การปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นในประเทศไทยโดยลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นสำหรับการหาความสูงของภูมิประเทศ

เขตโสภณ ภิญโญ[1*]
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ต.สุเทพ อ.เมือง จ.เชียงใหม่ 50200
และ พุทธิพล ดำรงชัย[2]
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ต.สุเทพ อ.เมือง จ.เชียงใหม่ 50200

** Corresponding Author: khetsophon_phinyo@cmu.ac.th*
[1] นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์
[2] รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

ข้อมูลบทความ

ประวัติบทความ :
รับเพื่อพิจารณา : 12 มกราคม 2564
แก้ไข : 5 กรกฎาคม 2564
ตอบรับ : 23 กรกฎาคม 2564
DOI : 10.14456/kmuttrd.2021.8

คำสำคัญ :
ยีออยด์ / ลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น / EGM2008 / THAI17G / การเดินระดับ

บทคัดย่อ

ปัญหาความไม่สอดคล้องกันระหว่างผิวยีออยด์จากแบบจำลอง THAI17G และผิวระดับทะเลปานกลางอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักทำให้แบบจำลอง THAI17G ยังคงมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในการหาค่าระดับร่วมกับเทคโนโลยี GNSS งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นของประเทศไทยให้มีความถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้น โดยใช้วิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น ซึ่งในการคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์ด้วยวิธีดังกล่าว จะนำแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพของประเทศไทยที่มีชื่อว่า THAI17G ผนวกเข้ากับข้อมูลหมุดร่วม GNSS ที่มีการอ้างอิงความสูงกับโครงข่ายหมุดหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักที่จัดทำโดยกรมแผนที่ทหารที่กระจายตัวอยู่ทั่วประเทศไทยจำนวน 400 หมุด โดยแบ่งเป็นใช้สำหรับการคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์จำนวน 300 หมุด เพื่อหาผิวปรับแก้หรือผิวปรับเปลี่ยน และนำผิวปรับแก้นั้นปรับปรุงแบบจำลองให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น จากนั้นทดสอบความสูงยีออยด์จากแบบจำลองกับความสูงยีออยด์ที่ได้จากหมุดร่วมที่เหลือจำนวน 100 หมุด และเปรียบเทียบกับแบบจำลองยีออยด์ด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียลและแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 ผลจากการศึกษา แสดงให้เห็นว่า การนำข้อมูลจากหมุดร่วมมาผนวกเข้ากับแบบจำลองยีออยด์ความโน้มถ่วงพิภพโดยใช้วิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นสามารถปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ให้มีความถูกต้องแม่นยำมากที่สุด โดยแบบจำลองที่ได้รับการพัฒนามีความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ ±4.2 เซนติเมตร คิดเป็นการปรับปรุงความถูกต้องเท่ากับ 33 เปอร์เซ็นต์

Improvement of Local Geoid Model in Thailand Using Least Square Collocation for Topographic Height Determination

Khetsophon Phinyo[1*]
Chiang Mai University, Suthep, Mueang Chiang Mai, Chiang Mai 50200
and Puttipol Dumrongchai[2]
Chiang Mai University, Suthep, Mueang Chiang Mai, Chiang Mai 50200

* *Corresponding Author: khetsophon_phinyo@cmu.ac.th*
[1] *Master Student, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.*
[2] *Associate Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering.*

Article Info

Article History:
Received: January 12, 2021
Revised: July 5, 2021
Accepted: July 23, 2021
DOI : 10.14456/kmuttrd.2021.8

Keywords:
Geoid /
Least Squares Collocation /
EGM2008 / THAI17G /
Leveling

Abstract

Inconsistency between THAI17G and Ko Lak 1915 deteriorates the accuracy of height determination using THAI17G and GNSS survey. This research therefore aimed to improve a local geoid model in Thailand by using least-squares collocation. The model was computed by integrating the local gravimetric geoid model, THAI17G, and GNSS/leveling co-points of the Royal Thai Survey Department, which refers to the Ko Lak national vertical datum. Four hundred co-points were divided into 300 points to calculate conversion or correction surface between THAI17G and Ko Lak vertical datum and 100 points for geoid accuracy testing. The improved geoid model was obtained by adding the conversion surface to THAI17G and then compared with the geoid model using the polynomial equation method and EGM2008. The results showed that the geoid model obtained via the least-squares collocation method can best improve the geoid heights' accuracy. The model exhibits a standard deviation of ± 4.2 cm, representing 33 percent improved accuracy.

1. บทนำ

ในอดีตที่ผ่านมาในการหาค่าระดับหรือความสูงเหนือระดับทะเลปานกลางโดยใช้แบบจำลองยีออยด์ร่วมกับเทคโนโลยีระบบดาวเทียมกำหนดตำแหน่งบนพื้นโลก (Global Navigation Satellite System หรือ GNSS) ประเทศไทยใช้แบบจำลองยีออยด์สากลที่มีชื่อว่า Earth Gravity Model of 2008 หรือ EGM2008 [1] แต่เนื่องจากค่าระดับที่ได้ด้วยวิธีการนี้มีความคลาดเคลื่อนสูงอยู่ในระดับเดซิเมตร [1-2] ทำให้ไม่สามารถที่จะนำค่าระดับมาใช้ในงานทางวิศวกรรม หรืองานทำแผนที่ที่ต้องการความถูกต้องของความสูงได้

ต่อมาใน พ.ศ. 2560 กรมแผนที่ทหารและมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ได้ร่วมกันพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นชนิดความโน้มถ่วงพิภพบริเวณประเทศไทย ซึ่งเป็นผิวระดับอ้างอิงความสูงของภูมิประเทศที่ได้จากการรังวัดความโน้มถ่วงพิภพทางภาคพื้นดิน (terrestrial gravimetry) และการรังวัดความโน้มถ่วงพิภพทางอากาศ (airborne gravimetry) ทำให้ได้แบบจำลองความโน้มถ่วงพิภพที่ผิวยีออยด์มีความถูกต้องสูงที่มีชื่อว่า THAI17G [2] ซึ่งการนำเอาแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทยเพื่อเป็นผิวระดับอ้างอิงความสูงของภูมิประเทศ และค่าความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง WGS84 (World Geodetic System 1984) ที่ได้จากการรังวัดด้วยดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลก (GNSS survey) โดยใช้ความสัมพันธ์ของผิวโลกจริง ผิวยีออยด์ และผิวทรงรีอ้างอิง จะทำให้สามารถหาความสูงออร์โท-เมตริก (orthometric height) หรือค่าระดับความสูงของภูมิประเทศได้ ซึ่งการหาค่าระดับความสูงด้วยวิธีการนี้ ความสูงของภูมิประเทศที่ได้จะมีความถูกต้องอยู่ในระดับเซนติเมตร อย่างไรก็ตามแบบจำลองยีออยด์ THAI17G ยังคงมีความคลาดเคลื่อนอยู่ สาเหตุหนึ่งเนื่องมาจากความไม่สอดคล้องกันระหว่างผิวยีออยด์จากแบบจำลองและระดับทะเลปานกลางอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลัก

ดังนั้นงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นของประเทศไทยให้มีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น โดยใช้วิธีการปรับแก้แบบลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น (least-squares collocation) ซึ่งเป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับการรวมข้อมูลสองประเภทที่มีคุณสมบัติทางสถิติที่แตกต่างกันนำมาผนวกเข้าด้วยกันได้อย่างเหมาะสม โดยนำข้อมูลค่าพิกัดทางราบและทางดิ่งจากหมุดร่วมดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลกและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักที่กระจายครอบคลุมทั่วประเทศไทยที่จัดทำโดยกรมแผนที่ทหารและข้อมูลแบบจำลองยีออยด์ THAI17G ที่จัดทำโดยมหาวิทยาลัยเชียงใหม่และกรมแผนที่ทหาร ซึ่งจะทำให้ได้แบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นในประเทศไทยที่มีความถูกต้องมากขึ้น และสามารถนำไปใช้ในการหาค่าระดับความสูงของภูมิประเทศร่วมกับเทคโนโลยีระบบดาวเทียมกำหนดตำแหน่งบนพื้นโลก ซึ่งสามารถทดแทนการหาค่าระดับด้วยกล้องระดับได้

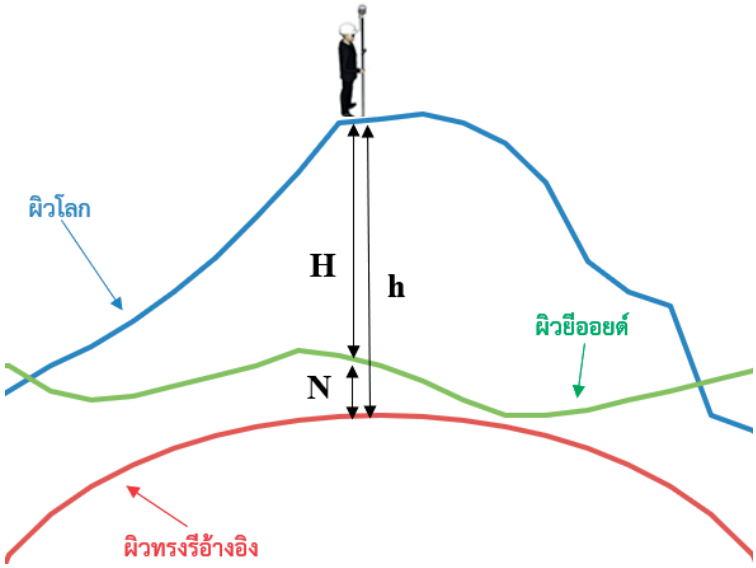
2. ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

2.1 ความสูงยีออยด์

ความสูงยีออยด์เป็นความสูงที่เกิดจากความสัมพันธ์ร่วมระหว่างผิวโลกจริงหรือพื้นผิวภูมิประเทศ ผิวยีออยด์ และผิวทรงรีอ้างอิง ซึ่งความสูงยีออยด์จะเป็นความสูงที่อยู่ระหว่างผิวยีออยด์กับผิวทรงรีอ้างอิง ดังแสดงในรูปที่ 1 สามารถใช้ความสัมพันธ์นี้ในการหาความสูงที่อ้างอิงจากผิวต่างๆ ได้ดังสมการที่ (1)

$$H = h - N \quad (1)$$

โดยที่ h คือ ความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง (ellipsoidal height), H คือ ความสูงออร์โทเมตริก (orthometric height) และ N คือ ความสูงยีออยด์ (geoid height หรือ geoid undulation)



รูปที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงออร์โทเมตริก ความสูงเหนือทรงรี และความสูงยีออยด์

2.2 การคำนวณหายีออยด์โดยใช้สมการพอลิโนเมียล

การคำนวณหาผิวยีออยด์โดยใช้สมการพอลิโนเมียลเป็นวิธีการทางเรขาคณิต (geometric method) วิธีหนึ่ง [3-4] ซึ่งเป็นวิธีการที่กล่าวถึงการนำเอาความสูงยีออยด์ที่มีหรือทราบอยู่ก่อนแล้ว เช่น ความสูงยีออยด์ที่หมุดร่วม (GNSS/leveling) ที่มีการอ้างอิงความสูงกับโครงข่ายหมุดหลักฐานแห่งชาติ ซึ่งหมุดร่วมนี้จะทราบทั้งความสูงออร์โทเมตริก หรือที่ใช้เรียกว่าค่าระดับความสูงจากระดับทะเลปานกลาง และความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง WGS84 ซึ่งได้จากเครื่องรับสัญญาณ GNSS ทำให้ทราบค่าความสูงยีออยด์ โดยอาศัยความสัมพันธ์จากสมการที่ (1) จากนั้นจึงนำค่าความสูงยีออยด์มาทำการประมาณค่าโดยใช้สมการพอลิโนเมียล [3] ดังแสดงในสมการที่ (2) และทำการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ถึงดีกรีที่เหมาะสม n โดยการปรับแก้แบบลีสท์สแควร์หรือกำลังสองน้อยที่สุด หลังจากนั้นจึงแทนค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ลงในสมการที่ (2) ดังนั้นความสูงยีออยด์ ณ ตำแหน่งที่ต้องการทราบค่า สามารถคำนวณได้จากค่าพิกัด (x,y)

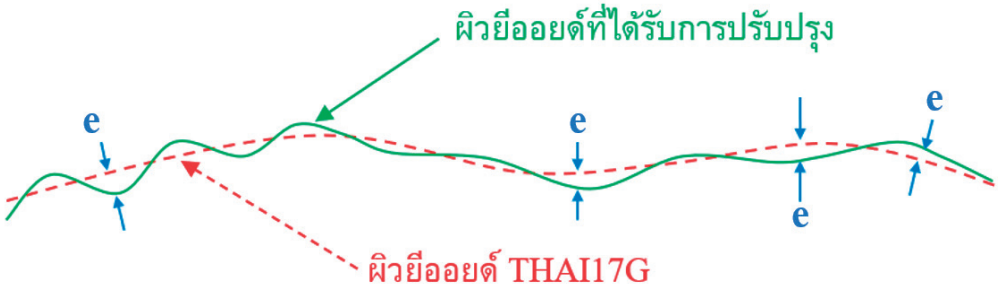
$$N(x,y) = \sum_{k=0}^{n} \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^{k} a_{ij} x^i y^i \qquad (2)$$

โดยที่ N(x,y) คือ ความสูงยีออยด์ที่ตำแหน่งพิกัด (x,y), a_{ij} คือ พารามิเตอร์ที่ต้องการทราบค่า, X คือ ตำแหน่งตามแนวตะวันออก-ตะวันตก, และ Y คือ ตำแหน่งตามแนวเหนือ-ใต้ และ n คือ ดีกรีของพอลิโนเมียล

