

การสันนิษฐานของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลในสภาวะแขวนปลายบน

อาร์ทีส ยศอมรสุนทร¹ ชัยณรงค์ อธิสกุล² สมชาย ชูชีพสกุล³

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140

และ การ์นต์ คล้ายน้ำ^{4*}

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กำแพงแสน ต.กำแพงแสน อ.กำแพงแสน จ.นครปฐม 73140

*Corresponding Author: karun.kl@ku.ac.th

¹ นักศึกษาปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

² ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

³ ศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

⁴ อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน

ข้อมูลบทความ

บทคัดย่อ

ประวัติบทความ :

รับเพื่อพิจารณา : 27 กันยายน 2561

แก้ไข : 13 กุมภาพันธ์ 2562

ตอบรับ : 22 กุมภาพันธ์ 2562

คำสำคัญ :

การสันนิษฐาน /

ท่อในแนวตั้งแบบแขวนที่ปลายบน /

ท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเล /

มวลวัตถุที่ปลายล่าง /

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ /

วิธีการแปรผัน

งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับวิเคราะห์พฤติกรรมการสันนิษฐานและค่าความถี่ธรรมชาติของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลในสภาวะแขวนที่ปลายบนโดยปลายบนของท่อเป็นแบบยึดแน่นและแบบยึดหมุน ขณะที่ปลายด้านล่างปล่อยอิสระและมีมวลวัตถุติดอยู่ ทั้งนี้ พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของท่อลำเลียงของไหลโดยอาศัยวิธีการแปรผันบนพื้นฐานของหลักการงาน-พลังงานเสมือนและทฤษฎีอีลาสติคคาของวัสดุที่ยึดตัวได้ การศึกษานี้พิจารณาผลกระทบของความเร็วกระแส น้ำที่ระดับน้ำทะเลปานกลาง มวลวัตถุที่ปลายล่างของท่อ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อและความลึกน้ำทะเล ที่มีต่อค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสันนิษฐาน ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าเมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อหรือมวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างมีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความถี่ธรรมชาติของการสันนิษฐานด้านข้างจะมีค่าเพิ่มขึ้น ในทางตรงข้ามเมื่อความเร็วของกระแส น้ำหรือระดับความลึกน้ำทะเลมีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของการสันนิษฐานด้านข้างลดลง สำหรับการสันนิษฐานตามแนวแกน เมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อมีค่าเพิ่มขึ้นค่าความถี่ธรรมชาติของการสันนิษฐานตามแนวแกนจะมีค่าเพิ่มขึ้น การเพิ่มขึ้นของความเร็วของกระแส น้ำ มวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างและระดับความลึกน้ำทะเลส่งผลให้ค่าความถี่ธรรมชาติของการสันนิษฐานตามแนวแกนลดลง การเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ธรรมชาติในสภาวะยึดแน่นและยึดหมุนที่ปลายบนมีรูปแบบเช่นเดียวกัน แต่ค่าความถี่ธรรมชาติของท่อในสภาวะยึดแน่นจะมีค่ามากกว่ากรณีที่ปลายบนเป็นแบบยึดหมุน นอกจากนี้ เมื่อแรงเนื่องจากกระแส น้ำเพิ่มมากขึ้น จะทำให้เกิดการสันนิษฐานแบบผสมระหว่างการสันนิษฐานตามแนวแกนและการสันนิษฐานด้านข้างของท่อ ในขณะที่การเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์อื่นๆ ไม่ส่งผลต่อรูปแบบการสันนิษฐาน

Free Vibration of Hang-off Riser

Artist Yosamornsoontorn¹, Chainarong Athisakul², Somchai Chucheepsakul³

King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod, Thungkru, Bangkok 10140

and Karun Klaycham^{4*}

Kasetsart University, Kamphaeng Saen, Nakhon Pathom 73140

* Corresponding Author: karun.kl@ku.ac.th

¹ Graduate Student, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.

² Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.

³ Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.

⁴ Lecturer, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering at Kamphaeng Saen.

Article Info

Abstract

Article History:

Received: September 27, 2018

Revised: February 13, 2019

Accepted: February 22, 2019

Keywords:

Finite Element Method /

Free Vibration / Hang-off Riser /

Marine Riser / Tip Mass /

Variational Method

This research presents the finite element method for analyzing the free vibration behavior and natural frequency of hang-off riser with a tip mass at the bottom end. The top end of the hang-off riser was studied with fixed and hinge support conditions. Mathematical model formulation of the hang-off riser was developed by the variational method based on the virtual work-energy principle and the extensible elastica theory. The effects of the current velocity at mean sea level, tip mass at the bottom end, elastic modulus, and sea depth on the natural frequencies and corresponding mode shape of hang-off riser were studied. The results showed that an increase in the elastic modulus or tip mass at the bottom end increased the value of transverse natural frequencies. On the contrary, the increase in current velocity or sea depth decreases the value of transverse natural frequency. For the axial vibration, an increase in the elastic modulus also increased the axial natural frequency. Augmentation of the current velocity, tip mass at the bottom end, and sea depth decreased the axial natural frequency. The trends of the natural frequencies of both fixed-free and hinge-free risers were the same; however, the natural frequency values of the fixed-free riser were higher than those of the hinge-free riser at identical conditions. An increase in the hydrodynamic force due to the current resulted in the coupled mode of vibration between the axial and transverse modes, while the other parameters did not affect the corresponding mode shape.

1. บทนำ

ท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเล (Marine Riser) เป็นท่อที่วางตัวในแนวตั้งทำหน้าที่ขนถ่ายปิโตรเลียมจากหลุมเจาะใต้ทะเลไปยังแท่นผลิตในสภาวะใช้งาน (Service State) ปลายบนของท่อจะยึดโยงกับแท่นผลิตที่อยู่ด้านบนผิวน้ำ ส่วนปลายล่างยึดติดกับหลุมเจาะใต้ท้องทะเล [1] งานวิจัยในอดีตได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายเพื่อศึกษาพฤติกรรมทางด้านกลศาสตร์ของท่อลำเลียงใต้ทะเล [2-7] เนื่องจากปัญหาท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลมีความซับซ้อนทำให้ไม่สามารถหาคำตอบแม่นยำตรงได้โดยง่าย การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีหาคำตอบเชิงตัวเลขสำหรับการคำนวณและวิเคราะห์ปัญหาจึงได้รับความนิยมอาทิ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ [8-10] และวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ [11-13] เป็นต้น งานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้องกับท่อลำเลียงของไหลมุ่งเน้นเพื่อศึกษาผลกระทบจากการยึดตัวตามแนวแกนของท่อ [2, 14] ผลของไหลภายในท่อ [15-17] และแรงจากกระแสและคลื่น [18-19] ต่อพฤติกรรมทั้งทางด้านสถิตยศาสตร์และพลศาสตร์ของท่อ ทั้งนี้งานวิจัยที่กล่าวมาเป็นการศึกษาวิเคราะห์ท่อในสภาวะใช้งาน โดยปลายทั้งสองด้านของท่อยึดติดอยู่กับที่

อย่างไรก็ดี เมื่อเกิดสภาพแวดล้อมที่เลวร้าย มีคลื่นลมมรสุมรุนแรง หรือเกิดความผิดปกติของหลุมเจาะจำเป็นต้องหยุดการขุดเจาะและการผลิตปิโตรเลียมชั่วคราว รวมทั้งกรณีเคลื่อนย้ายท่อไปติดตั้งยังหลุมขุดเจาะหรือแท่นผลิตใหม่ (Re-entry Riser) ท่อลำเลียงของไหลจะถูกดึงออกจากหลุมเจาะโดยใช้เรือลากจูงออกไป ทำให้ปลายด้านล่างของท่อปล่อยตัวเป็นอิสระจากหลุมผลิตและถูกถ่วงด้วยอุปกรณ์ควบคุมความดันของหลุมผลิตที่มีน้ำหนักมาก [20] ส่วนปลายด้านบนของท่อแขวนยึดติดกับเรือลากจูงหรือแท่นผลิตปิโตรเลียมสภาวะเช่นนี้เรียกว่าท่อในสภาวะแขวนปลายบน (Hang-off Riser) ซึ่งมีโอกาสเสียเสถียรภาพเนื่องจากแรงลากเชิงพลศาสตร์ (Hydrodynamic Drag Force) จากกระแสได้ [21-23] ท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลในสภาวะแขวนที่ปลายบนและปล่อยปลายด้านล่างอิสระ (Hang-off Riser) จึงเป็นสภาวะที่ต้องพิจารณาในขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบด้วย ทั้งนี้เนื่องจากปลายด้านล่างของท่อสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระ ท่อจึงสามารถแอ่นตัวและเคลื่อนที่ได้มากกว่าเมื่อเทียบกับกรณีที่ปลายทั้ง 2 ด้านของท่อยึดติดอยู่กับที่ในสภาวะใช้งาน

โดยทั่วไปท่อในสภาวะแขวนที่ปลายบนมีรูปแบบการวางตัวอยู่สองรูปแบบได้แก่ Hard Hang-off และ Soft Hang-off ซึ่ง Ambrose และคณะ [24] และ Bybee [25] ได้ทำการวิเคราะห์ทางด้านสถิตยศาสตร์ของท่อใต้ทะเลที่มีความลึกมากๆ โดยนำเสนอความเป็นไปได้และเปรียบเทียบลักษณะการวางตัวสองรูปแบบนี้ งานวิจัยอื่นที่เกี่ยวข้องเนื่องกับการวิเคราะห์ทางด้านสถิตยศาสตร์ของท่อได้นำเสนอโดย Wang และคณะ [26] ซึ่งสร้างแบบจำลองสมการแปรผัน (Variational Formulation) สำหรับการวิเคราะห์การแอ่นตัวของท่ออย่างไรก็ดี สำหรับการศึกษาด้านพลศาสตร์ของท่อ เนื่องจากมีมวลน้ำหนักปริมาณมากที่ปลายล่างทำให้ท่อในสภาวะแขวนต้องรับภาระจากแรงตามแนวแกนที่มากขึ้นด้วย การวิเคราะห์การสั่นตามแนวแกน (Axial Vibration) จึงมีความสำคัญมาก Sparks [26] ได้ศึกษาการสั่นอิสระตามแนวแกนของท่อที่มีมวลติดอยู่ที่ปลายด้านล่างโดยใช้วิธีการประมาณความยาวเทียบเท่า อย่างไรก็ตามการสั่นทางด้านข้าง (Lateral Vibration) ของท่อในสภาวะแขวนที่ปลายบนซึ่งตอบสนองต่อแรงกระทำจากกระแสได้รับการนำเสนอโดย Patel และ Jesudasen [27] ซึ่งได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ปัญหาและเทียบผลการคำนวณที่ได้กับการทดลองในห้องปฏิบัติการ ทั้งนี้ในภายหลัง Wang และคณะ [28] ได้พิจารณามวลที่ปลายด้านล่างของท่อต่อการสั่นทางด้านข้างเนื่องจากแรงกระแสและคลื่น โดยใช้แบบจำลองสมการแปรผันในการวิเคราะห์

งานวิจัยดังกล่าวข้างต้น พิจารณาว่าปลายบนของท่อถูกยึดอยู่กับที่ในสภาวะแขวน และได้รับแรงกระทำจากกระแสและคลื่นเท่านั้น อย่างไรก็ตาม การเคลื่อนย้ายท่อด้วยเรือลากจูงก็ส่งผลทำให้เกิดความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างท่อและกระแสน้ำได้เช่นกัน Jung และคณะ [29] ได้วิเคราะห์พฤติกรรมทางด้านพลศาสตร์ของท่อในสภาวะคลื่นลมสงบ โดยพิจารณาเฉพาะแรงกระตุ้นที่ปลายบนของท่อเสมือนท่อกำลังถูกลากให้เคลื่อนที่ซึ่งส่งผลทำให้เกิดแรงปฏิสัมพันธ์ระหว่างท่อและกระแสน้ำโดยการจำลองด้วยสมการ Morison [30] การศึกษาใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite Difference) ร่วมกับการทำซ้ำบนพื้นฐานของวิธี Newton-Raphson โดยเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้กับการทดลองในห้องปฏิบัติการ ในทำนองเดียวกัน Wang และ Jesudasen [31] ใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์สำหรับวิเคราะห์ท่อในสภาวะน้ำนิ่งเมื่อปลายบนของท่อถูกลากให้

