนทับกัน (เท่าที่ความถูกต้องจะเกิดขึ้นได้) ทั้งนี้แสดงให้เห็นว่า ที่แรงขันตึงเบื้องต้นตั้งแต่ 1875 N ขึ้นไปความเค้นตกค้างมีอิทธิพลน้อยลงมากๆ ด้วยเหตุนี้การเลือกสร้างเส้นแนวโน้มจากข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งในรูปที่ 9ข จึงเป็นไปได้ อย่างไรก็ตามเพื่อให้มั่นใจได้ว่า อิทธิพลของความเค้นตกค้างจะส่งผลน้อยที่สุด ผู้วิจัยจึงได้เลือกชุดข้อมูลที่แรงขันตึงเบื้องต้น 2500 N มาสร้างเส้นแนวโน้มโดยบังคับให้ผ่านจุดตัดแกน x และ y ที่ตำแหน่ง (0, 0) ซึ่งผลที่ได้ก็คือ

$$y(x) = 0.0017x^3 - 0.089x^2 + 1.6744x \qquad \textbf{(16)}$$

เส้นแนวโน้มพหุนามนี้มีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) เท่ากับ 0.9998 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าสอดคล้องกับชุดข้อมูลนี้ได้เป็นอย่างดี



รูปที่ 9 กราฟเส้นขอบของความเค้นที่สอดคล้องกับแรง F_i : (ก) 1250 N ถึง 1750 N และ (ข) 1875 N ถึง 2550 N ทั้งนี้ระยะแนวแกน x และ y ดูได้ในรูปที่ 8

หากแทน $y(x)$ จากสมการ (16) ลงในสมการ (7) หรือสมการ (11) แล้ว เราจะได้ความสัมพันธ์ซึ่งมีความซับซ้อนและไม่สามารถหาปริพันธ์โดยตรงได้ และเพื่อแก้ปัญหานี้ผู้วิจัยเลือกใช้กระบวนการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข

โดยวิธีของเกาส์ควอดราเจอร์ (Gauss Quadrature) เนื่องจากเป็นวิธีการที่ให้ผลลัพธ์ที่แม่นยำ ทั้งนี้จะใช้แบบจำนวนจุดเกาส์ 6 จุด

ตารางที่ 2 แสดงผลลัพธ์ที่คำนวณได้โดยวิธีการต่างๆ ที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2 ตามค่ามุม α ที่เปลี่ยนไป อย่างไรก็ตามผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีเกาส์จะไม่เปลี่ยนแปลง เนื่องจากสมการ (16) ไม่ได้ขึ้นอยู่กับค่ามุม α

ตารางที่ 2 ค่า K_m ในหน่วย N/mm ที่คำนวณได้จากสมการ (4), สมการ (8), สมการ (13) และวิธีเกาส์แบบ 6 จุด โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามตามสมการ (16)*

α	สมการ (4)	สมการ (8)	สมการ (13)	วิธีเกาส์ 6 จุด**
30°	7.701	5.799	5.268	12.30
40°	11.80	7.790	6.942	12.30
50°	18.57	10.47	9.184	12.30
60°	31.69	14.58	12.60	12.30

* ผลลัพธ์ที่แสดงข้างต้นเป็นค่าความแข็งแกร่งรวมซึ่งหาจากความสัมพันธ์ $\frac{1}{k_m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_m^i}$ อันเนื่องจากการเรียงตัวกันของชิ้นส่วนประกบแบบอนุกรม และในกรณีที่กำลังศึกษาอยู่นี้ $k_m = \frac{k_m^i}{2}$ เนื่องจากความสมมาตร ทั้งนี้ในการคำนวณด้วยโปรแกรม Microsoft Excel โดยกำหนดให้ D = 0.012, d = 0.008, t = 0.018 และ E = 807