2.3 การคำนวณหายีออยด์โดยวิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น

การคำนวณหายีออยด์โดยวิธีการปรับแก้แบบลีสท์-สแควร์คอลโลเคชั่น [2,5,6,7] เป็นวิธีการที่นำหลักการเชิงสถิติเข้ามาประยุกต์ใช้กับข้อมูลต่างประเภทที่มีธรรมชาติเชิงสถิติต่างกันผนวกเข้าด้วยกันอย่างเหมาะสมภายใต้สหสัมพันธ์ (correlation) ระหว่างข้อมูลที่ระยะทางต่างๆ โดยทำการประมาณค่าความสูงยีออยด์จากข้อมูลหมุดร่วมที่ทราบทั้งค่าระดับและความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง ซึ่งมีความสัมพันธ์เชิงสถิติระหว่างตำแหน่งที่ต้องการประมาณค่าความสูงยีออยด์และตำแหน่งที่ทราบค่าความสูงยีออยด์ ดังสมการที่ (3) เรียกว่าสมการผิวปรับเปลี่ยนหรือผิวปรับแก้ (conversion or correction surface) [2] และทำให้ได้ผิวยีออยด์ที่ได้รับการปรับปรุง ดังแสดงในรูปที่ 2

$$e = (h_{WGS84} - H_{Kolak}) - N_{THAI7G} \qquad (3)$$



รูปที่ 2 ผิวยีอยด์ที่ได้รับการปรับปรุง (เส้นทึบ) และผิวยีอยด์ THAI17G (เส้นประ)

การแสดงความสัมพันธ์ของค่าเศษเหลือ e ในรูปแบบของแบบจำลองเวกเตอร์ค่าสังเกตของข้อมูลทั้งหมดเขียนเป็นสัญลักษณ์ l พร้อมด้วยเวกเตอร์ของค่าแก้ คือ s และ n คือ เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random error) [7] ดังสมการที่ (4)

$$l = \mathrm{s} + \mathrm{n} \tag{4}$$

โดยที่

$$\tilde{\mathrm{s}} = C_{\hat{s}t}\,[\,C_{tt} + C_{nn}\,]^{-1}\,l \tag{5}$$

ซึ่ง $\tilde{\mathrm{s}}$ คือ เวกเตอร์ประมาณของเวกเตอร์ค่าแก้ s ที่ประมาณได้ที่ตำแหน่ง p_i ที่ต้องการคำนวณหาความสูงยีอยด์จากค่าเศษเหลือ $\mathrm{e}(q_j)$ ที่ตำแหน่ง q_j โดยที่ $i = 1, 2, 3, \ldots, P$ และ $j = 1, 2, 3, \ldots, Q$

$$l = \begin{bmatrix} \mathrm{e}(q_1) \\ \mathrm{e}(q_2) \\ \vdots \\ \mathrm{e}(q_Q) \end{bmatrix} \tag{6}$$

ส่วน C_{st} และ C_{tt} คือ เมตริกความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ระหว่างค่าแก้และค่าสังเกต และระหว่างค่าสังเกตด้วยกัน ตามลำดับ โดยมีฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม C_{st} (.) และ C_{tt} (.) เป็นองค์ประกอบหรืออีเลเมนท์ของ C_{st} และ C_{tt} ดังสมการที่ (7) และ (8) ตามลำดับ ซึ่งคำนวณมาจากการเลือกใช้แบบจำลองเกาส์โควาเรียนในการประมาณฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (empirical covariance function) ของค่าสังเกต

$$C_{\hat{s}t} = \begin{bmatrix} C_{\hat{s}t}(p_1,q_1) & C_{\hat{s}t}(p_1,q_2) & \cdots & C_{\hat{s}t}(p_1,q_Q) \\ C_{\hat{s}t}(p_2,q_1) & C_{\hat{s}t}(p_2,q_2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ C_{\hat{s}t}(p_p,q_1) & \cdots & \cdots & C_{\hat{s}t}(p_p,q_Q) \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$C_{tt} = \begin{bmatrix} C_{tt}(q_1,q_1) & C_{tt}(q_1,q_2) & \cdots & C_{tt}(q_1,q_Q) \\ C_{tt}(q_2,q_1) & C_{tt}(q_2,q_2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ C_{tt}(q_Q,q_1) & \cdots & \cdots & C_{tt}(q_Q,q_Q) \end{bmatrix} \tag{8}$$

ส่วน C_{nn} คือ เมตริกความแปรปรวนร่วมระหว่างความคลาดเคลื่อนสุ่มด้วยกันเอง ในการศึกษานี้จะสมมติว่าเกิดจากความคลาดเคลื่อนของปริมาณค่าสังเกตที่มีการวัดที่อิสระต่อกัน ดังนั้นจึงสมมติว่าอีเลเมนท์ที่ตำแหน่งต่างกันนอกแนวทแยง (off-diagonal elements) ไม่มีสหสัมพันธ์ซึ่งกันตามแนวทแยง ดังนั้นเขียนได้ดังสมการที่ (9)

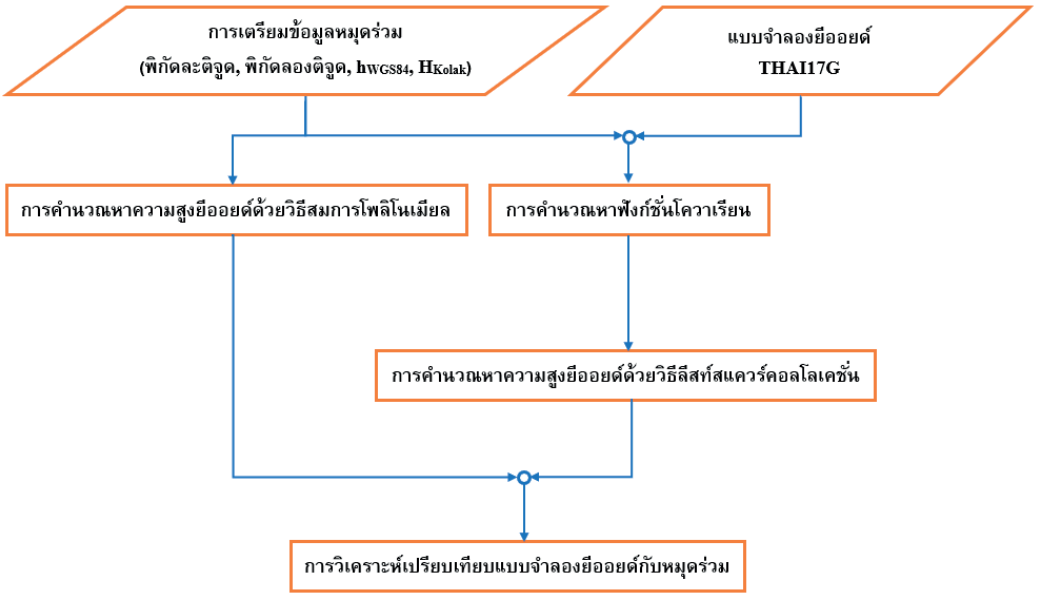
$$C_{nn} = \sigma_n^2\,\mathrm{I} \tag{9}$$

โดยที่ σ_n^2 คือ ค่าความแปรปรวนร่วมของค่าสังเกตุ และ I คือ เมตริกเอกลักษณ์ (identity matrix) ที่มีขนาด QxQ

3. วิธีการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการพัฒนาปรับปรุงแบบจำลองยีอยด์ท้องถิ่นบริเวณประเทศไทย โดยการคำนวณหาแบบจำลองยีอยด์ทั้งหมด 2 วิธี ได้แก่ การคำนวณหาแบบจำลองยีอยด์ด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียล และการคำนวณหาแบบจำลอง