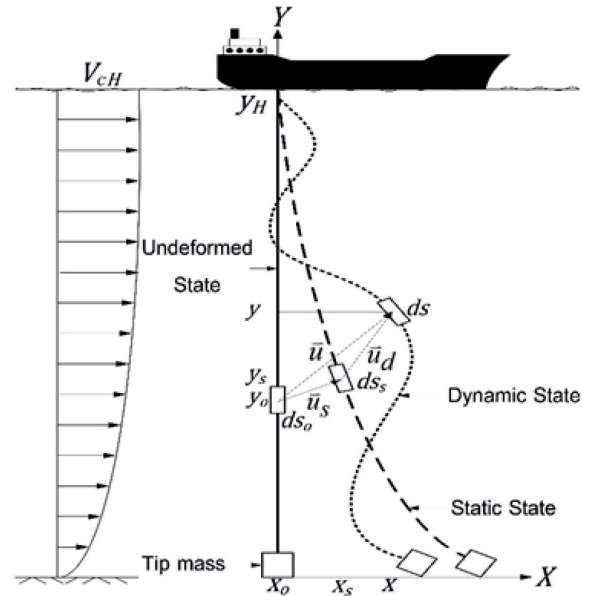
เคลื่อนที่ แต่ปรับปรุงกระบวนการวิเคราะห์โดยใช้วิธีการ Keller-box ร่วมกับกระบวนการทำซ้ำในการหาคำตอบของสมการครอบคลุมปัญหาต่อมา Xu และ Wang [32] ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์บนพื้นฐานของวิธี Flexible Segment เพื่อศึกษาผลตอบสนองทางด้านพลศาสตร์ของท่อเมื่อปลายบนของท่อถูกลากให้เคลื่อนที่ Wei และคณะ [33] ศึกษาการสั่นของท่อในสถานะแวนที่ปลายบนภายใต้แรงจากการเคลื่อนที่ของปลายบนท่อเพื่อการวิเคราะห์และออกแบบตามมาตรฐานของ API [34] โดยใช้ซอฟต์แวร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ ABAQUS สำหรับคำนวณหามุมที่ปลายบนของท่อรวมทั้งค่าแรงดึงตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นนอกจากการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เมื่อไม่นานมานี้ Wang และคณะ [35] ได้ทำการทดลองในห้องปฏิบัติการเพื่อศึกษาการสั่นนอกระนาบของท่อภายใต้แรงกระตุ้นจากการเคลื่อนที่ในระนาบของปลายบนของท่อ (Cross-Flow Induced Vibration)

นอกจากแรงกระแสน้ำ คลื่นและแรงกระตุ้นจากการเคลื่อนที่ของปลายบนแล้ว แรงจากของไหลภายในท่อยังมีอิทธิพลต่อพฤติกรรมการณ์การสั่นของท่อเช่นกัน ซึ่ง Kuiper และ Metrikine [21, 36] ได้ศึกษาผลกระทบของความเร็วของไหลภายในท่อต่อเสถียรภาพทางพลศาสตร์ของท่อที่มีจุดรองรับด้านบนเป็นแบบยึดแน่นส่วนปลายด้านล่างปล่อยอิสระแบบแวนในแนวตั้ง (Fixed-Free Support) เนื่องจากท่อในสถานะแวนที่ปลายบนสามารถเกิดการสั่นได้รุนแรงกว่ากรณีที่ปลายทั้งสองของท่อยึดติดกับที่ตั้งนั้นจึงมีงานวิจัยที่ศึกษาและนำเสนอวิธีการควบคุมและลดการสั่นของท่อในสถานะรื้อถอน (Re-entry riser) ซึ่งอยู่ระหว่างการเคลื่อนย้ายได้แก่ งานวิจัยของ Suzuki และคณะ [22-23] Ohtsubo และคณะ [37] Ioki และคณะ [38] Xu และคณะ [39] Kajiwara และ Noridomi [40] เป็นต้น

ถึงแม้ว่าการศึกษาท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลในสถานะแวนที่ปลายด้านบนจะมีอยู่มาก แต่ทั้งนี้ยังไม่พบงานวิจัยที่รายงานผลการศึกษาไว้อย่างเด่นชัดของการสั่นอิสระซึ่งเป็นการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นของท่อลำเลียงของไหล โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อท่อสามารถยึดตัวได้มาก ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อประยุกต์ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติ

และรูปแบบการสั่นอิสระได้แก่โหมดการสั่นทางด้านข้าง โหมดการสั่นตามแนวแกน และโหมดการสั่นแบบผสมระหว่างการสั่นทางด้านข้างและตามแนวแกนของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลในสถานะแวนที่ปลายด้านบน

2. ทฤษฎีและสมการครอบคลุมปัญหา



รูปที่ 1 ท่อลำเลียงของไหลที่ปลายด้านบนถูกแวนและปลายล่างถูกปล่อยอิสระในสถานะต่างๆ

รูปที่ 1 แสดงท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลที่ปลายด้านบนแวนติดกับเรือ ขณะที่ปลายล่างปล่อยอิสระ โดยกำหนดให้ท่ออยู่ในแนวตั้ง (แกน y) ปลายล่างของท่ออยู่ที่จุดกำเนิด $(0,0)$ ความยาวของท่อมีค่าเท่ากับความลึกของน้ำทะเล (y_H) ณ สภาวะก่อนการเสียรูปจะสมมติว่าท่อไม่มีแรงกระทำใดๆ รวมทั้งน้ำหนักตัวเอง เมื่อท่อลำเลียงของไหลถูกแรงกระทำตามแนวแกน x ที่ระดับความลึกต่างๆ จะทำให้ท่อเคลื่อนที่ไปยังสภาวะสมดุลสถิตยศาสตร์ และเมื่อมีแรงพลศาสตร์มากระทำจะทำให้ท่อเกิดการสั่นโดยที่จะเคลื่อนตัวออกจากสภาวะสมดุลสถิตยศาสตร์ไปยังสภาวะสมดุลพลศาสตร์สำหรับสมมติฐานที่ใช้ในการศึกษามีดังนี้ (1) ท่อลำเลียงของไหลมีคุณสมบัติยืดหยุ่นเชิงเส้นและเป็นเนื้อเดียวกันสม่ำเสมอตลอดความยาว (2) หน้าตัดของท่อมีรูปร่างกลมสม่ำเสมอตลอด

ความยาวท่อนทั้งก่อนและหลังการเสียรูป (3) หน้าตัดของท่อนมีลักษณะเป็นระนาบ ตั้งฉากกับแนวแกนของท่อนทั้งก่อนและหลังการเสียรูป (4) อุปกรณ์ต่างๆ ที่ยึดกับปลายท่อจะพิจารณาให้รวมเป็นมวลเพียงก้อนเดียว (Tip Mass) (5) การวิเคราะห์หาสถานะสมดุลและการสั่นอิสระของท่อจะพิจารณาในระนาบ 2 มิติเท่านั้น และ (6) ไม่พิจารณาผลของแรงเฉื่อยเนื่องจากการหมุน (Rotary Inertia) ของท่อ สำหรับทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

รวมถึงสมการครอบคลุมปัญหาได้นำเสนอตั้งหัวข้อต่อไปนี้

2.1 การเคลื่อนที่และตำแหน่งสมดุลของท่อ

สถานะก่อนการเสียรูปของท่อ (Undeformed State) ตำแหน่งของท่อสามารถกำหนดได้ด้วยเวกเตอร์ระบุตำแหน่งในระบบพิกัดฉาก ดังนี้

$$\mathbf{\bar{r}}_{Po}(\alpha) = x_o(\alpha)\mathbf{\hat{i}} + y_o(\alpha)\mathbf{\hat{j}} \tag{1}$$

เมื่อ x_o, y_o คือตำแหน่งในแนวราบและแนวตั้งของท่อที่สถานะก่อนการเสียรูป พารามิเตอร์ α คือตัวแปรอิสระซึ่งใช้สำหรับกำหนดตำแหน่งและการเคลื่อนที่ของท่อตัวแปร α นี้จะกำหนดให้เป็นพิกัดในแนวตั้งในขั้นตอนของการวิเคราะห์หา

คำตอบเชิงตัวเลข เมื่อท่อได้รับแรงกระทำต่างๆ ได้แก่ น้ำหนักประสิทธิผลของท่อและแรงจากกระแส น้ำ จะให้ท่อเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งสมดุลสถิตยศาสตร์ (Static Equilibrium) ซึ่งสามารถกำหนดได้ด้วยเวกเตอร์ระบุตำแหน่ง ดังนี้

$$\mathbf{\bar{r}}_{Ps}(\alpha) = x_s(\alpha)\mathbf{\hat{i}} + y_s(\alpha)\mathbf{\hat{j}} = (x_o + u_s)\mathbf{\hat{i}} + (y_o + v_s)\mathbf{\hat{j}} \tag{2}$$

เมื่อ x_s, y_s คือตำแหน่งในแนวราบและแนวตั้งของท่อที่สถานะสมดุลสถิตยศาสตร์ u_s, v_s คือการเคลื่อนที่สถิตยศาสตร์ตามแนวราบและแนวตั้ง ตามลำดับ เมื่อท่อได้รับแรงกระทำที่

เป็นฟังก์ชันของเวลาได้แก่ แรงจากคลื่น ส่งผลให้ท่อเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งสมดุลพลศาสตร์ (Dynamic Equilibrium) ซึ่งสามารถกำหนดได้ด้วยเวกเตอร์ระบุตำแหน่ง ดังนี้

$$\mathbf{\bar{r}}_p(\alpha, t) = x(\alpha, t)\mathbf{\hat{i}} + y(\alpha, t)\mathbf{\hat{j}} = \{x_s(\alpha) + u_d(\alpha, t)\}\mathbf{\hat{i}} + \{y_s(\alpha) + v_d(\alpha, t)\}\mathbf{\hat{j}} \tag{3}$$

ตัวแปร t คือเวลา x, y คือตำแหน่งในแนวราบและแนวตั้งของท่อที่สถานะพลศาสตร์ u_d, v_d คือการเคลื่อนที่พลศาสตร์ตามแนวราบและแนวตั้ง ตามลำดับ ดังนั้นค่าอนุพันธ์ของความยาวส่วนโค้ง ณ ตำแหน่งใดๆ ในระบบพิกัดฉากของท่อลำเอียง

ของไหลที่สถานะต่างๆ ได้แก่ สถานะก่อนการเสียรูป สถานะสมดุลสถิตยศาสตร์ และสถานะสมดุลพลศาสตร์ แสดงได้ตั้งสมการต่อไปนี้ ตามลำดับ

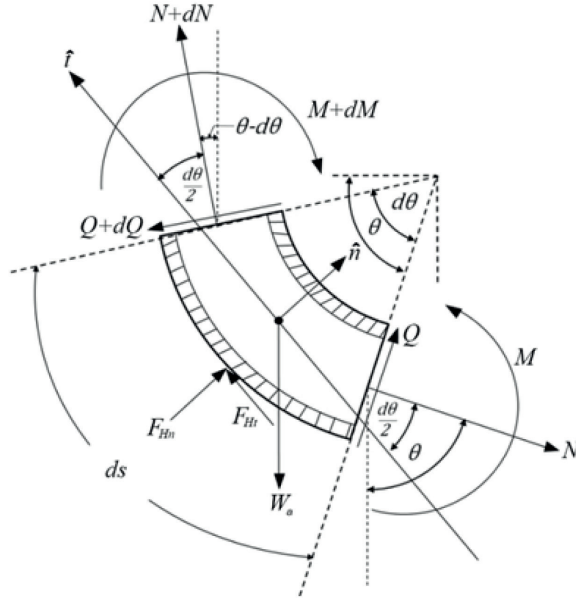
$$s'_o = \sqrt{x_o'^2 + y_o'^2} \tag{4ก}$$

$$s'_s = \sqrt{x_s'^2 + y_s'^2} = \sqrt{(x_o' + u_s')^2 + (y_o' + v_s')^2} \tag{4ข}$$

$$s' = \sqrt{x'^2 + y'^2} = \sqrt{(x_o' + u_s' + u_d')^2 + (y_o' + v_s' + v_d')^2} \tag{4ค}$$

เมื่อกำหนดให้ $(') = d(\)/d\alpha$

2.2 แรงดึงภายในท่อ



รูปที่ 2 แผนผังอิสระของชิ้นส่วนย่อยของท่อลำเลียงของไหลภายใต้สภาวะสมดุล

รูปที่ 2 แสดงแผนผังอิสระ (Free Body Diagram) ของชิ้นส่วนย่อยของท่อในสภาวะสมดุลตามหลักการของกลศาสตร์โครงสร้าง ท่อจะมีแรงภายในต่างๆ ซึ่งประกอบด้วยแรงดึงตามแนวแกน (N_d) แรงเฉือน (Q) และโมเมนต์ดัด (M) ที่ปลายทั้ง 2 ด้านของชิ้นส่วนย่อย นอกจากนั้นยังมีแรงเนื่องจาก