** ค่าไม่เปลี่ยนแปลงตามมุม α และหากใช้จำนวนจุดเกาส์มากขึ้นเป็น 10 จุด หรือ 15 จุด ผลลัพธ์ที่ได้จะลู่เข้า 12.23

เนื่องด้วยวิธีเกาส์เป็นวิธีเชิงตัวเลขที่มีความซับซ้อนในการคำนวณระดับหนึ่ง ดังนั้นเพื่อให้เกิดความมั่นใจในการคำนวณและค่าตัวเลข ผู้วิจัยจึงได้สร้างวิธีการคำนวณด้วยโปรแกรม Microsoft Excel และทดสอบความถูกต้องโดยการเปรียบเทียบค่าความแข็งแกร่งที่ได้จากสมการ (13) ซึ่งเท่ากับ 5.268 กับค่าความแข็งแกร่งที่คำนวณได้จากวิธีเกาส์ 6 จุด เมื่อ $y(x)$ = x tan 30° ซึ่งเท่ากับ 5.269 ผลการคำนวณชี้ให้เห็นว่าความแข็งแกร่งทั้งสองกรณีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงสรุปได้ว่า วิธีการคำนวณด้วยโปรแกรมมีความถูกต้อง

6. การอภิปรายผลลัพธ์

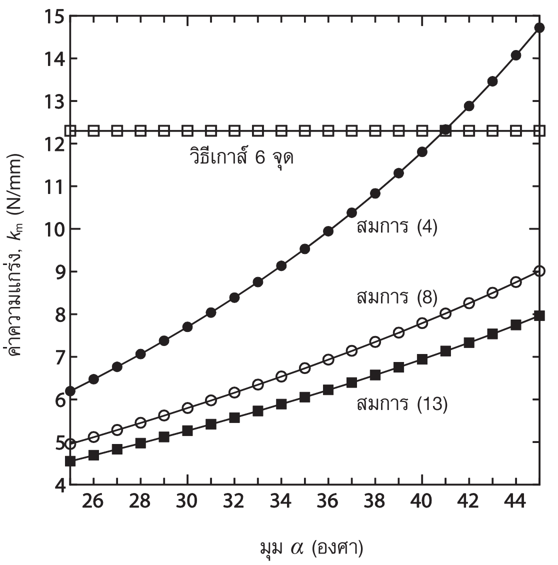
จากสมการที่ใช้ในการหาค่า k_m ตามแนวทางต่างๆ ในหัวข้อที่ 2, ภาพสนามความเค้น (รูปที่ 7), กราฟเส้นขอบของความเค้นที่สอดคล้องกับภาพสนามความเค้น (รูปที่ 9) และผลลัพธ์ที่ได้คำนวณได้ (ตารางที่ 2) เราจะพบว่า ค่า k_m มีความแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด ซึ่งยืนยันคำกล่าวที่ว่า ค่า k_m ที่คำนวณได้นั้นเป็นค่าประมาณ โดยเฉพาะการประมาณโดยใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง $y(x)$ = x tan α ในการกำหนดสมการ (4) สมการ (8) และสมการ (13) (รูปที่ 10)

อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ เราจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ความสัมพันธ์ $y(x)$ นั้นไม่ได้เป็นเส้นตรงอย่างที่ได้ตั้งสมมติฐานไว้ กล่าวคือความสัมพันธ์เป็นแบบไม่เชิงเส้น (non-linear relation) (สมการ 16) พิจารณาที่ขอบสนามความเค้นในรูปที่ 8 และเส้นแนวโน้มในสมการ (16) เราจะเห็นได้ว่า รูปทรงที่แท้จริงของการกระจายตัวของความเค้นนั้นมีลักษณะคล้ายกับรูปทรงกลม (รูปที่ 3 ขวา) หรือรูปทรงรี (รูปที่ 7) ซึ่งหากความหนาของชิ้นส่วนประกบเปลี่ยนแปลงไป คือหนามากขึ้น รูปทรงก็จะเปลี่ยนไปเป็นลักษณะของแคปซูล หากเป็นเช่นนี้การหาค่าความแข็งแกร่งโดยสมการ (4) และ (5) ก็จะสามารถใช้ได้อย่างแม่นยำมากขึ้น อย่างไรก็ตามรูปทรงของการกระจายตัวความเค้นบริเวณที่ใกล้กับหัวหรือแป้นเกลียวก็ยังคงเหมือนเดิม คือเป็นรูปทรงโดมกลมหรือโดมรี