ยีออยด์ด้วยวิธีการปรับแก้แบบลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น โดยใช้ข้อมูลหมุดโครงข่ายทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักที่จัดทำโดยกรมแผนที่ทหารที่กระจายตัวอยู่ทั่วประเทศไทย และแบบจำลองยีออยด์ THAI17G [2] โดยมีขั้นตอนวิธีการวิจัยดังแสดงในรูปที่ 3 ซึ่งสามารถอธิบายวิธีการวิจัยในขั้นตอนต่างๆ ได้ดังหัวข้อต่อไปนี้



รูปที่ 3 แผนผังประกอบแสดงวิธีวิจัย

3.1 การเตรียมข้อมูลการคำนวณ

นำข้อมูลหมุดร่วมที่มีทั้งข้อมูลความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง WGS84 และค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักของกรมแผนที่ทหารซึ่งกระจายอยู่ทั่วประเทศไทย โดยหมุดควบคุมที่ใช้อยู่ในเกณฑ์ไม่ต่ำกว่ามาตรฐานงานระดับชั้น 3 จำนวน 400 หมุด โดยใช้สำหรับการคำนวณแบบจำลองยีออยด์ 300 หมุด และ 100 หมุด สำหรับใช้ทดสอบแบบจำลองยีออยด์ที่ได้จากการคำนวณ โดยงานวิจัยนี้ได้ตั้งสมมติฐานว่าหมุดร่วมทดสอบจำนวน 100 หมุด มีความสูงยีออยด์ที่ถูกต้องที่สุด เนื่องจากหมุดร่วมเหล่านี้เป็นหมุดหลักฐานโครงข่ายทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักมาตรฐานงานระดับชั้นที่ 1 (the first-order leveling) ตามข้อกำหนดของ FGCC1984 [9]

3.2 การคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์

3.2.1 คำนวณหาแบบจำลองความสูงยีออยด์ด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียล

วิธีการนี้จะใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของสมการพอลิโนเมียล โดยใช้ค่าพิกัดละติจูด ค่าพิกัดลองจิจูด และค่าพิกัดทางดิ่งที่มีทั้งค่าความสูงเหนือทรงรีอ้างอิง WGS84 และค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักของกรมแผนที่ทหาร โดยเบื้องต้นในงานวิจัยนี้ได้คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 1, 2, 3, และ 4 ตามลำดับ โดยสามารถเขียนสมการในการคำนวณพอลิโนเมียลดีกรีต่างๆ ได้ดังแสดงในตารางที่ 1 ส่วนสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่สูงขึ้นจะต้องมีการศึกษาต่อไปในอนาคตจึงจะไม่ขอกล่าวในงานวิจัยในครั้งนี้

ตารางที่ 1 แสดงสมการในการคำนวณของสมการพอลิโนเมียลดีกรีต่างๆ

Polynomial	สมการในการคำนวณ
1^{st}	$N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x$
2^{nd}	$N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2$
3^{rd}	$N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{03}y^3 + a_{12}xy^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3$
4^{th}	$N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{03}y^3 + a_{12}xy^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3 + a_{04}y^4 + a_{13}xy^3 + a_{22}x^2y^2 + a_{31}x^3y + a_{40}x^4$

3.2.2 คำนวณหาแบบจำลองความสูงยีออยด์ด้วยวิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น

ฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วมของ C_{st} และ C_{tt} ในสมการที่ (7) และ (8) คำนวณมาจากการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดจากแบบจำลองฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วมแบบที่ I, II, และ III ตามลำดับ ดังแสดงในตารางที่ 2 หลังจากนั้นนำความแปรปรวน C_{st} และ C_{tt} แทนในสมการที่ (5) เพื่อให้ได้ผิวปรับเปลี่ยนหรือผิวปรับแก้และนำค่าผิวปรับเปลี่ยนมาลบออกจากแบบจำลองยีออยด์ THAI17G จะทำให้ได้แบบจำลองยีออยด์ที่ได้รับการปรับปรุง ซึ่งวิธีการนี้จำเป็นต้องขจัดค่าความคลาดเคลื่อนแบบมีระบบของค่าเศษเหลือ เช่นค่าเบี่ยงเบน (bias) ออกก่อนคำนวณเพื่อให้เข้าเงื่อนไขของการคำนวณแบบลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น

3.2.3 คำนวณหาฟังก์ชั่นโควาเรียน

เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม (covariance function) จากข้อมูลหมุดร่วมจำนวน 300 หมุด และแบบจำลองยีออยด์ THAI17G โดยการศึกษาในครั้งนี้ได้เลือกใช้แบบจำลอง 3 ชนิด ได้แก่ Gaussian (exponential) covariance function, Gaussian (2-exponential) covariance function และ the 2nd order covariance function [2,6,8]

ในการประมาณฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน (empirical covariance function) ของค่าเศษเหลือ ซึ่งจะเรียกแบบจำลองฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วมทั้ง 3 ชนิด ว่าแบบจำลองที่ I, II, และ III ตามลำดับ ดังแสดงในตารางที่ 2 โดยการคำนวณจะใช้วิธีทดลองสุ่มค่า ในการหาค่าสัมประสิทธิ์แต่ละครั้งเพื่อหาแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดที่จะนำไปใช้ในการหาผิวปรับแก้

ตารางที่ 2 ฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม (covariance function)

Model	**Covariance function**
I	Gaussian (exponential) covariance function $C(s) = C_0 \exp(-\frac{S}{L})$
II	Gaussian (2-exponential) covariance function $C(s) = C_0 \exp(-\frac{S^2}{L^2})$
III	the 2^{nd} order Markov covariance function $C(s)=C_0(1+\frac{S}{\alpha})\exp(-\frac{S}{\alpha})$

3.3 การวิเคราะห์เปรียบเทียบแบบจำลองยีอ็อยด์กับหมุดร่วม

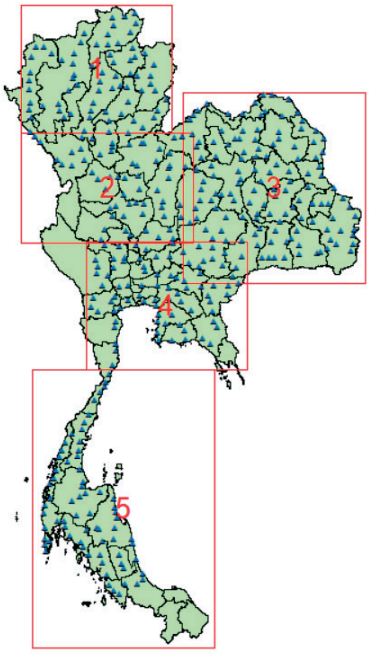
ทำการเปรียบเทียบความสูงยีอ็อยด์ที่ได้จากการคำนวณทั้ง 2 วิธีกับความสูงยีอ็อยด์ที่ได้มาจากหมุดร่วมที่มีค่าความสูงเหนือทรงรีและค่าระดับอ้างอิงพื้นหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักของกรมแผนที่ทหาร โดยใช้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นตัวบ่งชี้ถึงผลที่ได้จากการเปรียบเทียบความสูงยีอ็อยด์เพื่อหาแบบจำลองที่เหมาะสมกับพื้นที่ที่ทำการศึกษา และนำแบบจำลองยีอ็อยด์ที่ดีที่สุดจากการคำนวณเปรียบเทียบกับแบบจำลองยีอ็อยด์ THAI17G เพื่อหาค่าอัตราร้อยละของการพัฒนาของแบบจำลองยีอ็อยด์ที่ได้รับการปรับปรุง