น้ำหนักของท่อลำเลียงของไหล (W_d) แรงพลศาสตร์ของกระแส น้ำในทิศตั้งฉาก (F_{Ht}) และตามแนวสัมผัสกับท่อ (F_{Ht}) ดังนั้นสมการสมดุลของแรงในแนวแกน ($\sum F_x = 0$) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$N'_a = -Q\theta' - s'(F_{Ht} - W_a \cos \theta) \tag{5}$$

เมื่อ κ คือค่าความโค้งของท่อซึ่งสามารถหาได้จากหลักการพื้นฐานของรูปทรงเรขาคณิตและกฎลูกโซ่ (Chain rule) ของอนุพันธ์ที่เทียบกับ α ดังนี้

$$\kappa = d\theta / ds = \frac{x''y' - x'y''}{s'^3} \tag{6}$$

ค่าแรงดึงตามแนวแกนของท่อ (N_d) หาได้จากการอินทิเกรตสมการที่ (5) โดยกำหนดขีดจำกัดของการอินทิเกรตจากตำแหน่งปลายล่างของท่อ ($y_s = 0$) ถึงตำแหน่ง y_s ใดๆ ดังสมการที่ (7)

$$N_a = N_o - \int_0^\alpha [s'(F_{Ht} - W_a \cos \theta) + Q\theta'] d\alpha \tag{7}$$

$N_o = m_M g \cos \theta_B$ คือแรงดึงที่ปลายล่างเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุเมื่อ m_M และ θ_B คือมวลของวัตถุที่ปลายล่างของท่อและมุมที่ปลายล่างของท่อ ตามลำดับ

2.3 งานและพลังงานเสมือนของท่อ

พลังงานความเครียดรวม (Strain Energy) ของท่อ
ได้จากการรวมพจน์ความเครียดจากการยึดตัวตามแนวแกน

และการเสียรูปจากการตัดสำหรับพลังงานความเครียดจากการ
ยึดตัวตามแนวแกนแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\delta U_a = \int_{\alpha} \left[N_a \left(\frac{x'}{s'} \right) \delta u' + N_a \left(\frac{y'}{s'} \right) \delta v' \right] d\alpha \quad (8)$$

เมื่อ N_a คือ แรงดึงภายในท่อซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (7) สมการพลังงานความเครียดเนื่องจากการเสียรูปจากการตัดสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \delta U_b = & \int_{\alpha} \left\{ \frac{BK}{s'} \left(\frac{y'}{s'} \right) \delta u'' - \left[BK^2 \left(\frac{x'}{s'} \right) + BK \frac{s''}{s'^2} \left(\frac{y'}{s'} \right) \right] \delta u' \right\} d\alpha \\ & + \int_{\alpha} \left\{ -\frac{BK}{s'} \left(\frac{x'}{s'} \right) \delta v'' - \left[BK^2 \left(\frac{y'}{s'} \right) - BK \frac{s''}{s'^2} \left(\frac{x'}{s'} \right) \right] \delta v' \right\} d\alpha \end{aligned} \quad (9)$$

เมื่อ B คือสติฟเนสต้านการตัดของท่อซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (10)

$$B = EI_p (1 + \varepsilon) \quad (10)$$

I_p คือโมเมนต์ความเฉื่อยของท่อ E คือโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ
และ ε คือความเครียดเนื่องจากการยึดตัวตามแนวแกนของ
ท่อ งานเสมือนเนื่องจากแรงกระทำภายนอกประกอบด้วย
งานเสมือนเนื่องจากน้ำหนักประสิทธิผลของท่อ แรงกระทำจาก

สภาวะแวดล้อมในทะเล และแรงเฉื่อยจากการเคลื่อนที่ของท่อ
และมวลวัตถุที่ปลายล่องทั้งนี้งานเสมือนเนื่องจากน้ำหนัก
ประสิทธิผลของท่อสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\delta W_w = - \int_{\alpha} W_a s' \delta v d\alpha \quad (11)$$

เมื่อ $W_a = (\rho_p A_p - \rho_e A_e) g$ คือน้ำหนักประสิทธิผลต่อหน่วย
ความยาวของท่อ ρ_p, ρ_e คือความหนาแน่นของท่อและ
ของไหลภายนอกท่อ ตามลำดับ A_p, A_e คือพื้นที่หน้าตัดของ

ท่อและพื้นที่หน้าตัดของไหลที่ถูกแทนที่ด้วยท่อ สมการงาน
เสมือนเนื่องจากแรงพลศาสตร์ของกระแสน้ำแสดงได้ดังนี้

$$\delta W_H = \int_{\alpha} [f_{Hx} s' \delta u + f_{Hy} s' \delta v] d\alpha \quad (12)$$

เมื่อ f_{Hx}, f_{Hy} คือแรงเนื่องจากกระแสน้ำทะเลที่กระทำต่อท่อในแนวราบและแนวตั้ง โดยอาศัยหลักการของ Morison แรง
เนื่องจากกระแสน้ำคำนวณได้ดังนี้

$$\bar{\mathbf{f}}_H = \begin{Bmatrix} f_{Hx} \\ f_{Hy} \end{Bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} C_a^* & 0 \\ 0 & C_a^* \end{bmatrix}}_{\text{Added mass force}} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{v}} \end{Bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} C_{eqx}^* & C_{eqxy}^* \\ C_{eqyx}^* & C_{eqy}^* \end{bmatrix}}_{\text{Hydrodynamic damping force}} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{Bmatrix} C_{Dx}^* V_{Hx}^2 + C_M^* \dot{V}_{Hx} \\ C_{Dxy}^* V_{Hx}^2 \end{Bmatrix}}_{\text{Hydrodynamic excitation}} \quad (13)$$

เมื่อ $C_a^* = \rho_e A_e C_a$ และ $C_M^* = \rho_e A_e C_M$ คือสัมประสิทธิ์เสมือน ส่วนเพิ่ม $C_M = C_a + 1$ คือสัมประสิทธิ์ของแรงเฉื่อย D_e คือของมวลส่วนเพิ่มของท่อเนื่องจากการสั่นในน้ำและสัมประสิทธิ์เสถียรของแรงเฉื่อย ตามลำดับ C_a คือสัมประสิทธิ์ของมวล เส้นผ่านศูนย์กลางกลางภายนอกของท่อ V_{Hx} คือความเร็วตามแนวราบของกระแสน้ำและคลื่น ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$V_{Hx} = V_c + V_w \tag{14}$$

เมื่อ V_c คือความเร็วของกระแสน้ำซึ่งเปลี่ยนแปลงตามความลึกของน้ำทะเลดังแสดงในสมการที่ (15)

$$V_c = V_{cH} \left(\frac{y_s}{y_H} \right)^{1/7} \tag{15}$$

V_{cH} คือความเร็วของกระแสน้ำที่ระดับน้ำทะเลปานกลางจากสมการที่ (14) ตัวแปร V_w คือความเร็วคลื่น ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลาดังสมการต่อไปนี้

$$V_w = V_{wa} \cos \omega_w t \tag{16}$$

เมื่อ ω_w คือความถี่ของคลื่น (Wave Frequency) และ $V_{wa} = V_{wa}(y_s)$ คือแอมพลิจูดของความเร็วคลื่นซึ่งเป็นฟังก์ชันของความลึกดังสมการต่อไปนี้

$$V_{wa} = \zeta_a \omega_w e^{k[(y_s+y_b)-(y_H+y_b)]} \tag{17}$$

ในที่นี้ ζ_a คือแอมพลิจูดของคลื่น (Wave Amplitude) ขณะที่ $k = \omega_w^2/g$ คือเลขคลื่น (Wave Number) จากสมการที่ (13) $C_{eqx}^*, C_{eqy}^*, C_{eqz}^*$ คือสัมประสิทธิ์เสมือนจากความหน่วงของกระแสน้ำและคลื่น ขณะที่ตัวแปร C_{Dx}^*, C_{Dy}^* คือสัมประสิทธิ์เสมือนจากแรงลากของกระแสน้ำและคลื่นซึ่งสามารถดูรายละเอียดได้จากงานวิจัยของ Chucheeepsakul และคณะ [2] งานเสมือนเนื่องจากแรงเฉื่อยประกอบด้วย 2 ส่วนสำคัญ คือ การเคลื่อนที่ของท่อ และการเคลื่อนที่ของมวลวัตถุที่ปลายล่างของท่อ ซึ่งแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\delta W_I = - \int_{\alpha} [m_p \ddot{u} s' \delta u + m_p \ddot{v} s' \delta v] d\alpha - (m_M \ddot{u} \delta u + m_M \ddot{v} \delta v) \Big|_{y_s=0} \tag{18}$$

เมื่อ m_p, m_M คือ มวลของท่อต่อหนึ่งหน่วยความยาวและ มวลของวัตถุที่ติดตั้งอยู่ที่ปลายล่าง \ddot{u}, \ddot{v} คือ ความเร่งของท่อในทิศทางตามแนวราบและแนวตั้ง ตามลำดับ งานและพลังเสมือนของระบบสามารถหาได้จากผลรวมของ พลังงานความเครียดและงานเสมือนเนื่องจากแรงกระทำภายนอก ดังนี้

$$\delta \pi = \delta U_a + \delta U_b - \delta W_w - \delta W_H - \delta W_I \tag{19}$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (8) (9) (11) (12) และ (18) ลงในสมการที่ (19) จะได้สมการงาน-พลังงานเสมือนรวมของทั้งระบบดังนี้

$$\begin{aligned}
\delta\pi = & \int_{\alpha} \left\{ \frac{B\kappa}{s'} \left(\frac{y'}{s'} \right) \delta u'' + \left[(N_a - B\kappa^2) \left(\frac{x'}{s'} \right) - B\kappa \frac{s''}{s'^2} \left(\frac{y'}{s'} \right) \right] \delta u' \right\} d\alpha \\
& + \int_{\alpha} \left\{ -\frac{B\kappa}{s'} \left(\frac{x'}{s'} \right) \delta v'' + \left[(N_a - B\kappa^2) \left(\frac{y'}{s'} \right) - B\kappa \frac{s''}{s'^2} \left(\frac{x'}{s'} \right) \right] \delta v' \right\} d\alpha \quad (20) \\
& - \int_{\alpha} \left\{ s' [f_{Hx} - m_p \ddot{u}] \delta u \right\} d\alpha - \int_{\alpha} \left\{ s' [-W_a + f_{Hy} - m_p \ddot{v}] \delta v \right\} d\alpha \\
& + (m_M \ddot{u} \delta u + m_M \ddot{v} \delta v) \Big|_{v_s=0}
\end{aligned}$$

3. ระเบียบวิธีการหาค่าตอบเชิงตัวเลข

สมการครอบคลุมปัญหาดังสมการที่ (20) เป็นสมการแบบไม่เป็นเชิงเส้น การหาค่าตอบเชิงวิเคราะห์ของสมการดังกล่าวไม่สามารถทำได้โดยง่าย ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงอาศัยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ร่วมกับกระบวนการทำซ้ำในการหาค่าตอบเชิงตัวเลข ซึ่งสามารถให้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแม่นยำ โดยรายละเอียดมีดังต่อไปนี้

3.1 ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ทางสถิตยศาสตร์

สำหรับการวิเคราะห์หาสมดุลสถิตยศาสตร์ของท่อ จะกำหนดตัวแปรต่างๆ ในสมการที่ (20) เพื่อกำกับสถานะสมดุลสถิตยศาสตร์ด้วยตัวห้อย s กระบวนการไฟไนต์เอลิเมนต์จะแบ่งชิ้นส่วนย่อยของท่อตามพิกัดในแนวตั้ง ดังนั้นจึงกำหนดให้ตัวแปรอิสระ $\alpha = y_s$ ส่งผลให้ค่าการเคลื่อนที่สถิตยศาสตร์ตามแนวตั้งมีค่าเป็นศูนย์ ($v_s = 0$) และสามารถกำหนดตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้

$$u'_s = \frac{du_s}{dy_s}, \quad u''_s = \frac{d^2u_s}{dy_s^2}, \quad x'_s = \frac{dx_s}{dy_s}, \quad s'_s = \frac{ds_s}{dy_s}, \quad s''_s = \frac{d^2s_s}{dy_s^2} \quad (21ก)$$

$$\delta v_s = \delta v'_s = \delta v''_s = 0 \quad (21ข)$$

$$y'_s = 1.0, \quad y''_s = 0 \quad (21ค)$$

แทนสมการที่ (21) ในสมการที่ (20) และตัดพจน์ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ทำให้สามารถเขียนสมการงาน-พลังงานเสมือนรวมของทั้งระบบสำหรับการวิเคราะห์หาสมดุลสถิตยศาสตร์ของท่อได้ดังนี้

$$\delta\pi_s = \int_0^{y_H} \left\{ \frac{B_s \kappa_s}{s_s'^2} \delta v_s'' + \left[(N_{as} - B_s \kappa_s^2) \left(\frac{x'_s}{s'_s} \right) - B\kappa \frac{s_s''}{s_s'^3} \right] \delta v'_s - f_{Hx} s'_s \delta v_s \right\} dy_s \quad (22)$$