ผลกระทบที่เกิดขึ้นจากความสัมพันธ์แบบเส้นโค้งก็คือ มีความแตกต่างในค่าคงตัวความแข็งแกร่งของรอยต่อ C หรือกล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่า ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทำให้ผู้ออกแบบกำหนดให้ $C \approx 0.2$ หรือสลักเกลียวจะรับแรงภายนอกที่มากระทำต่อรอยต่อประมาณร้อยละ 20 เมื่อเทียบกับชิ้นส่วนประกบตามข้อแนะนำของ Budynas และ Nisbett [6] ได้ยากลำบากยิ่งขึ้น

พิจารณารูปที่ 10 เราจะพบว่า ค่าความแข็งแกร่งที่ได้จากสมการ (4) สมการ (8) และสมการ (13) มีค่าน้อยกว่าค่าที่ได้จากวิธีเกาส์ โดยค่าที่ได้จากสมการ (4) มีแนวโน้มสูงขึ้นอย่างรวดเร็วจนตัดแนวเส้นค่าที่ได้จากวิธีเกาส์ที่ประมาณ α = 41° ขณะที่อีกสองแนวเส้นของสมการ (8) และสมการ (13) จะไปตัดที่มุม α = 55° และ α = 59°

ตามลำดับ ทั้งนี้ทั้งสามกรณีค่าของมุม α อยู่นอกช่วง 25° ถึง 33° ที่แนะนำไว้โดย Osgood [13] และสอดคล้องกับผลการศึกษาของ Haidar และคณะ [2] และ Arche [14]



รูปที่ 10 กราฟเปรียบเทียบค่าความแข็งแกร่ง k_m ที่ได้จากสมการต่างๆ ตามค่ามุม α ที่แปรค่าไปตั้งแต่ 25° ถึง 45°

หากพิจารณาโดยละเอียดในผลลัพธ์ที่ได้จากสมการ (8) และสมการ (13) เราจะพบว่าผลลัพธ์จากสมการ (8) จะมีค่าสูงกว่า ซึ่งเมื่อพิจารณาถึงที่มาของสมการทั้งสองแล้วผลลัพธ์ไม่ควรจะแตกต่างกัน ผู้วิจัยเข้าใจว่าเหตุผลของความแตกต่างนี้อาจจะมาจากหลักในการคิดของวิธีทั้งสอง กล่าวคือ วิธีที่ทำให้ได้มาซึ่งสมการ (8) แยกการคิดรูเจาะสำหรับสลักเกลียวออกจากรูปทรงกรวยตัน อย่างไรก็ตามแนวคิดที่ทำให้ได้มาซึ่งสมการ (13) ไม่ได้แยก ดังนั้นจึงอาจมีความแตกต่างในค่าระยะยืดตัว δ_m และ k_m ในท้ายสุด เหตุผลนี้อาจกล่าวได้ในมิติของหลักการทางทฤษฎีสภาพยืดหยุ่น (theory of elasticity) ก็คือ วิธีคิดที่ให้ได้มาซึ่งสมการ (8) อาจได้รับผลที่เกิดขึ้นจากความไม่สอดคล้องตามหลักแห่งความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการกระจัด (strain-displacement relation) หรือเงื่อนไขแห่งความสอดคล้อง (compatibility equations) [26] จากการเปรียบเทียบค่าความแข็งแกร่งที่ได้จากทั้งสองสมการแล้ว พบว่ามีความแตกต่างกันถึงร้อยละ 13 ที่มุม α = 45° (รูปที่ 10)