4. ผลการวิจัย

ในการวิเคราะห์แบบจำลองยีอ็อยด์ที่ได้รับการปรับปรุง ผู้วิจัยได้เลือกพื้นที่ที่ทำการวิจัยอยู่ในบริเวณประเทศไทย โดยมีลักษณะภูมิประเทศที่แตกต่างกัน ซึ่งแต่ละพื้นที่ที่ศึกษามีอิทธิพลต่อความถูกต้องของแบบจำลองยีอ็อยด์ที่ได้รับการปรับปรุงในแต่ละวิธีการคำนวณ ผู้วิจัยจึงได้แบ่งพื้นที่ที่ทำการศึกษาออกเป็น 5 พื้นที่ ดังแสดงในรูปที่ 4 โดยแต่ละพื้นที่มีรายละเอียดดังนี้ (1) พื้นที่ศึกษาอยู่ในภาคเหนือที่มีเทือกเขาน้อยใหญ่สลับซับซ้อน มีความแตกต่างของระดับความสูงที่มากและมีหมุดร่วมในพื้นที่ศึกษาจำนวน 68 หมุด, (2) พื้นที่ศึกษาอยู่ในภาคเหนือตอนล่างที่มีทิวเขาเป็นสันยาวต่อเนื่อง ภาคกลางตอนบนที่เป็นพื้นที่ราบลุ่ม และมีหมุดร่วมในพื้นที่ศึกษาจำนวน 60 หมุด, (3) พื้นที่ศึกษาอยู่ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือที่เป็นพื้นที่ราบสูง มีบางส่วนของพื้นที่เป็นเทือกเขา โดยมีความแตกต่างของระดับความสูงปานกลาง และมีหมุดร่วมในพื้นที่ศึกษาจำนวน 126 หมุด, (4) พื้นที่ศึกษาอยู่ในภาคกลางที่เป็นพื้นที่ราบลุ่ม ภาคตะวันตกเป็นภูเขาสลับกับหุบเขาที่ค่อนข้างชันและแคบ ภาคตะวันออกที่เป็นพื้นที่ราบสูงสลับกับภูเขาที่มีความสูงน้อย และมีหมุดร่วมในพื้นที่ศึกษาจำนวน 79 หมุด, (5) พื้นที่ศึกษาอยู่ในภาคใต้ที่พื้นที่ส่วนใหญ่เป็นที่ราบ และมีบางส่วนของพื้นที่เป็นเทือกเขา มีลักษณะที่แคบในทิศตะวันออก-ตกส่วนในแนวเหนือ-ใต้ มีลักษณะที่ยาว และมีหมุดร่วมในพื้นที่ศึกษาจำนวน 67 หมุด

4.1 ผลการคำนวณหาแบบจำลองความสูงยีอ็อยด์ด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียล

ผู้วิจัยได้คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 1,2,3 และ 4 ตามลำดับ โดยการปรับแก้แบบลีสท์-



รูปที่ 4 แสดงพื้นที่ที่ทำการวิจัยในบริเวณประเทศไทยและหมุดร่วมของกรมแผนที่

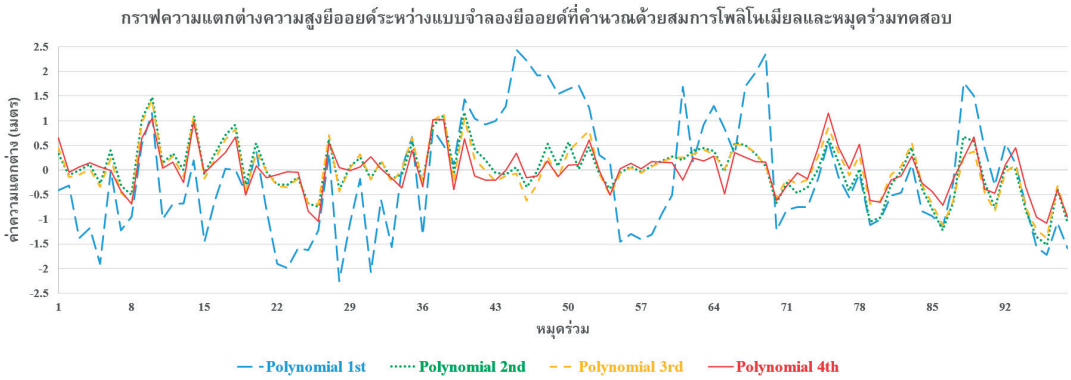
สแควร์ และนำค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการปรับแก้ของสมการแทนกลับไปยังสมการที่ (2) เพื่อให้ได้แบบจำลองยีออยด์ที่คำนวณด้วยสมการพอลิโนเมียล หลังจากนั้นผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบค่าความสูงยีออยด์ที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการพอลิโนเมียลกับความสูงยีออยด์ที่ได้จากหมุดร่วม โดยใช้หมุดร่วมมาทดสอบจำนวน 100 หมุด โดยค่าต่างทางสถิติจะพิจารณาที่ความเชื่อมั่นที่ 95% เนื่องจากเป็นระดับความเชื่อมั่นที่เหมาะสมกับข้อมูลที่ทำการศึกษา และเพื่อขจัดผลลัพธ์ความต่างที่มีขนาดใหญ่ของข้อมูลออกไป ผลจากการเปรียบเทียบค่าความแตกต่างความสูงยีออยด์แสดงในตารางที่ 3 และแสดงดังรูปที่ 5

ตารางที่ 3 แสดงค่าสถิติการเปรียบเทียบค่าความแตกต่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองสมการพอลิโนเมียลและความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมในพื้นที่ศึกษาที่ 1-5 (หน่วยเมตร) ที่ระดับความเชื่อมั่นที่ 95%

Polynomial	Min	Max	Mean	STD
1^{st}	-2.262	2.444	-0.136	±1.171
2^{nd}	-1.527	1.470	0.009	±0.553
3^{rd}	-1.378	1.421	0.006	±0.530
4^{th}	-1.082	1.148	0.003	±0.457

ตารางที่ 3 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าความแตกต่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองสมการพอลิโนเมียลกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมที่ใช้ในการทดสอบจำนวน 100 หมุด

ผลจากการเปรียบเทียบแบบจำลองสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 1 ถึง สมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 4 แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองยีออยด์ที่คำนวณด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 4 มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานน้อยที่สุดตามด้วยสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 3 ,2 และ 1 ตามลำดับ ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าเมื่อสมการพอลิโนเมียลมีดีกรีที่สูงขึ้น ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีค่าลดลง สาเหตุเนื่องจากผิวยีออยด์ที่คำนวณด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่สูงขึ้นสามารถซึมซับความคลาดเคลื่อนแบบมีระบบ เช่น ความเบี่ยงเบน (bias), ความเอนเอียง (tilt) เป็นต้น ได้ดีกว่าสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ต่ำกว่า ทำให้ผิวยีออยด์ที่คำนวณด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 4 มีความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ดีกว่าสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 1 ถึงดีกรีที่ 3



รูปที่ 5 แสดงกราฟของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองสมการพอลิโนเมียลและความสูงยีออยด์จากหมุดร่วม