โดยอาศัยกระบวนการไฟไนต์เอลิเมนต์ค่าการเคลื่อนที่ทางด้านข้างของท่อสามารถประมาณได้จากสมการที่ (23)

$$u_s = [N_s] \{d_{ns}\} \quad (23)$$

เมื่อ $[N_s]$ คือเมตริกซ์ฟังก์ชันรูปร่าง และ $\{d_{ns}\}$ คือเวกเตอร์ดิสกรีตอิสระของชิ้นส่วนย่อยซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$[N_s] = [N_{s1} \quad N_{s2} \quad N_{s3} \quad N_{s4} \quad N_{s5} \quad N_{s6}] \quad (24ก)$$

$$\{d_{ns}\} = \{u_{1s} \quad u'_{1s} \quad u''_{1s} \quad u_{2s} \quad u'_{2s} \quad u''_{2s}\}^T \quad (24ข)$$

เมื่อ N_{s_i} คือฟังก์ชันพหุนามดีกรี 5 [4] ท่อลำเลียงของไหลจะอยู่ในสภาวะสมดุลก็ต่อเมื่อการเปลี่ยนแปลงงานเสมือนรวมทั้งระบบมีค่าเป็นศูนย์ ($\delta\pi_s = 0$) ดังนั้นสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของแต่ละชิ้นส่วนย่อยของท่อสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\delta\pi_s^{(e)} = \sum_{i=1}^6 \left[\frac{\partial \pi_s^{(e)}}{\partial d_{nsi}} \right] \delta d_{nsi} = 0 \quad (25)$$

จากสมการที่ (25) เมื่อ $\delta d_{nsi} \neq 0$ ดังนั้น $\partial \pi_s^{(e)} / \partial d_{nsi} = 0$ หลังจากแทนค่าสมการที่ (23) ในสมการที่ (22) จะสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นส่วนย่อยของท่อได้ดังนี้

$$\frac{\partial \pi_s^{(e)}}{\partial d_{ns}} = \int_0^h \left\{ [N_s'']^T \frac{B_s \kappa_s}{s_s'^2} + [N_s']^T \left[(N_{as} - B_s \kappa_s^2) \left(\frac{x'_s}{s'_s} \right) - B \kappa \frac{s_s''}{s_s'^3} \right] - [N_s]^T f_{Hx} s'_s \right\} dy_s = \{0\} \quad (26)$$

ในที่นี้ $h = y_H / nelem$ คือความยาวเอลิเมนต์ตามแนวตั้งของท่อ ขณะที่ $nelem$ คือจำนวนชิ้นส่วนย่อยของท่อหลังจากที่รวมระบบสมการของชิ้นส่วนย่อยของท่อในสมการที่ (26) แล้วจะได้ระบบสมการแบบไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะต้องใช้กระบวนการทำซ้ำ (Iterative Procedure) ในการหาคำตอบเชิงตัวเลขเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ณ ตำแหน่งที่ปลายบน ($y_s = y_H$) คือ $u_s = 0$, $u'_s = 0$ (แบบยึดแน่น) และ $u_s = 0$, $u''_s = 0$ (แบบยึดหมุน) ขณะที่เงื่อนไขขอบเขตที่

ตำแหน่งปลายล่าง ($y_s = 0$) คือ $u''_s = 0$ (ปลายปล่อยอิสระ)

3.2 ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์

ณ สภาวะสมดุลพลศาสตร์ ตำแหน่งของท่อตามพิกัดในแนวราบและแนวตั้งคือ $x = x_s + u_d$ และ $y = y_s + v_d$ ตามลำดับ และค่าแรงดึงตามแนวแกนของท่อในสภาวะพลศาสตร์ [2] สามารถหาได้ดังนี้

$$N_a = N_{as} + EA_{ps} \left(\frac{x'_s u'_d + v'_d}{s_s'^2} \right) \quad (27)$$

สำหรับการวิเคราะห์การสั่นอิสระของท่อ เวกเตอร์การเคลื่อนที่พลศาสตร์ของชิ้นส่วนย่อยสามารถหาได้ดังนี้

$$\{\mathbf{u}_d\} = \{u_d \quad v_d\}^T = [\mathbf{N}_d] \{\mathbf{d}_{nd}(t)\} \quad (28)$$

เมื่อ $[\mathbf{N}_d]$ คือเมตริกซ์ฟังก์ชันรูปร่าง และ $\{\mathbf{d}_{nd}\}$ คือเวกเตอร์ดีกรีอิสระของชิ้นส่วนย่อย ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$[\mathbf{N}_d] = \begin{bmatrix} N_{51} & N_{52} & N_{53} & 0 & 0 & 0 & N_{54} & N_{55} & N_{56} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{51} & N_{52} & N_{53} & 0 & 0 & 0 & N_{54} & N_{55} & N_{56} \end{bmatrix} \quad (29ก)$$

$$\{\mathbf{d}_{nd}\} = \{u_{1d} \quad u'_{1d} \quad u''_{1d} \quad v_{1d} \quad v'_{1d} \quad v''_{1d} \quad u_{2d} \quad u'_{2d} \quad u''_{2d} \quad v_{2d} \quad v'_{2d} \quad v''_{2d}\}^T \quad (29ข)$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (27) และ (28) ลงในสมการที่ (20) และกำหนดให้ $\alpha = y_s$ สามารถจัดรูปสมการ การเคลื่อนที่ของท่อลำเลียงของไหล ได้ดังนี้

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{\mathbf{D}}_{nd}\} + [\mathbf{C}] \{\dot{\mathbf{D}}_{nd}\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{D}_{nd}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (30)$$

เมื่อ $\{\mathbf{D}_{nd}\} = \sum_{i=1}^{nelem} \{\mathbf{d}_{nd}\}$, $\{\dot{\mathbf{D}}_{nd}\} = \sum_{i=1}^{nelem} \{\dot{\mathbf{d}}_{nd}\}$ และ $\{\ddot{\mathbf{D}}_{nd}\} = \sum_{i=1}^{nelem} \{\ddot{\mathbf{d}}_{nd}\}$ และ คือเวกเตอร์ของการเคลื่อนที่เวกเตอร์ความเร็วและเวกเตอร์ความเร่งของท่อ ตามลำดับ $[\mathbf{M}] = [\mathbf{m}_M] + \sum_{i=1}^{nelem} [\mathbf{m}^e]$ คือเมตริกซ์มวลรวมของระบบท่อลำเลียงของไหล $[\mathbf{m}^e]$ และ $[\mathbf{m}_M]$ คือเมตริกซ์มวลของชิ้นส่วนย่อยของท่อและเมตริกซ์มวลของวัตถุที่ติดกับปลายล่างของท่อ ตามลำดับ

$$[\mathbf{m}^e] = \int_0^h \left\{ [\mathbf{N}_d]^T s'_s (m_p + C_a^*) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d] \right\} dy_s \quad (31ก)$$

$$[\mathbf{m}_M] = m_M \left\{ [\mathbf{N}_d]^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d] \right\} \Big|_{y_s=0} \quad (31ข)$$

$[\mathbf{C}] = \sum_{i=1}^{nelem} [\mathbf{c}^e]$ คือเมตริกซ์ความหน่วงรวมของระบบ ทั้งนี้ $[\mathbf{c}^e]$ คือเมตริกซ์ความหน่วงของชิ้นส่วนย่อย

$$[\mathbf{c}^e] = \int_0^h \left\{ [\mathbf{N}_d]^T s'_s \begin{bmatrix} C_{eqx}^* & C_{eqxy}^* \\ C_{eqxy}^* & C_{eqy}^* \end{bmatrix} [\mathbf{N}'_d] \right\} dy_s \quad (32)$$

$[\mathbf{K}] = \sum_{i=1}^{nelem} [\mathbf{k}^e]$ คือสติฟเนสเมตริกซ์รวมของระบบท่อ เมื่อ $[\mathbf{k}^e]$ คือสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยของท่อ ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$[\mathbf{k}^e] = [\mathbf{k}_a] + [\mathbf{k}_{b1}] + [\mathbf{k}_{b2}] \quad (33)$$

สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยของท่อประกอบด้วยสติฟเนสด้านการเสียรูปตามแนวแกนและสติฟเนสด้านการดัด ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$[\mathbf{k}_a] = \int_0^h \left\{ [\mathbf{N}'_d]^T \frac{N_{as}}{s'_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{N}'_d] + [\mathbf{N}'_d]^T \frac{EA_p}{s'_s{}^3} \begin{bmatrix} x'_s{}^2 & x'_s \\ x'_s & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{N}'_d] \right\} dy_s \quad (34ก)$$

$$[\mathbf{k}_{b1}] = \int_0^h \left\{ [\mathbf{N}''_d]^T \frac{B}{s'_s{}^5} \begin{bmatrix} 1 & -x'_s \\ -x'_s & x'_s{}^2 \end{bmatrix} [\mathbf{N}''_d] \right\} dy_s \quad (34ข)$$

$$[\mathbf{k}_{b2}] = \int_0^h \left\{ [\mathbf{N}'_d]^T \frac{BK_s}{s'_s{}^4} \begin{bmatrix} 2x'_s & 1-x'_s{}^2 \\ 1-x'_s{}^2 & -2x'_s \end{bmatrix} [\mathbf{N}'_d] \right\} dy_s \quad (34ค)$$

$\{\mathbf{F}\} = \sum_{i=1}^{nelem} \{\mathbf{f}\}$ คือเวกเตอร์ของแรงกระทำภายนอกของทั้งระบบ เมื่อ $\{\mathbf{f}\}$ คือเวกเตอร์ของแรงกระทำภายนอกของชิ้นส่วนย่อย

$$\{\mathbf{f}\} = \int_0^h \left\{ [\mathbf{N}_d]^T s'_s \begin{Bmatrix} C_{Dx}^* V^2 + C_M^* \dot{V}_{Hx} \\ C_{Dxy1}^* V^2_{Hx} \end{Bmatrix} \right\} dy_s \quad (35)$$

สำหรับการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติของท่อลำเลียงของไหลและรูปแบบการสั่นอิสระจะไม่พิจารณาเมตริกซ์ความหน่วงจากคลื่นและกระแสน้ำรวมทั้งแรงที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ซึ่งจะทำให้จัดรูปสมการที่ (30) ให้อยู่ในรูปแบบของปัญหาค่าไอเกนดังนี้

$$([\mathbf{K}] - \omega_n^2 [\mathbf{M}]) \{\mathbf{D}_{nd}\} = \{\mathbf{0}\} \quad (36)$$

เมื่อ ω_n คือค่าความถี่ธรรมชาติในแต่ละลำดับโหมดค่าขอบเขตเงื่อนไข ณ ตำแหน่งปลายบน ($y_s = y_H$) ของท่อสำหรับปัญหาการสั่นอิสระคือ $u_d = 0, u'_d = 0, v_d = 0, v'_d = 0$ (แบบยึดแน่น) และ $u_d = 0, u''_d = 0, v_d = 0, v''_d = 0$ (แบบยึดหมุน) สำหรับปลายล่างของท่อ ($y_s = 0$) คือ $u''_d = 0, v''_d = 0$ (ปลายปล่อยอิสระ) สำหรับการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นของท่อสามารถทำได้โดยการแก้ปัญหาค่าเฉพาะ (Eigenvalue Problem) ของสมการที่ (36) ในการศึกษานี้ได้พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยอาศัยภาษาฟอร์แทรน 90 (Fortran 90) เพื่อใช้ในการคำนวณตามระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

4. การตรวจสอบความถูกต้องของผลการวิเคราะห์

เพื่อยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นสำหรับการคำนวณตามระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จำเป็นต้องเปรียบเทียบผลคำตอบเชิงตัวเลขที่ได้ ได้แก่ การตรวจสอบสถานะสมมูลสถิตยศาสตร์

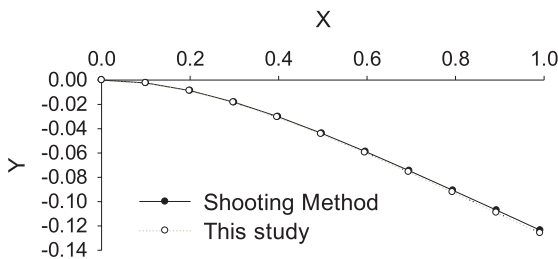
และค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระกับงานวิจัยในอดีต โดยการตรวจสอบความถูกต้องสำหรับปัญหาเฉพาะต่างๆ ได้นำเสนอดังหัวข้อต่อไป