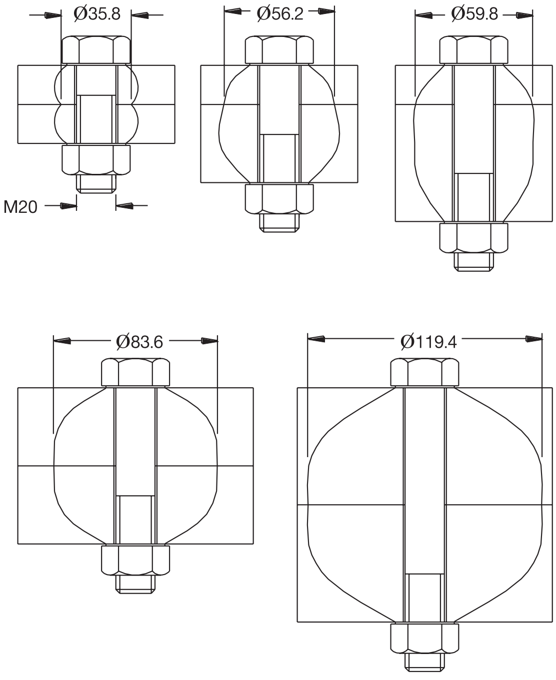
ในภาพรวมแล้ว หากพิจารณาแนวทางทั้งหมดในการหาค่าความแข็งแกร่ง k_m เราจะพบว่า ที่มาของความแตกต่างก็คือ ความแตกต่างในการกำหนดลักษณะของเส้นขอบของความเค้นที่ได้รับอิทธิพลเนื่องจากการบีบอัดของสลักเกลียวและแป้นเกลียว ซึ่งอยู่ในรูปของปริพันธ์ $\int \frac{dx}{f(x)}$ ความยากง่ายในการหาผลลัพธ์จึงขึ้นอยู่กับการกำหนด $f(x)$ ซึ่งก็คือ $y(x)$ และเพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการคำนวณหาค่า k_m นักวิจัยหลายคนดังที่กล่าวมาแล้วในการทบทวนวรรณกรรมจึงได้เลือกใช้วิธีการประมาณเส้นขอบของสนามความเค้นด้วยความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง เมื่อ a และ b คือค่าคงตัวใด อย่างไรก็ตามแนวทางหรือวิธีการในบทความนี้กำหนดให้ $f(x)$ มีความสัมพันธ์แบบไม่เป็นเชิงเส้น กล่าวคือ $y(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ (ดูสมการ (16)) ตามสภาพจริงของสนามความเค้นที่เกิดขึ้น ซึ่งความแตกต่างนี้ถือเป็นหัวใจสำคัญในการกำหนดค่า k_m

7. ข้อจำกัดและงานในอนาคต

ผู้วิจัยได้ดำเนินงานอยู่ภายใต้ข้อจำกัดซึ่งเป็นแนวทางสำหรับการทำงานต่อไป ดังนี้

1) รูปร่างของชิ้นส่วนประกบที่ใช้มีความสมมาตร กล่าวคือมีความหนาน้อยและเท่ากัน จึงทำให้การกำหนดขอบของความเค้นเป็นไปโดยง่าย และเพื่อเป็นข้อพิสูจน์ที่ดีผู้วิจัยจะทดสอบในกรณีอื่นๆ ต่อไป เช่น กรณีมีแหวนรองความหนาชิ้นงานไม่เท่ากันและมีความยาวระดับหนึ่ง (การยึดฝาสูบเครื่องยนต์) การยึดแบบไม่ทะลุหรือแบบสลักเกลียวฝังฯ ซึ่งภาพการกระจายตัวของสนามความเค้นจะเปลี่ยน แปลงไปอย่างแน่นอนและอาจเป็นดังที่เสนอโดย Klebanov และคณะ [27] (รูปที่ 11) ทั้งนี้ผู้อ่านพึงระลึกว่าการกำหนดค่ามุม α ที่ถูกต้องเป็นเรื่องที่มีความสำคัญมากและยังไม่สามารถหาข้อสรุปที่ชัดเจนได้ดังที่ได้กล่าวแล้วในหัวข้อการทบทวนวรรณกรรม [18-19]