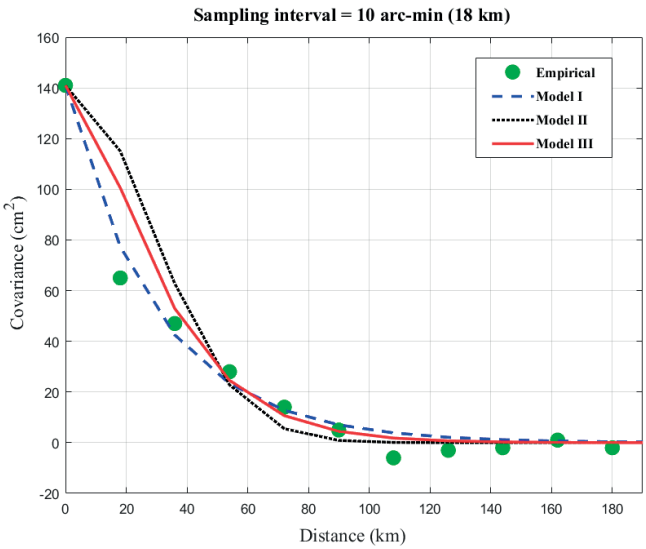
รูปที่ 5 แสดงกราฟของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 1, 2, 3, และ 4 ตามลำดับ กับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมที่ใช้ในการทดสอบ จากรูปที่ 5 พบว่าค่าความต่างความสูงยีออยด์ของแบบจำลองสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 1 กราฟมีลักษณะที่มีความผันผวนมาก เมื่อเทียบกับสมการแบบจำลองสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 2, 3, และ 4 ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่าผิวยีออยด์ของพื้นที่ที่ทำการศึกษาไม่ได้มีลักษณะเป็นพื้นราบ (plane)

4.2 ผลการคำนวณหาฟังก์ชั่นโควาเรียน

จากการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม โดยผู้วิจัยได้ใช้ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนทั้ง 3 แบบ โดยได้นำข้อมูลของหมุดร่วมจำนวน 300 หมุด มาทำการประมาณค่าฟังก์ชั่นแอมไพรีคัลโควาเรียนของค่าเศษเหลือ และแทนค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน (C0) ที่คำนวณมาจากค่าเศษเหลือของค่าสังเกตและทดลองสุ่มค่า (trial and error) ความยาวสหสัมพันธ์(correlation length) ระหว่างจุดของแต่ละฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนเพื่อทำให้ฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วมมีความกระชับกับฟังก์ชั่นแอมไพรีคัลโควาเรียน ซึ่งได้ผลดังตารางที่ 4 และกราฟแสดงความสัมพันธ์ของฟังก์ชั่น-แอมไพรีคัลโควาเรียนและฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม แสดงดังรูปที่ 6

ตารางที่ 4 แสดงผลการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชั่นของฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนทั้ง 3 แบบ

Model	Covariance function
I	Gaussian (exponential) covariance function $C(s) = C_0 \exp(-\frac{S}{L})$; $C_0 = (0.0141)^2$ m^2 ; L = 30 km
II	Gaussian (2-exponential) covariance function $C(s) = C_0 \exp(-\frac{S^2}{L^2})$; $C_0 = (0.0141)^2$ m^2 ; L = 40 km
III	the 2nd order Markov covariance function $C(s)=C_0(1+\frac{S}{\alpha})\exp(-\frac{S}{\alpha})$; $C_0 = (0.0141)^2$ m^2 ; α = 17 km



รูปที่ 6 ฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน, ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนแบบที่ I, แบบที่ II และแบบที่ III

ตารางที่ 4 แสดงผลการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชั่นของฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนทั้ง 3 แบบที่ทำให้มีความกระชับฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียนของค่าเศษเหลือ โดยมีค่าความแปรปรวน (C_0) ของทั้ง 3 โมเดล เท่ากับ 0.01412 เมตร^2 และค่าความยาวสหสัมพันธ์ (correlation length) ระหว่างจุดของ Model I, Model II, และ Model III เท่ากับ 30, 40, และ 17 กิโลเมตร ตามลำดับ

รูปที่ 6 แสดงกราฟฟังก์ชั่นเอมไพริคัลโควาเรียน, ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนแบบที่ I, แบบที่ II และแบบที่ III ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าค่าโควาเรียนของค่าเศษเหลือแปรเปลี่ยนในลักษณะถดถอยและสัมพันธ์กับระยะทางยาวจนไปถึงระยะประมาณ 100 กม.

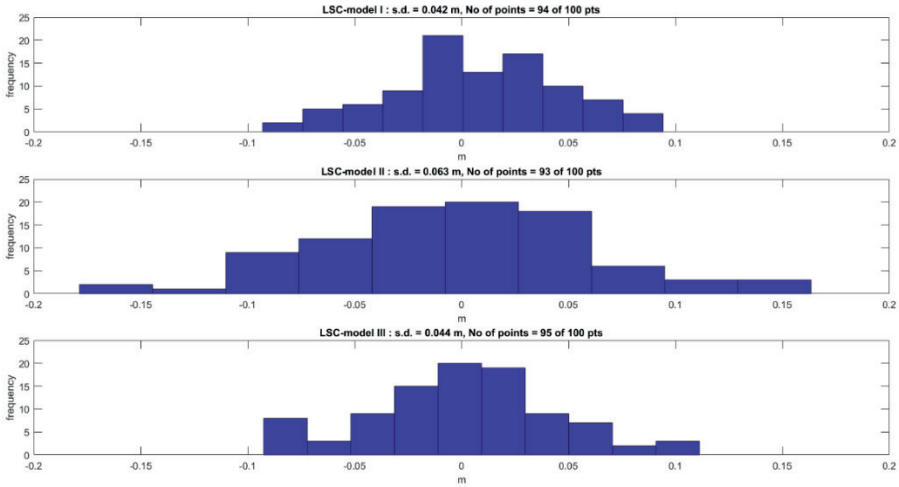
4.3 ผลการคำนวณหาแบบจำลองความสูงยีออยด์ด้วยลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น

จากการคำนวณด้วยวิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นโดยใช้ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนทั้ง 3 แบบ ซึ่งในขั้นตอนของการคำนวณด้วยวิธีดังกล่าวจำเป็นต้องมีการขจัดความเบี่ยงเบน (bias) ของข้อมูลออกก่อน โดยในการศึกษาพบว่าค่าความเบี่ยงเบนข้อมูลมีค่าเท่ากับ +0.891 เมตร และนำค่าสัมประสิทธิ์จากฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วมมาสร้างพื้นผิวปรับเปลี่ยนหรือปรับแก้ เพื่อใช้ในการคำนวณหาความสูงยีออยด์ โดยแทนค่าในสมการที่ (5) ซึ่งผลการเปรียบเทียบค่าความแตกต่างความสูงยีออยด์ที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีลีสท์ สแควร์คอลโลเคชั่นโดยใช้ฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยน

โควาเรียนกับหมุดร่วมที่ใช้ทดสอบ ผลแสดงในตารางที่ 5 และฮีสโตแกรมของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองที่คำนวณด้วยลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วม ดังแสดงรูปที่ 7

ตารางที่ 5 แสดงผลการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชั่นของฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนทั้ง 3 แบบ