4.1 การตรวจสอบสถานะสมมูลสถิตยศาสตร์

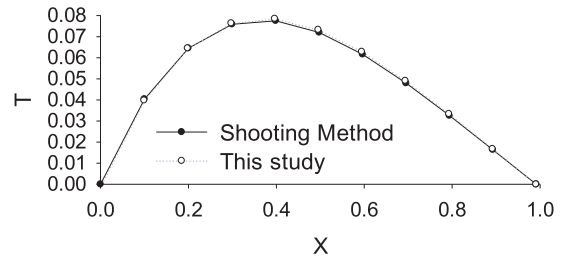
การวิเคราะห์นี้ได้ทำการเปรียบเทียบสถานะสมมูลและแรงภายในกับคำตอบที่ได้จากวิธีการยิงเป้า (shooting method) โดยวิธีการหาค่าตอบและแบบจำลองเป็นไปตามงานวิจัยของ Mahasuwanchai [41] Mahasuwanchai และคณะ [42] ซึ่งใช้ระเบียบวิธีการยิงเป้าสำหรับแก้ปัญหาการแอ่นตัวมากของคานยื่น โดยกำหนดให้คานยื่นยาว (L) เท่ากับ 10 เมตร และมีค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 2.07×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร หน้าตัดของคานเป็นวงกลมภายในกลางซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางภายในและภายนอกเท่ากับ 0.20 และ 0.26 เมตร ตามลำดับรับแรงกระทำเนื่องจากน้ำหนักตัวเองเท่ากับ 30176 นิวตันต่อเมตร

ผลการเปรียบเทียบในรูปที่ 3 แสดงให้เห็นว่าค่าการเคลื่อนที่ ค่าแรงดึง ค่าโมเมนต์ดัดและแรงเฉือน ณ ตำแหน่งต่างๆ ของงานวิจัยนี้มีค่าสอดคล้องกับคำตอบที่ได้จากวิธีการยิงเป้า [41]

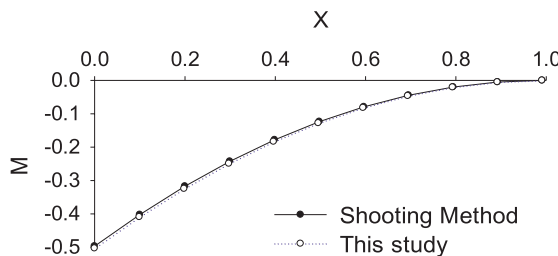
ดังนั้นสามารถยืนยันได้ว่าคำตอบเชิงตัวเลขสำหรับการวิเคราะห์ทางด้านสถิติศาสตร์ของงานวิจัยนี้มีความถูกต้อง



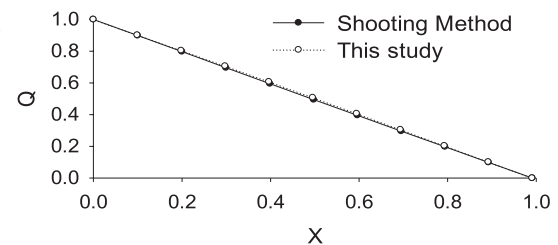
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 3 เปรียบเทียบสมมูลและแรงภายในจากงานวิจัยนี้กับผลคำตอบเชิงตัวเลขที่ได้จากวิธีการยิงเป้า (Shooting Method)

(ก) รูปแบบการวางตัวของคาน

(ข) แรงดึงที่ตำแหน่งต่างๆ ของคาน

(ค) โมเมนต์ดัดที่ตำแหน่งต่างๆ ของคาน

(ง) แรงเฉือนที่ตำแหน่งต่างๆ ของคาน

4.2 การตรวจสอบค่าความถี่ธรรมชาติจากการสั่นอิสระทางด้านข้าง

การตรวจสอบความถูกต้องของค่าความถี่ธรรมชาติ

สำหรับการสั่นทางด้านข้างของปัญหาคานยื่นในที่นี้จะเปรียบเทียบกับคำตอบแม่นยำที่ได้จากทฤษฎีคานของออยเลอร์-แบร์นูลลี ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (37) [43]

$$\omega_n = \frac{(\lambda L)_n^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (37)$$

λ คือค่าพารามิเตอร์ซึ่งขึ้นอยู่กับลำดับโหมดของการสั่น (n) สำหรับตัวอย่างนี้ได้กำหนดให้คานยื่นมีค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 2.07×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร หน้าตัดของคานเป็นวงกลมภายในกลวงซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางภายในและภายนอกเท่ากับ 0.20 และ 0.26 เมตร ตามลำดับ รับแรงกระทำเนื่องจากน้ำหนักตัวเองเท่ากับ 30176 นิวตันต่อเมตร เช่นเดียวกับการ

ตรวจสอบความถูกต้องในหัวข้อก่อนนี้ แต่จะกำหนดความยาวของคาน (L) เท่ากับ 300 เมตร

ตารางที่ 1 แสดงค่าพารามิเตอร์ $(\lambda L)_n$ และผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการศึกษานี้กับทฤษฎีคานของออยเลอร์-แบร์นูลลี ซึ่งคำตอบเชิงตัวเลขของค่าความถี่ธรรมชาติสำหรับการสั่นทางด้านข้างที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันมาก

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นทางด้านข้างที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับทฤษฎีคานยีนของออยเลอร์-แบร์นูลลี

	ค่าความถี่ธรรมชาติ (rad/sec)			
โหมดการสั่น (n)	โหมด 1	โหมด 2	โหมด 3	โหมด 4
การศึกษา	0.0165	0.1031	0.2887	0.5657
สมการที่ (37)	$(\lambda L)_n = 1.8751$	$(\lambda L)_n = 4.6941$	$(\lambda L)_n = 7.8548$	$(\lambda L)_n = 10.996$
	0.0165	0.1031	0.2887	0.5657

4.3 การตรวจสอบค่าความถี่ธรรมชาติจากการสั่นอิสระตามแนวแกน

การตรวจสอบความถูกต้องสำหรับปัญหานี้ จะเปรียบเทียบคำตอบเชิงตัวเลขของค่าความถี่ธรรมชาติจากการสั่นตาม

แนวแกนของท่อลำเลียงของไหลแบบแวนที่ปลายบนและมีมวลติดอยู่ที่ปลายล่างกับคำตอบจากการศึกษาของ Sparks [27] ตามสมการที่ (38)

$$\frac{\omega_n L'}{c} = \frac{\omega_n L}{c} + \tan^{-1} \left(\frac{m_M \omega_n}{m_p L c} \right) = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \tag{38}$$

เมื่อ $L' = L + m_M / m_p L$ คือความยาวเสมือน $c = \sqrt{EA / m_p}$ คืออัตราส่วนของสติฟเนสตามแนวแกนต่อมวลของท่อ m_p คือมวลต่อหน่วยความยาวของท่อ m_M คือมวลของวัตถุที่ปลายล่างของท่อ และ n คือลำดับโหมดของการสั่นค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องสำหรับการสั่นตามแนวแกน มีดังนี้ ท่อเหล็กกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.32 เมตร และค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 4.663×10^{10} นิวตันต่อตารางเมตร ความหนาแน่นของท่อเท่ากับ 7460 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร และ

ยาว 2100 เมตร วางอยู่ในแนวตั้งโดยที่ปลายบนยึดแน่น ส่วนปลายล่างปล่อยอิสระและมีมวลวัตถุ 180 ตัน ติดอยู่ ตารางที่ 2 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นตามแนวแกนที่ได้จากการศึกษานี้กับการศึกษาของ Sparks [27] ซึ่งคำตอบเชิงตัวเลขที่คำนวณได้มีค่าใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นจึงมีความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากแบบจำลองและวิธีการวิเคราะห์ของการศึกษานี้มีความถูกต้องเพียงพอสำหรับการวิเคราะห์หาความถี่ธรรมชาติของท่อ

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นตามแนวแกนที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับสมการของ Sparks [27]

	ค่าความถี่ธรรมชาติ (rad/sec)			
โหมดการสั่น (n)	โหมด 1	โหมด 2	โหมด 3	โหมด 4
การศึกษา	1.641	4.978	8.425	11.970
สมการที่ (38)	1.639	4.970	8.410	11.945

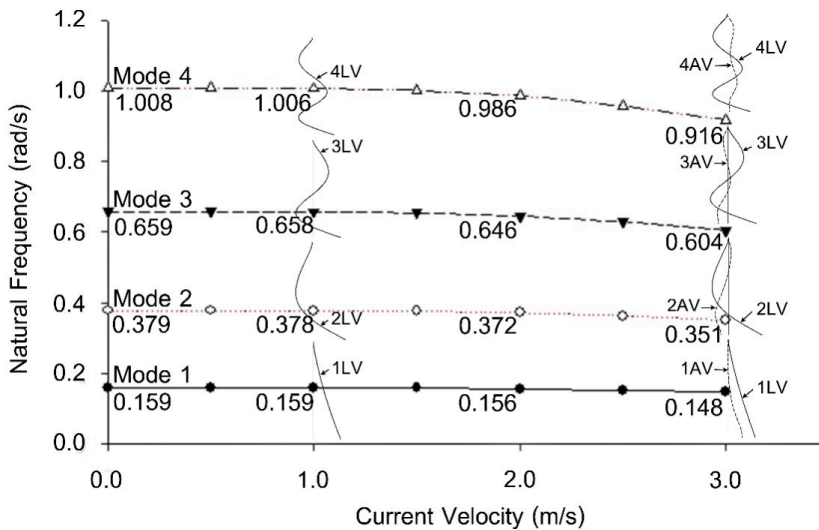
5. การศึกษาพารามิเตอร์ที่มีผลการสั่นอิสระของท่อ

การศึกษาได้กำหนดค่าพื้นฐานสำหรับพารามิเตอร์ต่างๆ ได้แก่ โมดูลัสยืดหยุ่นของท่อเท่ากับ 2.07×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร เส้นผ่าศูนย์กลางภายในและภายนอกท่อเท่ากับ 0.20 และ 0.26 เมตร ตามลำดับ ความหนาแน่นของท่อและน้ำทะเลเท่ากับ 7850 และ 1025 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ตามลำดับ ความลึกน้ำทะเลเท่ากับ 300 เมตรความเร็วกระแส น้ำที่ระดับทะเลปานกลางเท่ากับ 0 เมตรต่อวินาที สัมประสิทธิ์ของแรงลากในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัสกับท่อเท่ากับ 0.7 และ 0.3 ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ของมวลส่วนเพิ่มเท่ากับ 1.0 และมวลวัตถุที่ปลายล่างของท่อเท่ากับ 0 กิโลกรัม โดยการศึกษานี้ได้นำเสนอการสั่นอิสระของท่อทั้งกรณีที่ไม่ปลายนบนเป็นแบบยึดแน่นและแบบยึดหุ้ม ดังหัวข้อต่อไป

ค่าความถี่ธรรมชาติ เมื่อกำหนดค่าความเร็วกระแส น้ำทะเล ตั้งแต่ 0.0-3.0 เมตรต่อวินาที จากรูปที่ 4 ตัวอักษรย่อ “LV” และ “AV” แสดงโหมดการสั่นทางด้านข้างและการสั่นตามแนวแกนของท่อ ตามลำดับ จากรูปแสดงให้เห็นว่าเมื่อความเร็วกระแส น้ำทะเลมีค่าน้อยๆ (0.0-1.0 เมตรต่อวินาที) การวางตัวของท่อที่สภาวะสมดุลสถิตยศาสตร์เป็นแบบแอ่นตัวน้อยจนเกือบเป็นเส้นตรง รูปแบบการสั่นของท่อจึงเป็นการสั่นทางด้านข้างเท่านั้น ซึ่งมีพฤติกรรมการสั่นคล้ายคลึงกับคานยื่น เมื่อกระแส น้ำทะเลมีค่าเพิ่มมากขึ้นทำให้ลักษณะการวางตัวของท่อที่สภาวะสมดุลสถิตยศาสตร์เป็นแบบแอ่นตัวมาก จึงส่งผลให้รูปแบบการสั่นเปลี่ยนไปเป็นแบบคู่ควบที่มีทั้งการสั่นทางด้านข้างและการสั่นตามแนวแกน นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อความเร็วของกระแส น้ำทะเลมีค่าเพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติลดลง

5.1 การสั่นอิสระของท่อในสถานะยึดแน่นที่ปลายนบน

รูปที่ 4 แสดงผลกระทบของความเร็วกระแส น้ำทะเลต่อ

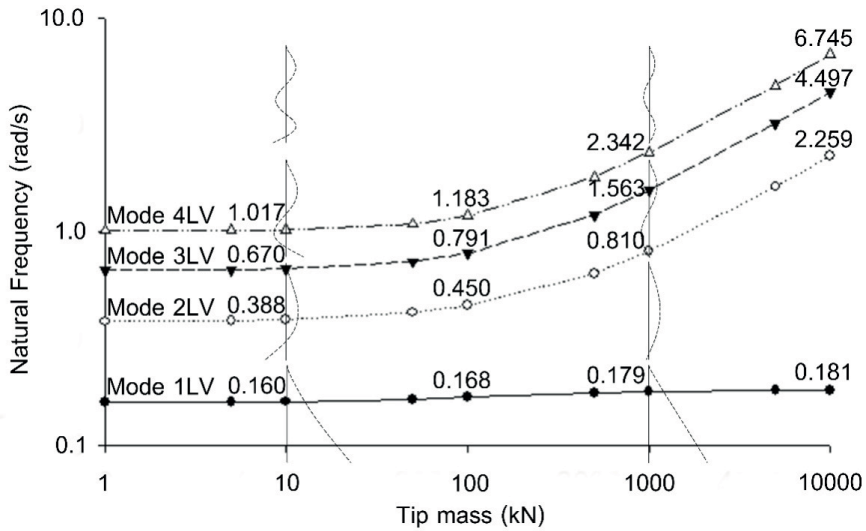


รูปที่ 4 ผลกระทบของความเร็วกระแส น้ำทะเลต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสถานะยึดแน่นที่ปลายนบน

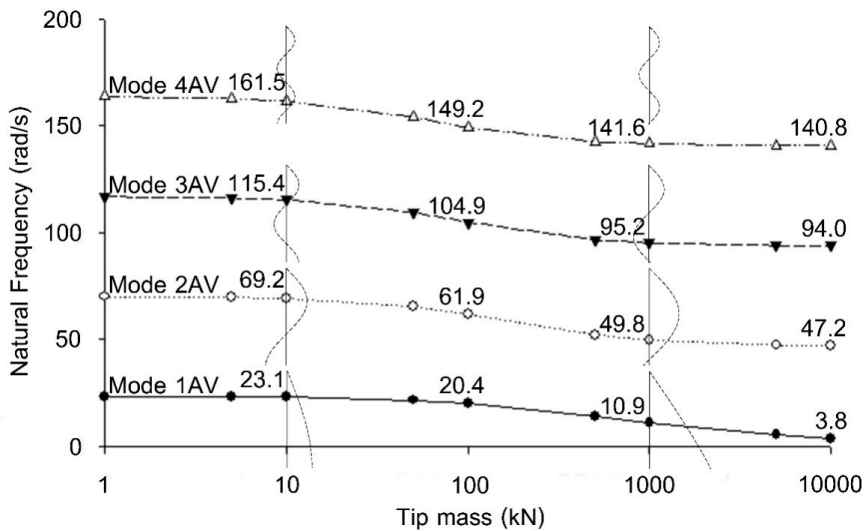
รูปที่ 5 แสดงผลการศึกษาของมวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่าง ที่มีต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นทางด้านข้างของท่อ พบว่าเมื่อมวลวัตถุมีค่าเพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติมีค่าเพิ่มขึ้นโดยสังเกตได้ชัดเจนเมื่อท่อสั่นด้วยโหมดในลำดับสูงๆ

ส่วนรูปแบบการสั่นอิสระของท่อไม่เปลี่ยนแปลง อย่างไรก็ตาม เมื่อมวลวัตถุที่มีค่าเพิ่มมากขึ้นส่งผลกระทบต่อค่าความถี่ธรรมชาติทางด้านข้างในโหมดที่ 1 เมื่อเทียบกับโหมดอื่นๆ รูปที่ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง

มวลวัตถุและค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นตามแนวแกน ลดลง ส่วนรูปแบบการสั่นอิสระของท่อไม่มีการเปลี่ยนแปลง เมื่อมวลวัตถุมีค่าเพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติมีค่า



รูปที่ 5 ผลกระทบของมวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นทางด้านข้างสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดแน่นที่ปลายบน

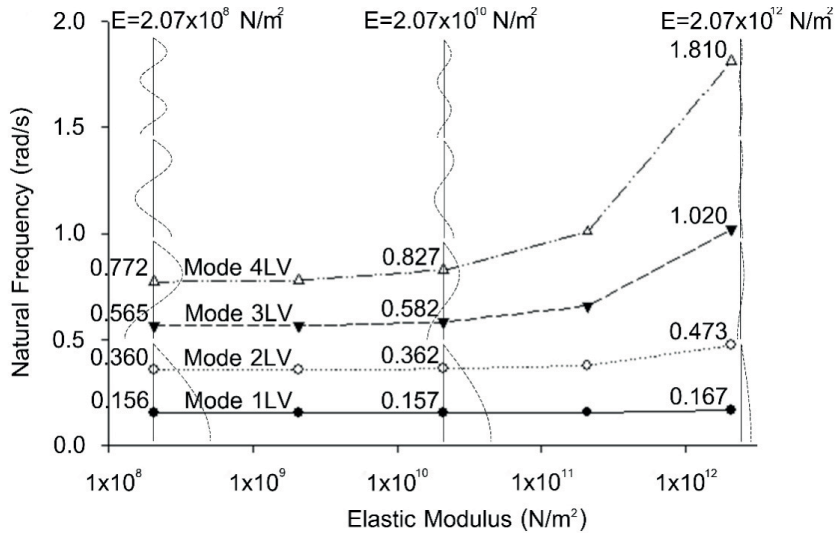


รูปที่ 6 ผลกระทบของมวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระตามแนวแกนสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดแน่นที่ปลายบน

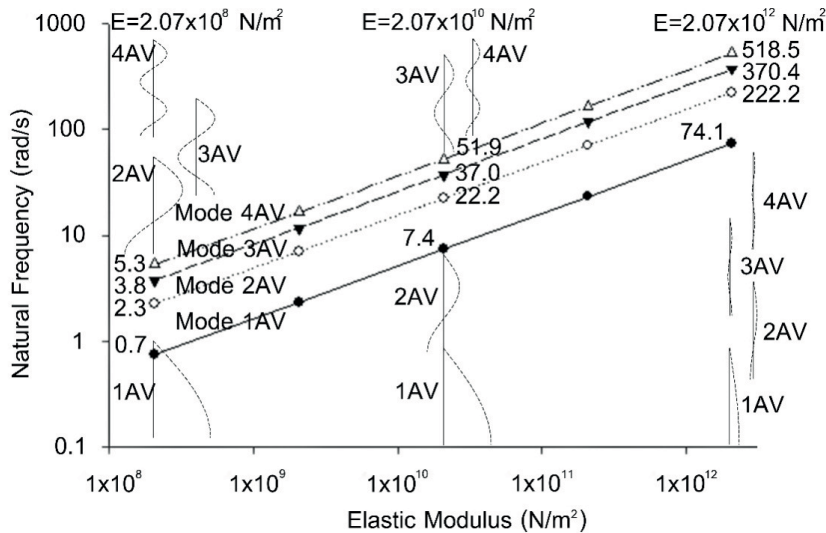
รูปที่ 7 แสดงให้เห็นว่าเมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อที่มีค่าเพิ่มมากขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติมีค่าเพิ่มขึ้นโดยสังเกตได้ชัดเจนเมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อที่มีค่ามากกว่า 2.07×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร รูปที่ 8 แสดงให้เห็นว่าเมื่อค่าโมดูลัส

ยืดหยุ่นของท่อที่มีค่าเพิ่มมากขึ้น จะทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติเพิ่มขึ้นแบบเป็นเชิงเส้นในทุกๆ โหมดการสั่น ทั้งนี้เนื่องจากค่าโมดูลัสยืดหยุ่นส่งผลโดยตรงทำให้ค่าสตีเฟนสตันการเสีรูปร่างตามแนวแกนและด้านการดัดของท่อเพิ่มมากขึ้นดังแสดงใน

สมการที่ (34) อย่างไรก็ตาม ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อไม่ส่งผล และการสันตามแนวแกนต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่นอิสระทั้งการสั่นทางด้านข้าง



รูปที่ 7 ผลกระทบของค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระทางด้านข้างสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดแน่นที่ปลายบน



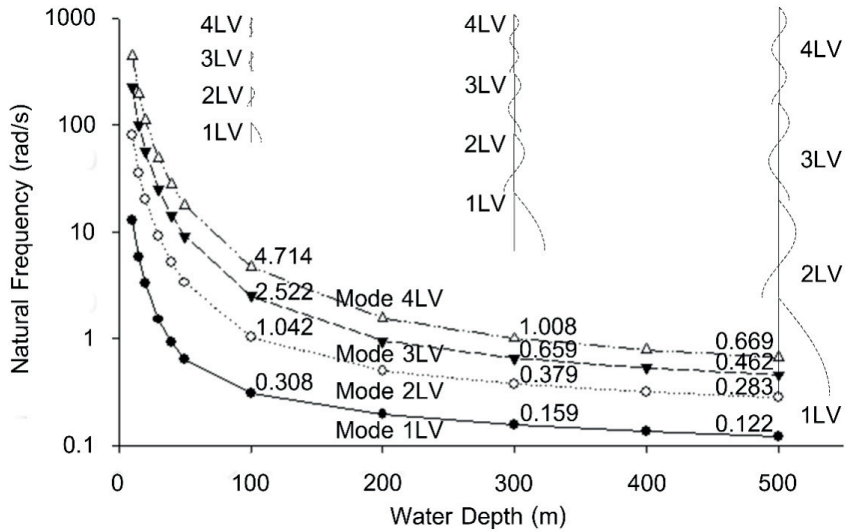
รูปที่ 8 ผลกระทบของค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระตามแนวแกนสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดแน่นที่ปลายบน

รูปที่ 9 และ รูปที่ 10 แสดงผลการศึกษาของความถี่น้ำทะเลต่อการสั่นอิสระทางด้านข้างและการสั่นอิสระตามแนวแกนตามลำดับ โดยทั้งสองรูปจะแสดงผลที่มีลักษณะไปใน

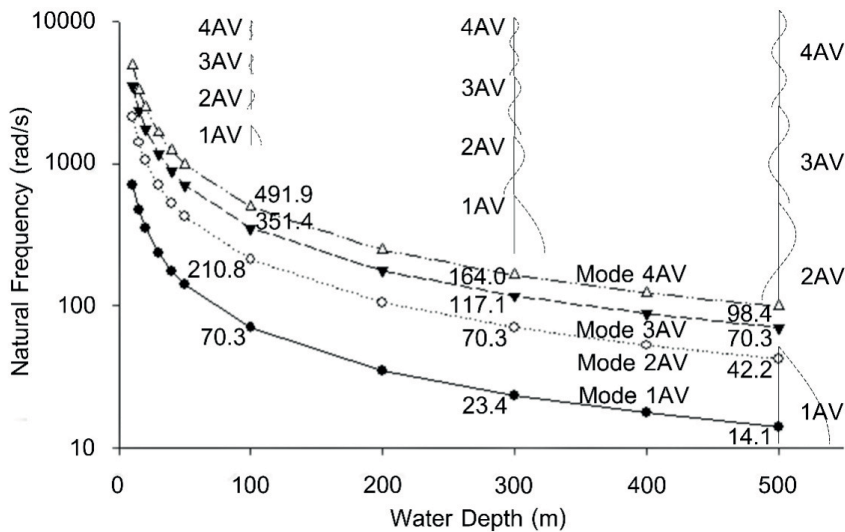
ทิศทางเดียวกันกล่าวคือเมื่อระดับความถี่น้ำทะเลมีค่าเพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าอัตราส่วนความขะลุคของท่อเพิ่มขึ้นจึงทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติมีค่าลดลง ค่าความถี่ธรรมชาติจะมีการ

เปลี่ยนแปลงมากเมื่อความลึกของน้ำทะเลน้อยกว่า 100 เมตร ทั้งนี้ค่าความถี่ธรรมชาติจากการสั่นทางด้านข้างมีค่าน้อยกว่าค่าความถี่ธรรมชาติจากการสั่นตามแนวแกน อย่างไรก็ตามก็ีระดับ

ความลึกน้ำทะเลไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่นอิสระของท่อทั้งการสั่นทางด้านข้างและการสั่นตามแนวแกน



รูปที่ 9 ผลกระทบของระดับความลึกน้ำทะเลต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระทางด้านข้างสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดแน่นที่ปลายบน