2) ค่าความแข็งแกร่ง k_m ที่ได้จากการกำหนดเส้นขอบของความเค้นที่ได้นำเสนอในบทความนี้ต้องอาศัยแนวทางการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข จึงยากต่อการนำไปใช้งาน ดังนั้นผู้วิจัยจะแสวงหาแนวทางหรือวิธีการที่จะทำให้ได้มาซึ่งสมการที่ง่ายต่อการนำไปใช้ (compact form) โดยคำนึงถึงกรณีต่างๆ ในข้อ 1) ข้างต้น



รูปที่ 11 รูปร่างและขนาดของสนามความเค้นที่เกิดขึ้นในรอยต่อที่ยึดด้วยสลักเกลียวที่ความหนาต่างกันของชิ้นส่วนประกบที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ [27]

8. สรุปผล

บทความวิจัยนี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์หาค่าความแข็งแกร่ง k_m ซึ่งเป็นตัวแปรสำคัญในการออกแบบชิ้นส่วนที่ถูกบีบอัดด้วยสลักเกลียวและแป้นเกลียวผ่านวิธีวิเคราะห์และวิธีโฟโตอิลาสติกซิตี

ด้วยวิธีการต่างๆ ที่ได้กล่าวแล้วข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า ค่าความแข็งแกร่ง k_m ของชิ้นส่วนประกบที่คำนวณหาโดยวิธีวิเคราะห์เป็นเพียงค่าประมาณเท่านั้น เนื่องจากความสัมพันธ์ของเส้นขอบความเค้นที่ใช้ในการกำหนดสูตรคำนวณเป็นแบบเชิงเส้นตรง ซึ่งแตกต่างอย่างเห็นได้ชัดกับค่าความแข็งแกร่งที่คำนวณจากความสัมพันธ์ในรูปแบบเชิงเส้นโค้งที่กำหนดได้จากภาพสนามความเค้นที่ได้มาจากวิธีโฟโตอิลาสติกซิตี

ความท้าทายต่อไปที่ผู้วิจัยสนใจคือ กรณีที่ชิ้นส่วนประกบในรอยต่อมีความหนามาก หรือมีปริมาตรหรือความกว้างจำกัดจนสนามความเค้นไม่สามารถเกิดขึ้นได้อย่างเต็มที่ ทั้งนี้เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่แม่นยำมากยิ่งขึ้น

9. เอกสารอ้างอิง

1. Lehnhoff, T.F., Ko, K.II. and Mckay, M.L., 1994, "Member Stiffness and Contact Pressure Distribution of Bolted Joints," *Transactions of the ASME*, 116, pp. 550-557.

2. Haidar, N., Obeed, S. and Jawad, M., 2011, "Mathematical Representation of Bolted-joint Stiffness : A New Suggested Model," *Journal of Mechanical Science and Technology*, 25, pp. 2827-2834.

3. Younis, N., 2012, "Experimental Strain Investigation of Bolt Torque Effect in Mechanically Fastened Joints," *Engineering*, 4, pp. 359-367.

4. Applied Bolting Technology, 2016, "AISC & RCSC Turn-of-Nut" [Online], Available : http://www.appliedbolting.com/turn-of-nut-bolting-method.html [2016, March 15].

5. Wikimedia Commons, 2016, "File : Bolted joint.svg" [Online], Available : https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bolted__joint.svg [2016, March 15].

6. Budynas, R.G. and Nisbett, J.K., 2008, Shigley's Mechanical Engineering Design, 8th ed., In SI units, McGraw Hill, Singapore, p. 414, 424, 442.

7. Bickford, J.H., 2008, Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints, 4th ed., CRC Press, Boca Raton, p. 96.