Model	Number (100 pts)	Min	Max	Mean	STD
I	94	-0.093	0.094	0.009	±0.042
II	93	-0.179	0.163	-0.004	±0.063
III	95	-0.092	0.111	0.001	±0.044



รูปที่ 7 ฮีสโตแกรมของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองที่คำนวณด้วยลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วม

ตารางที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าความแตกต่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองด้วยลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมทดสอบจำนวน 100 หมุด

ผลจากการเปรียบเทียบแบบจำลองที่ I, II, และ III แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองยีออยด์แบบที่ I และ III มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานที่น้อยกว่าแบบที่ II และมีค่าใกล้เคียงกัน แต่อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาฮีสโตแกรมของความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองที่คำนวณด้วยลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมทดสอบจากรูปที่ 7 พบว่าแบบจำลองยีออยด์แบบที่ I ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าแบบที่ III เนื่องจากเอมไพริคัลโควาเรียนของค่าเศษเหลือแปรเปลี่ยนในลักษณะถดถอยใกล้เคียงกับฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (exponential function) ทำให้แบบจำลองยีออยด์แบบที่ I มีความเหมาะสมมากที่สุดในกระบวนการสร้างผิวปรับแก้หรือผิวปรับเปลี่ยนด้วยวิธีลีสท์-สแควร์คอลโลเคชั่น

4.4 การวิเคราะห์เปรียบเทียบความถูกต้องของแบบจำลองที่ได้รับการพัฒนา

ในการวิเคราะห์เปรียบเทียบความถูกต้องของแบบจำลองที่ได้จากการคำนวณ ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบแบบจำลองที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น โดยเลือกแบบจำลองฟังก์ชั่นเกาส์เสี่ยนโควาเรียนโมเดลที่ I ซึ่งให้ค่าความถูกต้องของแบบจำลองได้ดีที่สุด เปรียบเทียบกับแบบจำลองที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียล โดยเลือกแบบจำลองสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 4 ซึ่งให้ค่าความถูกต้องของแบบจำลองได้ดีที่สุด และเปรียบเทียบกับแบบจำลองยีออยด์ THAI17G โดยความถูกต้องของแบบจำลองจะพิจารณาจากความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองที่ได้จากการคำนวณกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วม ซึ่งผลการวิเคราะห์ความถูกต้องของแบบจำลองแสดงดังตารางที่ 6 และตารางที่ 7 โดยค่าความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองที่ได้จากการคำนวณกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมจะพิจารณาที่ความเชื่อมั่นที่ 95% เนื่องจากเป็นระดับความเชื่อมั่นที่เหมาะสมกับข้อมูลที่ทำการศึกษาและเพื่อขจัดผลลัพธ์ความต่างที่มีขนาดใหญ่ของข้อมูลออกไป

ตารางที่ 6 แสดงค่าสถิติการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างแบบจำลองยีออยด์ต่างชนิดกันและความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมในพื้นที่ศึกษาที่ 1-5 (หน่วยเมตร) ที่ระดับความเชื่อมั่นที่ 95%

Model	Min	Max	Mean	STD
พื้นที่ศึกษาทั่วประเทศไทย (มี 94 หมุดจากทั้งหมด 100 หมุดที่ผ่านความเชื่อมั่น 95%)				
EGM2008 (2190)	0.477	1.249	0.853	±0.130
Polynomial order 4^{th}	-1.082	1.148	-0.001	±0.457
THAI17G	0.808	1.091	0.920	±0.063
LSC-model I	-0.093	0.094	0.009	±0.042

ตารางที่ 7 แสดงค่าสถิติการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างแบบจำลองยีออยด์ต่างชนิดกันและความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมในแต่ละพื้นที่ที่ศึกษา (หน่วยเมตร) ที่ระดับความเชื่อมั่นที่ 95%

Model	Min	Max	Mean	STD
พื้นที่ศึกษาที่ 1 (มี 17 หมุดจากทั้งหมด 18 หมุดที่ผ่านความเชื่อมั่น 95%)				
EGM2008 (2190)	0.589	1.249	0.913	±0.152
Polynomial order 4th	-0.514	0.627	-0.019	±0.333
THAI17G	0.825	1.037	0.956	±0.062
LSC-model I	-0.093	0.094	0.016	±0.057
พื้นที่ศึกษาที่ 2 (มี 15 หมุดจากทั้งหมด 16 หมุดที่ผ่านความเชื่อมั่น 95%)				
EGM2008 (2190)	0.731	1.034	0.847	±0.092
Polynomial order 4th	-0.694	1.046	0.126	±0.434
THAI17G	0.819	0.971	0.901	±0.050
LSC-model I	-0.055	0.064	-0.007	±0.035
พื้นที่ศึกษาที่ 3 (มี 28 หมุดจากทั้งหมด 30 หมุดที่ผ่านความเชื่อมั่น 95%)				
EGM2008 (2190)	0.477	1.125	0.846	±0.154
Polynomial order 4th	-1.082	1.148	-0.188	±0.528
THAI17G	0.808	1.053	0.896	±0.060
LSC-model I	-0.075	0.127	0.005	±0.050
พื้นที่ศึกษาที่ 4 (มี 19 หมุดจากทั้งหมด 20 หมุดที่ผ่านความเชื่อมั่น 95%)				
EGM2008 (2190)	0.652	0.964	0.862	±0.081
Polynomial order 4th	-1.039	1.024	0.082	±0.552
THAI17G	0.836	1.091	0.930	±0.066
LSC-model I	-0.035	0.080	0.017	±0.033
พื้นที่ศึกษาที่ 5 (มี 16 หมุดจากทั้งหมด 16 หมุดที่ผ่านความเชื่อมั่น 95%)				
EGM2008 (2190)	0.616	0.987	0.801	±0.120
Polynomial order 4th	-0.489	0.347	0.099	±0.206
THAI17G	0.817	1.023	0.929	±0.057
LSC-model I	-0.034	0.068	0.020	±0.028

จากตารางที่ 6 ผลการเปรียบเทียบแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 แบบจำลองความสูงยีออยด์วิธีสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 4 แบบจำลองความสูงยีออยด์ THAI17G และแบบจำลองความสูงยีออยด์วิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น พบว่าแบบจำลองยีออยด์ที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นมีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานน้อยที่สุด และแบบจำลองที่ได้รับการปรับปรุงมีความถูกต้องดีกว่าแบบจำลองยีออยด์ THAI17G อยู่ที่ 2.1 เซนติเมตร โดยแบบจำลองที่ได้รับการปรับปรุงมีอัตราร้อยละการพัฒนาแบบจำลองคิดเป็น 33 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการนำเอาข้อมูลหมุดร่วมผนวกเข้ากับแบบจำลองยีออยด์ THAI17G เพื่อใช้ในการปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์โดยใช้วิธีปรับแก้แบบลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นในการหาผิวปรับเปลี่ยน ทำให้ได้แบบจำลองยีออยด์บริเวณประเทศไทยที่มีความถูกต้องมากขึ้น เนื่องจากวิธีปรับแก้แบบลีสท์สแควร์-คอลโลเคชั่นได้ลดทอนความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม และได้ขจัดความคลาดเคลื่อนแบบมีระบบออกไป และข้อสังเกตอีกหนึ่งประการคือแบบจำลอง THAI17G และแบบจำลอง EGM2008 ทั้งสองเป็นแบบจำลองยีออยด์ที่คำนวณมาจากความโน้มถ่วงพิภพเหมือนกัน แต่แบบจำลอง THAI17G ให้ความถูกต้องดีกว่า EGM2008 เนื่องจากข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพของแบบจำลอง EGM2008 มีน้อย ทำให้ไม่สามารถสะท้อนถึงองค์ประกอบของความยาวคลื่นช่วงสั้น และช่วงกลางบางส่วนของยีออยด์ได้เมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลอง THAI17G