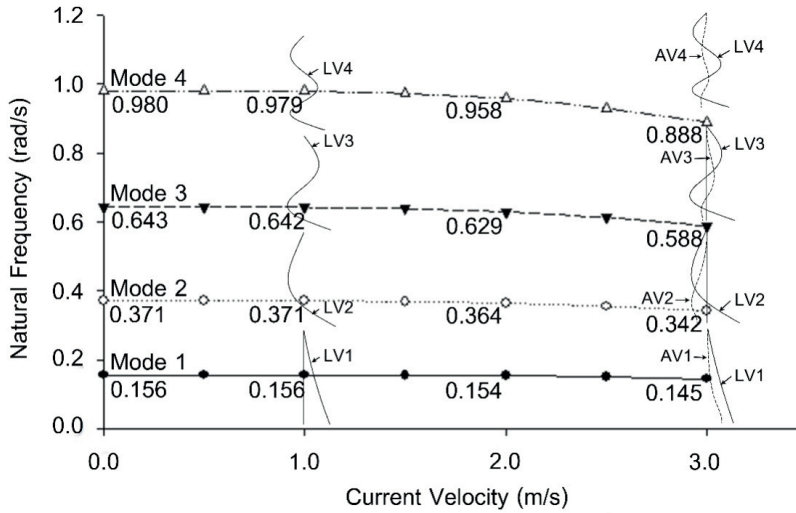
รูปที่ 10 ผลกระทบของระดับความลึกน้ำทะเลต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระตามแนวแกนสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดแน่นที่ปลายบน

5.2 การสั่นอิสระของท่อในสภาวะยึดหมุนที่ปลายบน
จากรูปที่ 11 แสดงผลการศึกษาของความเร็วกระแส

น้ำต่อการสั่นของท่อ จากรูปพบว่าเมื่อความเร็วกระแส น้ำทะเลมีค่าในช่วง 0.0-1.0 เมตรต่อวินาที จะส่งผลให้ท่อสั่นทางด้าน

ข้างเท่านั้น เมื่อกระแสน้ำมีค่าเพิ่มมากขึ้น รูปแบบการสั่นของท่อจะเปลี่ยนเป็นการสั่นแบบคู่ควบที่มีทั้งการสั่นทางด้านข้างและการสั่นตามแนวแกน นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อความเร็ว

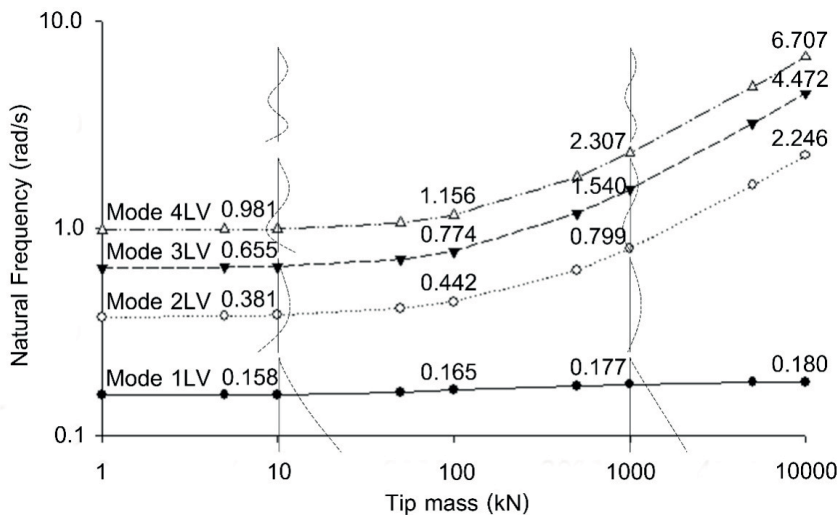
กระแสน้ำมีค่าเพิ่มมากขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติลดลง แต่ไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่น



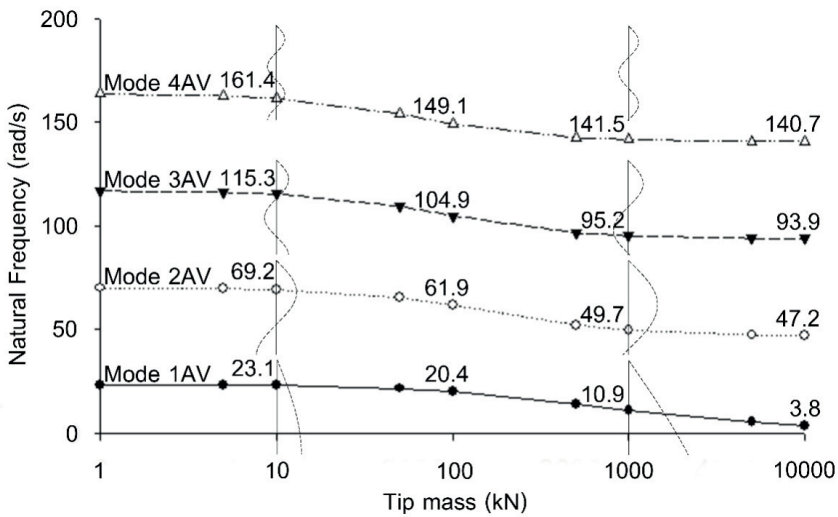
รูปที่ 11 ผลกระทบของค่าความเร็วกระแสน้ำต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระทางด้านข้างสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดหมุนที่ปลายบน

รูปที่ 12 และ รูปที่ 13 แสดงผลการศึกษาของมวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างของท่อ (1-10000 กิโลนิวตัน) ต่อการสั่นอิสระทางด้านข้างและการสั่นอิสระตามแนวแกนตามลำดับจากรูปที่ 12 พบว่าเมื่อมวลวัตถุเพิ่มขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นทางด้านข้างเพิ่มขึ้นซึ่งสังเกตได้ชัดเจนเมื่อท่อสั่น

ด้วยโหมดอันดับสูงในทางตรงกันข้ามเมื่อมวลวัตถุเพิ่มมากขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นตามแนวแกนลดลง ดังแสดงในรูปที่ 13 อย่างไรก็ตามการเพิ่มขึ้นของมวลวัตถุไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่นอิสระของท่อทั้งการสั่นทางด้านข้างและการสั่นตามแนวแกน



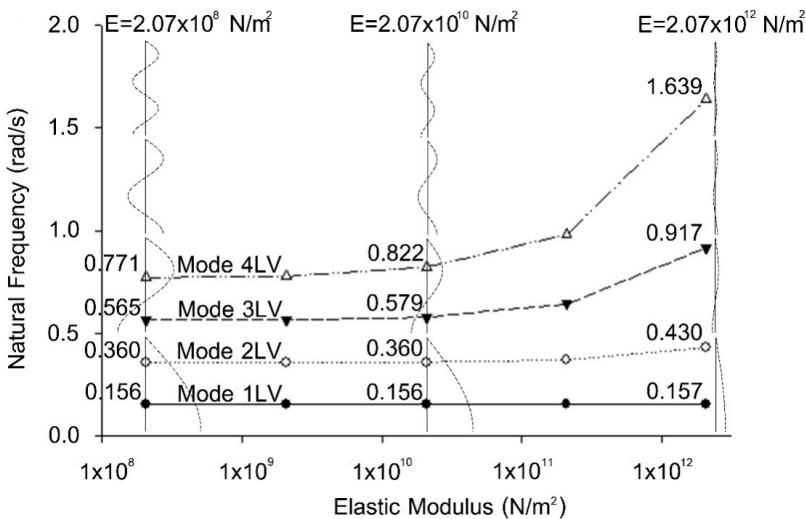
รูปที่ 12 ผลกระทบของมวลของวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระทางด้านข้างสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดหมุนที่ปลายบน



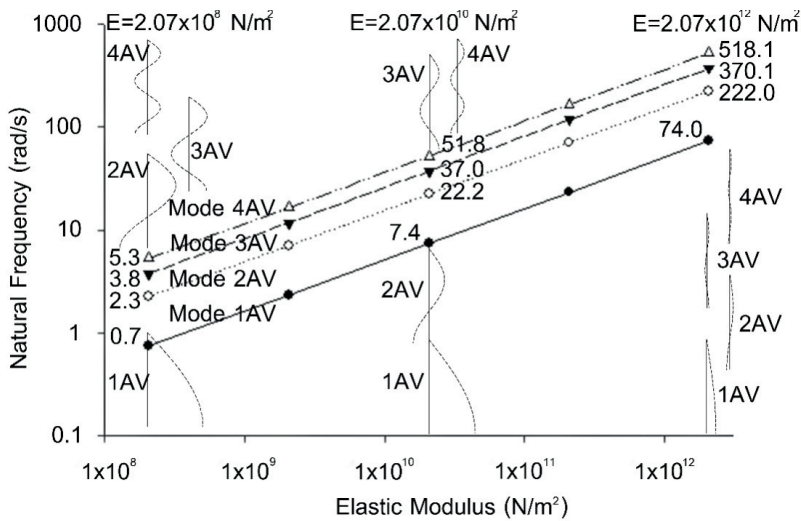
รูปที่ 13 ผลกระทบของมวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระตามแนวแกนสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยืดหยุ่นที่ปลายบน

รูปที่ 14 แสดงผลการศึกษาของโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อต่อการสั่นอิสระ จากรูปแสดงให้เห็นว่าเมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อเพิ่มมากขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติเพิ่มขึ้น ซึ่งสังเกตได้ชัดเจนเมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อมากกว่า 2.07×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร อย่างไรก็ตามค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่นตามแนวแกน

ผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่น จากรูปที่ 15 พบว่าเมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อที่มีค่าเพิ่มมากขึ้นค่าความถี่ธรรมชาติจะเพิ่มขึ้นแบบเป็นเชิงเส้นในทุกๆโหมดการสั่น แต่ไม่ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่นตามแนวแกน



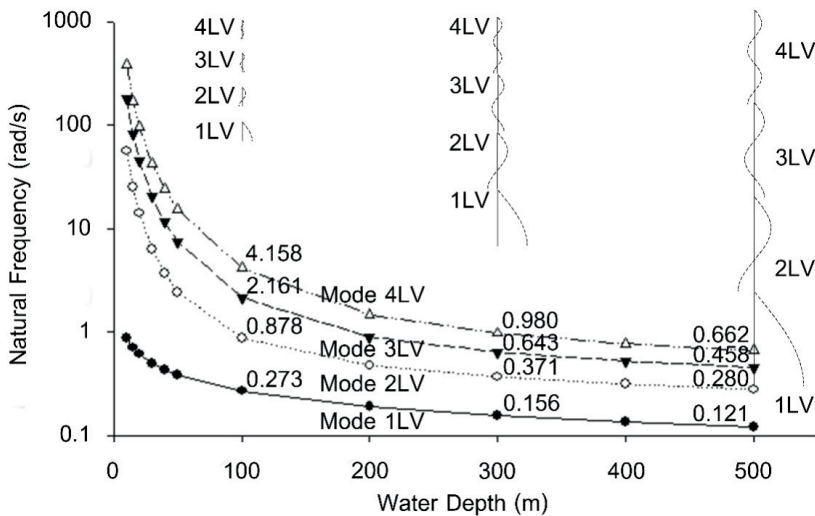
รูปที่ 14 ผลกระทบของค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระทางด้านข้างสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยืดหยุ่นที่ปลายบน



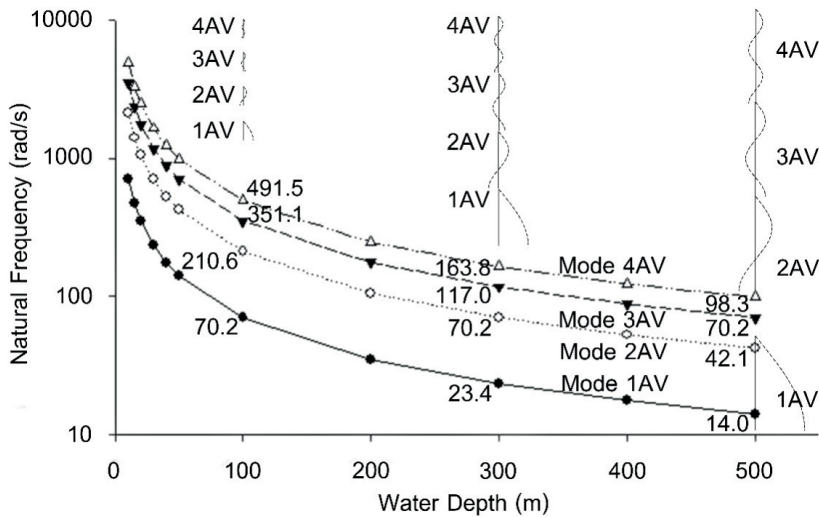
รูปที่ 15 ผลกระทบของค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระตามแนวแกนสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยืดหยุ่นที่ปลายบน

รูปที่ 16 แสดงผลการศึกษาของระดับความลึกน้ำทะเลต่อการสั่นอิสระทางด้านข้างของท่อ จากรูปนี้พบว่าเมื่อระดับความลึกน้ำทะเลเพิ่มมากขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติลดลง โดยค่าความถี่ธรรมชาติจะลดลงมากเมื่อความลึกน้ำทะเลต่ำกว่า 100 เมตร รูปที่ 17 แสดงผลการศึกษาของระดับความลึก