8. Norton, R.L., 2000, Machine Design, 2nd ed., Prentice Hall, Singapore, pp. 916-917.

9. Juvinall, R.C. and Marshek, K.M., 2012, Fundamentals of Machine Component Design, 5th ed., John Willey & Sons, Hoboken, pp. 442-443.

10. Gould, H.H. and Mikic, B.B., 1970, "Areas of Contact and Pressure Distribution in Bolted" (Report N. 71821-68) [Online], Available : http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19700032666.pdf.

11. Motosh, N.N., 1976, "Determination of Joint Stiffness in Bolted Connections," *Trans. ASME, Journal of Engineering Industry*, 98 (3), pp. 858-861.

12. Ito, Y., Toyoda, J. and Nagata, S., 1979, "Interface Pressure Distribution in a Bolt-flange Assembly," *ASME Journal of Machine Design*, 101 (2), pp. 330-337.

13. Osgood, C.C., 1979, "Saving weight on bolted joints," *Machine Design*, pp. 128-133.

14. Arche, D., 2010, "Pressure Distribution and Calculation of Pressure Gone Angle," *Fastener Technology International*, pp. 52-53.

15. Marshall, M.B., Lewis, R. and Dwyer-Joyce, R.E., 2006, "Characterisation of Contact Pressure Distribution in Bolted Joints," *Strain*, 42 (1), pp. 31-43.

16. Marshall, M.B., Lewis, R., Drinkwater, B. W. and Dwyer-Joyce, R.E., 2004, "An Ultrasonic Approach for Contact Stress Mapping in Machine Joints and Concentrated Contacts," *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 39 (4), pp. 339-350.

17. Wileman, J., Choudury, M. and Green, I., 1991, "Computation of Member Stiffness in Bolted Connections," *ASME Journal of Machine Design*, 113 (4), pp. 432-437.

18. Williams, J.G. and Anley, R.E. and Nash, D.H. and Gray, T.G.F., 2009, "Analysis of Externally Loaded Bolted Joints : Analytical, Computational and Experimental Study," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 86 (7), pp. 420-427.

19. Vangaasbeek, C.J., 2015, Numerical Modeling of Bolted Joints. An Applied Finite Element Analysis Approach, Master's Thesis [Online], Available : http://www.ewp.rpi.eduhartford/~vangac2/Project%20-%20VanGaasbeek%20-%20May%202015.pdf.

20. Marcia, B.H., Milanez, F.H. and Pereira, E.N., 2010, "Statistic Model for Pressure Distribution of Bolted Joints," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 24 (2), pp. 432-437.

21. Ali, A.B.K., 2012, "Analytical Hand Formula for Member Stiffness under Clamped Zone in Bolted Joint," *Al-Qadisiya Journal for Engineering Science*, 5 (2), pp. 185-190.

22. Sanguanwai, T., Krongchuen, C. and Pinit, P., 2015, "Simple Casting and Testing of Optical and Mechanical Properties of Domestic-grade Resins: a Case Study of their Use as Photoelastic Materials," *KMUTT Research and Development Journal*, 38 (3), pp. 255-271. (In Thai)

23. Pinit, P., 2011, "Photoelastic Simulation towards a Study of a Simply Supported Rectangular Beam Carrying a Central Concentrated Force," *KMUTT Research and Development Journal*, 34 (2), pp. 91-112.

24. Phillips, J.W., 1998, Photoelasticity. [Online], Available : http://www.ifsc.usp.br/~lavfis2/BancoApostilasImagens/ApEfFotoelastico/photoelasticity.pdf.

25. Dijkstra, J. and Broere, W., 2010, "New Method of Full-Field Stress Analysis and Measurement Using Photoelasticity," *Geotechnical Testing Journal*, 33 (6), pp. 1-13.

26. Singh, S., 1996, Applied Stress Analysis, 3rd ed., Khanna Publishers, Delhi, pp. 115-116.

27. Klebanov, B.M., Barlam, D.M. and Nistrom, F.E., 2008, Machine Elements : Life and Design, CRC Press, Boca Raton, pp. 14-16.