จากตารางที่ 7 พบว่าแบบจำลองยีออยด์ที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นมีความถูกต้องของแบบจำลองดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 (2190) แบบจำลองความสูงยีออยด์วิธีสมการพอลิโนเมียลดีกรีที่ 4 และแบบจำลองความสูงยีออยด์ THAI17G ในพื้นที่ศึกษาที่ 1-5 โดยมีพื้นที่ศึกษาที่ 1 มีอัตราร้อยละของการพัฒนาแบบจำลองน้อยที่สุด เท่ากับ 8 เปอร์เซ็นต์ และพื้นที่ศึกษาที่ 4 มีอัตราร้อยละของการพัฒนาแบบจำลองมากที่สุด เท่ากับ 51 เปอร์เซ็นต์ เมื่อพิจารณาตามพื้นที่ที่ศึกษาจะเห็นว่าพื้นที่ศึกษาที่ 1 แบบจำลองที่ได้รับการปรับปรุง ความถูกต้องเมื่อเทียบกับแบบจำลองความโน้มถ่วงพิภพ THAI17G ต่างกันเพียงเล็กน้อย เนื่องจากพื้นที่ดังกล่าวมีลักษณะภูมิประเทศเป็นภูเขาสูงมีระดับความสูง-ต่ำแตกต่างกันมาก และประกอบกับหมุดร่วมในพื้นที่ที่กระจายตัวมีระยะทางระหว่างหมุดที่ห่างกันหลายกิโลเมตร ซึ่งในอนาคตหากมีการเพิ่มจำนวนหมุดร่วมในพื้นที่ศึกษาที่ 1 หนาแน่นมากยิ่งขึ้น อาจจะทำให้ความถูกต้องของแบบจำลองในพื้นที่ที่ศึกษามีความแม่นยำมากขึ้น

5. สรุปผลและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นของประเทศไทย (THAI17G) ให้มีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น โดยใช้วิธีการปรับแก้แบบลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น ซึ่งเป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับการรวมข้อมูลสองประเภทที่มีคุณสมบัติทางสถิติที่แตกต่างกัน โดยนำแบบจำลองยีออยด์ชนิดความโน้มถ่วงพิภพของประเทศไทย THAI17G ผนวกเข้ากับข้อมูลหมุดร่วม GNSS ที่มีการอ้างอิงความสูงกับโครงข่ายหมุดหลักฐานทางดิ่งแห่งชาติเกาะหลักที่จัดทำโดยกรมแผนที่ทหาร ที่จำนวน 400 หมุด โดยแบ่งเพื่อใช้ในการคำนวณหาแบบจำลองยีออยด์ จำนวน 300 หมุด ส่วนที่เหลือ 100 หมุดใช้สำหรับทดสอบความถูกต้องของแบบจำลอง ในการเปรียบเทียบความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ที่ใช้วิธีการปรับแก้แบบลีสท์-สแควร์คอลโลเคชั่นกับแบบจำลองยีออยด์ที่คำนวณด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียลและแบบจำลองยีออยด์สากล EGM2008 จะพิจารณาจากค่าความแตกต่างระหว่างความสูงยีออยด์จากแบบจำลองที่ได้จากการคำนวณกับความสูงยีออยด์จากหมุดร่วมทดสอบ

ผลจากการศึกษาพบว่าความถูกต้องของแบบจำลองยีออยด์ที่ได้รับการปรับปรุงด้วยวิธีลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่นให้ความถูกต้องได้ดีกว่า EGM2008 และแบบจำลองที่คำนวณด้วยวิธีสมการพอลิโนเมียล โดยมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ ±4.2, ±13.0, และ ±47.5 ซม. ตามลำดับ ดังนั้นสรุปได้ว่าการปรับปรุงแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นของประเทศไทย (THAI17G) โดยใช้วิธีการปรับแก้แบบลีสท์สแควร์คอลโลเคชั่น โดยนำเอาข้อมูลหมุดร่วม GNSS มาผนวกเข้ากับแบบจำลองความโน้มถ่วงพิภพความละเอียดสูงของประเทศไทย สามารถทำให้แบบจำลองยีออยด์ THAI17G มีความถูกต้องแม่นยำดียิ่งขึ้นได้

ในอนาคตหากมีการเพิ่มจำนวนหมุดร่วมและข้อมูลความโน้มถ่วงพิภพภาคพื้นดินในพื้นที่ศึกษาหนาแน่นมากยิ่งขึ้น ในการคำนวณพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นในประเทศไทย จะส่งผลให้แบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นในประเทศไทยมีความถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้น และนำแบบจำลองยีออยด์นั้นไปใช้

ในการหาความสูงของภูมิประเทศร่วมกับเทคโนโลยี GNSS ได้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น

6. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณกรมแผนที่ทหารกองบัญชาการกองทัพไทย ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการดำเนินงานวิจัยในครั้งนี้ เพื่อเป็นประโยชน์ในการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ท้องถิ่นบริเวณประเทศไทยให้มีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น และตลอดจนบุลคลต่างๆ ที่มีส่วนให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วง

7. เอกสารอ้างอิง

1. Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C. and Factor, J.K., 2012, "The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)," *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117 (B4), pp. 1-38.

2. Dumrongchai, P. and Promtong, C., 2017, Development of Precise Geoid Model of Thailand, Final Report, the Royal Thai Survey Department, Bangkok, Thailand. (In Thai).

3. Yanalak, M. and Baykal, O., 2001, "Transformation of Ellipsoid Heights to Local Leveling Heights," *Journal of Surveying Engineering*, ASCE, 127 (3), pp. 90-103.

4. Das, R.K., Samanta, S., Jana, S.K. and Rosa, R., 2018, "Polynomial Interpolation Methods in Development of Local Geoid Model," *Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Sciences*, 21 (3), pp. 265-271.

5. Moritz, H., 1980, Advanced Physical Geodesy, Herbert Wichman Verlag, Karlsruhe.

6. You, R.J., 2006, "Local Geoid Improvement Using GPS and Leveling Data: Case Study," *Journal of Surveying Engineering*, ASCE, 132 (3), pp. 101-107.

7. Dumrongchai, P., Promtong, C. and Wichienchareon, C., 2012, "Local Geoid Modeling for Thailand," *International Journal of Geoinformatics*, 8 (4), pp. 15-26.

8. Forsberg, R. and Tscherning, C., 2008, An Overview Manual for the GRAVSOFT Geodetic Gravity Field Modelling Programs, National Space Institute (DUT-Space) and Niels Bohr Institute, University of Copenhagen, Denmark.

9. Bossler, J.D., 1984, Standards and Specifications for Geodetic Control Networks, Federal Geodetic Control Committee, Rockville, Maryland.