น้ำทะเลต่อการสั่นอิสระตามแนวแกนของท่อ จากรูปพบว่าเมื่อระดับความลึกน้ำทะเลเพิ่มมากขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติลดลงเช่นเดียวกัน อย่างไรก็ตามระดับความลึกน้ำทะเลไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่นอิสระทั้งทางด้านข้างและตามแนวแกน



รูปที่ 16 ผลกระทบของระดับความลึกน้ำทะเลต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระทางด้านข้างสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยืดหยุ่นที่ปลายบน



รูปที่ 17 ผลกระทบของระดับความลึกน้ำทะเลต่อค่าความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระตามแนวแกนสำหรับโหมดการสั่นที่ 1-4 ของท่อลำเลียงของไหลในสภาวะยึดหมุนที่ปลายบน

6. บทสรุป

งานวิจัยนี้นำเสนอการหาค่าตอบเชิงตัวเลขของค่าความถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นอิสระของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเล โดยอาศัยวิธีการแปรผันบนพื้นฐานของหลักการงาน-พลังงานร่วมกับทฤษฎีอีลาสติคคา ผลการศึกษาสามารถสรุปได้ดังนี้ เมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อหรือมวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างมีค่าเพิ่มขึ้นค่าความถี่ธรรมชาติของท่อจากการสั่นทางด้านข้างจะมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่เมื่อความเร็วของกระแสน้ำหรือระดับความลึกน้ำทะเลมีค่าเพิ่มขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของท่อจากการสั่นทางด้านข้างมีค่าลดลง เมื่อค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อมีค่าเพิ่มขึ้นส่งผลทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของท่อจากการสั่นตามแนวแกนมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่ความเร็วของกระแสน้ำ มวลวัตถุที่ติดอยู่ที่ปลายล่างหรือระดับความลึกน้ำทะเลที่เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของท่อจากการสั่นตามแนวแกนลดลง การเปลี่ยนแปลงของค่าความถี่ธรรมชาติในสภาวะยึดแน่นและยึดหมุนที่ปลายบนมีรูปแบบเช่นเดียวกัน แต่ค่าความถี่ธรรมชาติที่เกิดขึ้นในสภาวะยึดแน่นจะมีค่ามากกว่ากรณีที่ปลายบนเป็นแบบยึดหมุน เมื่อความเร็วกระแสน้ำเพิ่มมากขึ้นทำให้เกิดรูปแบบการสั่นคู่ควบที่มีทั้งการสั่นตามแนว

แกนและการสั่นทางด้านข้าง แต่การเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์อื่นๆ ไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสั่น

7. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยจากภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ภายใต้สัญญาเลขที่ CE-KMUTT-FTERO 5803. และทุนวิจัยหมวดเงินอุดหนุน (ว.1) ที่ได้รับการจัดสรรจากรัฐประจําปีงบประมาณ 2557-2558

8. เอกสารอ้างอิง

1. Klaycham, K., Athisakul, C. and Chuchepsakul, S., 2017, "Nonlinear Vibration of Marine Riser with Large Displacement," *Journal of Marine Science and Technology*, 22 (2), pp. 361-375.
2. Chuchepsakul, S., Monprapussorn, T. and Huang, T., 2003, "Large Strain Formulations of Extensible Flexible Marine Pipes Transporting Fluid," *Journal of Fluids and Structures*, 17, pp. 185-224.

3. Kordkheili, S.H., Bahai, H. and Mirtaheeri, M., 2011, "An Updated Lagrangian Finite Element Formulation for Large Displacement Dynamic Analysis of Three-Dimensional Flexible Riser Structures," *Ocean Engineering*, 38, pp. 793-803.
4. Athisakul, C., Monprapussorn, T. and Chucheepsakul, S., 2011, "A Variational Formulation for Three-Dimensional Analysis of Extensible Marine Riser Transporting Fluid," *Ocean Engineering*, 38 (4), pp. 609-620.
5. Aguiar, L., Almeida, C. and Paulino, G., 2015, "Dynamic Analysis of Risers using a Novel Multilayered Pipe Beam Element Model," *Marine Structures*, 44, pp. 211-231.
6. Koh, K.J., Mohd Yassin, A.Y. and Latheef, M., 2018, "On the Buoyancy Load Formulation for Geometrically Nonlinear Analysis of Flexible Marine Risers," *Ocean Engineering*, 157, pp. 313-324.
7. Li, X., Guo, X. and Guo, H., 2018, "Vector Form Intrinsic Finite Element Method for Nonlinear Analysis of Three Dimensional Marine Risers," *Ocean Engineering*, 161, pp. 257-267.
8. Athisakul, C., Phanyasahachart, T., Klaycham, K. and Chucheepsakul, S., 2012, "Static Equilibrium Configurations and Appropriate Applied Top Tension of Extensible Marine Riser with Specified Total Arc-Length Using Finite Element Method," *Engineering Structure*, 34 (0), pp. 271-277.
9. Klaycham, K., Athisakul, C. and Chucheepsakul, S., 2014, "Finite Element Method for Critical Top Tension Analysis of Neutrally Buoyant Riser," *KMUTT Research and Development Journal*, 37 (4), pp. 429-446. (In Thai)
10. Adamiec-Wójcik, I., Brzozowska, L. and Drag, L., 2015, "An Analysis of Dynamics of Risers during Vessel Motion by Means of the Rigid Finite Element Method," *Ocean Engineering*, 106, pp. 102-114.
11. Chai, Y.T., Varyani, K.S. and Barttrop, N.D.P., 2002, "Three-Dimensional Lump-Mass Formulation of a Catenary Riser with Bending, Torsion and Irregular Seabed Interaction Effect," *Ocean Engineering*, 29 (12), pp. 1503-1525.
12. Chatjigeorgiou, I.K., 2010, "Three-Dimensional Nonlinear Dynamics of Submerged, Extensible Catenary Pipes Conveying Fluid and Subjected to End-imposed Excitations," *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 45 (7), pp. 667-680.
13. Chatjigeorgiou, I.K., 2017, "Hydroelastic Response of Marine Risers Subjected to Internal Slug-Flow," *Applied Ocean Research*, 62, pp. 1-17.
14. Monprapussorn, T., Chucheepsakul, S. and Huang, T., 2004, "The Coupled Radial-Axial Deformations Analysis of Flexible Pipes Conveying Fluid," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 59 (11), pp. 1399-1452.
15. Patel, M.H. and Seyed, F.B., 1989, "Internal Flow-Induced Behaviour of Flexible Risers," *Engineering Structures*, 11 (4), pp. 266-280.
16. Monprapussorn, T., Athisakul, C. and Chucheepsakul, S., 2007, "Nonlinear Vibrations of an Extensible Flexible Marine Riser Carrying a Pulsatile Flow," *Journal of Applied Mechanics*, 74 (4), pp. 754-769.
17. Chatjigeorgiou, I.K., 2010b, "On the Effect of Internal Flow on Vibrating Catenary Risers in Three-Dimensions," *Engineering Structures*, 32 (10), pp. 3313-3329.
18. Song, L., Fu, S., Cao, J., Ma, L. and Wu, J., 2016 "An Investigation into the Hydrodynamics of a Flexible Riser Undergoing Vortex-Induced Vibration," *Journal of Fluids and Structures*, 63, pp. 325-350.
19. Ulveseter, J.V., Thorsen, M.J., Sævik, S. and Larsen, C.M., 2018, "Time Domain Simulation of Riser VIV in Current and Irregular Waves," *Marine Structures*, 60, pp. 241-260.

20. Fan, H., Li, C., Wang, Z., Xu, L., Wang, Y. and Feng, X., 2017. "Dynamic Analysis of a Hang-off Drilling Riser Considering Internal Solitary Wave and Vessel Motion," *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 37, pp. 512-522.
21. Kuiper, G.L. and Metrikine, A.V., 2005, "Dynamic Stability of a Submerged, Free-hanging Riser Conveying Fluid," *Journal of Sound and Vibration*, 280, pp. 1051-1065.
22. Suzuki, H., Nam, D., Usami, A., Yoshida, K., Murai, M. and Ishida, S., 1993, "Basic Research on the Automatic Reentry of Deepwater Riser by Active Control," *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 174, pp. 865-874.
23. Suzuki, H., Yoshida, K., Ishida, S. and Nam, D., 1994, "Active Control of Riser Deformation and Vessel Motion for Automatic Entry/Reentry System," *Proceedings of the 4th International Offshore and Polar Engineering Conference*, Osaka, Japan, 11, pp. 216-223.
24. Ambrose, B.D., Grealish, F. and Whooley, K., 2001, Soft Hang-off Method for Drilling Risers in Ultra Deepwater, OTC-13186-MS.
25. Bybee, K., 2002, Soft-hangoff Method for Drilling Risers in Ultradeep Water, SPE-0202-0043-JPT.
26. Wang, Y., Gao, D. and Fang, J., 2014, "Static Analysis of Deep-Water Marine Riser Subjected to Both Axial and Lateral Forces in its Installation," *Journal of Natural Gas Science Engineering*, 19, pp. 84-90.
27. Sparks, C.P., 2007, Fundamentals of Marine Riser Mechanics: Basic Principles and Simplified Analyses, PennWell, Oklahoma, 339 p.
28. Wang, Y., Gao, D. and Fang, J., 2015, "Study on Lateral Vibration Analysis of Marine Riser in Installation-via Variational Approach," *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 22, pp. 523-529.
29. Jung, D.H., Park, H.I., Koterayama, W. and Kim, H.J., 2005, "Vibration of Highly Flexible Free Hanging Pipe in Clam Water," *Ocean Engineering*, 32, pp. 1726-1739.
30. Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnson, J.W. and Schaaf, S. A., 1950, "The Force Exerted by Surface Waves on Piles," *Petroleum Transactions, American Institute of Mining Engineering*, 189, pp. 149-154.
31. Patel, M.H. and Jesudasan, A.S., 1987, "Theory and Model Tests for the Dynamic Response of Free Hanging Risers," *Journal of Sound Vibration*, 112 (1), pp. 149-166.
32. Xu, X.S. and Wang, S.W., 2012, "A Flexible-segment-model-based Dynamic Calculation Method for Free Hanging Marine Risers in Re-entry," *China Ocean Engineering*, 26, pp. 139-152.
33. Wei, D., Feng, G. and Yong, B., 2009, "FEM Analysis of Deepwater Drilling Risers under the Operability and Hang-off Working Conditions," *The Journal of Marine Science and Application*, 8, pp. 156-162.
34. American Petroleum Institute, 1993, API RP 16Q Recommended Practice for Design, Selection, Operation and Maintenance of Marine Drilling Riser System [S], API Publishing Services, Washington, D.C.
35. Wang, J., Xiang, S., Fu, S., Cao, P., Yang, J. and He, J., 2016, "Experimental Investigation on the Dynamic Responses of a Free-Hanging Water Intake Riser under Vessel Motion," *Marine Structures*, 50, pp. 1-19.
36. Kuiper, G.L. and Metrikine, A.V., 2008, "Experimental Investigation of Dynamic Stability of a Cantilever Pipe Aspirating," *Journal of Sound and Vibration*, 24, pp. 541-558.
37. Ohtsubo, K., Senga, H., Manabe, T., Koterayama, W. and Kajiwara, H., 2005, "Experimental Study on Reentry Operation of a Flexible Marine Riser by Gain-

scheduled Control,” *Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers*, 2, pp. 49-55.

38. Ioki, T., Ohtsubo, K., Kajiwara, H., Koterayama, W. and Nakamura, M., 2006, “On Vibration Control of Flexible Pipes in Ocean Drilling System,” *Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference*, San Francisco, USA, pp. 26–30.

39. Xu, X.S, Koterayama, W. and Nakamura M., 2007, “A Development of Image Analysis Scheme for the Control of the Riser End,” *Proceedings of the 17th International Offshore Polar and Engineering Conference*, Lisbon, Portugal.

40. Kajiwara H. and Noridomi K., 2009, “Reentry Control System Design for a Riser Pipe Experimental Model under Steady Current,” *Proceedings of the ICCAS-SICE International Joint Conference*, Fukuoka, Japan.

41. Mahasuwanchai, P., 2015, Large Deflections of Cantilever Beam made of Generalized Ludwick Material, Master of Engineering Thesis, King Mongkut’s University of Technology Thonburi, Bangkok, 197 p. (In Thai)

42. Mahasuwanchai, P., Athisakul, C. and Chucheeepsakul, S., 2016, “Effect of Material Nonlinearity on the Large Deflections of Cantilever Beam made of Generalized Ludwick Material Subjected to Tension from a Guyed Cable,” *KMUTT Research and Development Journal*, 39, pp. 511-531. (In Thai)

43. Craig, R.R. and Kurdila, A.J., 2006, *Fundamentals of Structural Dynamic*, John Wiley and Sons, New Jersey, pp. 1-728.

